

船舶の針路不安定性の許容限界

に関する研究

昭和57年5月

長谷川和彦

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

船舶の針路不安定性の許容限界に関する研究

目 次

1	序 論	1
2	操舵員による針路不安定船の保針可能限界	6
2.1	緒 言	6
2.2	針路不安定船の制御特性	7
2.3	保針における操舵員の制御特性	10
2.3.1	シミュレータによる人間の制御特性の調査	10
2.3.2	解析の方法及び結果の考察	12
2.4	船の位相特性と保針成績	15
2.4.1	シミュレータ実験の整理	15
2.4.2	操舵員による保針可能限界を示す図表	16
2.5	操舵機の時定数の影響	17
2.6	結 論	18
3	オートパイロットによる保針に伴う推進馬力損失と針路不安定 の許容限界	20
3.1	緒 言	20
3.2	オートパイロットの評価関数に関する従来の研究業績	21
3.3	オートパイロットの評価関数	28

3. 3. 1	オートパイロットの評価関数の定義	28
3. 3. 2	大洋航行中のエネルギー増加	29
3. 3. 3	航路延長率	31
3. 3. 4	操舵によるスラスト増加	33
3. 3. 5	オートパイロットの評価関数とその変形	46
3. 4	船体前後方向に働く流体力の計測とその推定	49
3. 4. 1	模型実験の概要	49
3. 4. 2	船体運動 (Sway、Yaw) に伴う抵抗増加	49
3. 4. 3	操舵に伴う抵抗増加	54
3. 4. 4	実船の評価関数	58
3. 5	オートパイロットの評価関数の適用と残された問題 ..	62
3. 5. 1	操舵及び波浪によって誘起された船体運動の分離 ..	62
3. 5. 2	オートパイロットの評価関数の簡略化	64
3. 6	結 論	65
4	オートパイロットによる保針と推進馬力損失の線形解析	68
4. 1	緒 言	68
4. 2	周波数応答法	68
4. 3	外乱のスペクトル	71
4. 4	外乱に対する船の応答	72
4. 4. 1	波に対する船の応答関数	72
4. 4. 2	風に対する船の応答関数	74
4. 5	数値計算	77
4. 5. 1	供試船と計算条件	77

4.5.2	計算結果と基本的考察	78
4.6	推進馬力損失と制御系の安定性	82
4.6.1	針路不安定船の保針制御系の安定性	82
4.6.2	実際のオートパイロットの制御特性	83
4.6.3	推進馬力損失と制御系の位相特性	87
4.7	結論	89
5	天候調整機構等の非線形要素を考慮したオートパイロットの保針と推進馬力損失	92
5.1	緒言	92
5.2	天候調整機構を考慮した推進馬力損失の推定法	92
5.2.1	外乱下の自動発振解析	93
5.2.2	天候調整機構による操舵量の軽減	99
5.2.3	天候調整機構を含む保針制御系の推進馬力損失	105
5.3	天候調整機構を含む保針運動のシミュレーション	110
5.3.1	計算手法とその検証	110
5.3.2	自動発振解析結果	113
5.3.3	操舵量の軽減を考慮した馬力損失曲線	119
5.3.4	非線形制御時の推進馬力損失	122
5.4	非線形制御系における推進馬力損失の評価	122
5.5	結論	124
6	針路不安定限界に関する結論	126

謝 辞	129
参 考 文 献	131
LIST OF SYMBOLS	138
LIST OF TABLES	151
LIST OF FIGURES	152
図 表	160
付録Ⅰ 針路不安定船のフィードバック系の安定判別	293
付録Ⅱ 操船シミュレータ	295
AⅡ. 1 操船シミュレータの必要性	295
AⅡ. 2 広島大学の操船シミュレータ	296
AⅡ. 3 大阪大学(SR151)の操船シミュレータ	..	296
付録Ⅲ 外乱のスペクトル	298
AⅢ. 1 波のスペクトル	298
AⅢ. 2 風のスペクトル	299
付録Ⅳ Hurwitz の安定判別と針路不安定船への適用	303

1 序 論

直進中、船に作用する力とモーメントはバランスしている。しかし、そこに外乱が加わるとバランスがくずれ、船の針路がずれる。バランスがくずれた結果、船に働く流体力は、多くの場合、運動を減衰させる方向に作用するが、船型その他の条件によってはますます運動を大きくさせようとする力、すなわち、negative damping（負の減衰力）の働く船がある。このような性質をもつ船を針路不安定船という。

この針路不安定性の力学的解析については、Weinblum¹⁾以来、多くの研究がある。要約すると、それは船という力学系の微小運動の安定問題として解くことができる。すなわち、微小撓乱運動を仮定し、その結果船に作用する流体力を運動の一次関数で表現すると、力学系の線形運動方程式が得られる。その解が時間とともに減衰するか発散するかで安定不安定が決められる。安定判別式は、

$$D = Y_{\beta}' N_r' - (m' + m_x' - Y_r') N_{\beta}' \quad (1.1)$$

となり、 $D > 0$ が安定に対応する。（流体力微係数 Y_{β}' 、 \dots の定義は巻末の記号表を参照のこと。）

針路不安定船は舵を中央にしては直進できない。これらの船にとっては直進状態は不安定釣合状態であるから、この状態に船という力学系を保持するためには、絶えず、左右に舵を操作して、不安定釣合点の近傍における微小振動の形で直進に近い状態を作り出すしかない。

この操作は人間にとっても、また、自動的に一定の針路を保つための自

動制御装置にとっても多少とも困難を伴う操作である。そして、針路不安定の程度が著しいほど、その困難も著しいであろう。

ところで、1950年ごろまでは実用される船でこの針路不安定の性質をもつものは比較的まれであり、たまたまあっても、不適當な設計の結果とみなされ、舵面積の増大そのほかの手段で改善をはかり、針路安定の領域にまで引きもどすべきであると考えられていた。

ところが、1950年代半ばに発する世界的な工業經濟の膨張は、そのエネルギー源たる原油の大量輸送をはじめとして、史上例をみない巨大船型の専用貨物船を生み出した。そして、これらの巨大船は、その運航經濟の面から極めて C_B 係数の大きい、そして、 L/B の小さい船型が有利になる。その結果、針路安定判別式(1.1)式の中の m' が従來の船に比べてずっと大きい船型となる。當然の帰結として、これら巨大船の多くが針路安定の悪い、場合によっては歴然と不安定領域に踏み込んだ船となった。

こうして現実に多数の針路不安定船が就航してくると、この問題についてより詳細な認識が生まれてきた。それを要約するとほぼ次のようである。

人間でも、オートパイロットでもある程度の針路不安定船まで保針できる。しかし、それには当然限度がある。そして許容できる不安定限界はすべての船に共通のものではなく、少なくとも L と V に関係する。そして、針路不安定船の許容限界を決めるための条件としては、人間が困難なく操船できること、そして、現在、実用しうるオートパイロットで重大な推進馬力損失を起こさないこと、この二点であろう。

本研究はこのような観点から、針路不安定船の許容限界を求めようとするものである。

まず、人間の位相補償能力に着目し、人間が針路不安定船を保針する場

合の制御変数の調整の仕方を明らかにするとともに、その限られた位相補償能力から、針路不安定船の許容限界を示す。

その結果によると、人間が操舵する場合、制御装置としての人間の位相補償能力はあまり変えることはできないため、同じ針路不安定度の船であれば、小さい船、速い船ほどその応答が速くて追従しきれず、保針が困難となるが、大きい船、遅い船では相当に不安定な船でも人間は楽に保針できることが分かった。

続いて、オートパイロットにより大洋航行中の船の安定性、そして、蛇航による推進馬力損失について検討し、数値実験により、その保針の許容限界について考察を加える。

その結果、確かに、各海象ごとにその船に最適のオートパイロットの制御変数を選ぶと、ほとんどの船で馬力損失を数パーセント以内に抑えることができる。しかし、その組み合わせでどの海象でも最適というわけではない。これを刻々自動的に調整しようとするのが近年研究の進んだ適応制御型のオートパイロットである。実際には、天候調整機構によって起こる自励発振により馬力損失が増す。したがって、やはり、ある程度以上の針路不安定船では保針に伴う推進馬力損失が無視できない量に達する可能性が大きい。

こういった背景と見通しのもとに、本研究では船体運動力学と制御工学の両手法を組み合わせ、針路不安定船の許容限界を人間が操舵する場合と、オートパイロットで保針する場合について詳細な検討を試みた。

「針路不安定船の保針許容限界を求める」という本研究の主題であるこの問題が解決されることの意義は大きい。

船舶運航の経済性と針路安定性の要求は相反することが多い。針路安定

性は直接コストに換算することが難しいため、従来は、与えられた制限（水深、航路幅など）のもとで運航コストがもっとも小さくなるように主要寸法を決定し、それが常識的な主要寸法比を大きく逸脱しないようにして、針路安定性の危惧を逃れたり、あるいは、舵面積を大きくしたりしていた。ところが、地形的な制約条件と同様に、それぞれの船に対して、針路不安定性の許容限界を示しておけば、それを加味して、経済性を追求した船型の決定ができるわけである。

さらに、針路安定性と主要寸法、船型の関係、波浪中の針路安定性など残された問題も多いが、本研究の結果が、船の基本設計の考え方に与える効果は大きいものがある。

本論文は、以下6章よりなる。

第1章は序論であり、針路不安定船のメカニズムやその成因について概説するとともに、本研究を概括する。

第2章では操船シミュレータを使った操舵のマン・マシン制御系の解析を行い、操舵員による針路不安定船の許容限界を求める。この章の結論が本研究の一つの重要な結果であり、最終的に船に要求される安定性能を規定するものである。

第3章では外洋をオートパイロットで保針中の船の応答を解析し、オートパイロットの評価関数を求める。そして、3隻の模型船について船体前後方向に働く流体力を計測し、解析することにより、具体的な評価関数の係数を求める。

第4章では第3章の結果をもとにして、オートパイロットで保針中の船の線形制御時の推進馬力損失を計算する。それより、外乱の影響、針路不安定性の影響等の基本的考察を行い、さらに、オートパイロットの最適調

整に関する若干のコメントを行う。

第5章では天候調整機構を含む自動操舵系の推進馬力損失の推定法について検討する。その結果、線形制御時の推進馬力損失をもとに非線形制御時の馬力損失が十分精度よく推定できることを示し、さらに、非線形制御時の推進馬力損失の評価法について考察を加える。

第6章は以上の各章の結果より求まる針路不安定性の許容限界に関する結論であり、総合的なまとめを行う。

2 操舵員による針路不安定船の保針可能限界

2.1 緒言

現在、ほとんどの船舶にオートパイロットが装備されるようになり、さらに、自動化、省力化が進んでいる。しかし、全航程中に占める割合は少ないものの、輻輳する海域、とりわけ、狭水路や港湾域では、操舵員に頼らざるを得ない。したがって、今、仮に、船舶の針路不安定性を十分に補償しうるオートパイロットがあったにしろ、残りわずかの航程で操舵員が保針し得ない船舶は、船舶としての機能を果たし得ない。そこで、まず、本章においては、操舵員による保針を取り扱い、針路不安定船の保針可能限界を求める。

保針における人間の制御動作には、バンバン制御、零つきバンバン制御、線形制御といういくつかのパターンがあることが知られている²⁾。このうち、バンバン制御の場合には保針限界を与える方法がすでに提案されている^{3),4)}。この方法は針路不安定船の保針は微小振幅の自動 yawing を維持する形で行われると考え、操舵周期、yawing 振幅、人間の角速度識別能力等によって保針可能な船の性能の範囲を与えるものである。

ところで、線形制御 (PD 制御) は外乱の顕著な海象下とか、厳密にコースを維持する必要がある局面でしばしば使用される操舵法である。見方を変えると、バンバン制御や零つきバンバン制御も量子化された線形制御と考えることができる。このように、人間の保針操舵を線形制御として取り扱うことは相当の一般性をもつと考えられるから、本章ではこの観点で議論を進める。

保針中の船や操舵機の特性格も線形と見なしうるから、この制御系は線形と考えるとよい。この場合、まず考えるべきことは制御系の安定判別である。この安定判別は種々の方法で行うことができるが、人間による保針の場合には位相関係に着目するのが妥当であろう。それは、船の針路制御系では舵という大変効率的な手段の故にゲイン特性は比較的容易に変えられるが、位相特性の変更は難しいからである。

本章では、まず針路不安定な船の位相特性について調べる。続いて、コントローラとしての人間の制御特性を保針操舵シミュレーション結果を解析して求める。この両特性を関連づけることによって、針路不安定な船における人間の保針操縦の特徴を明らかにし、保針の難易が制御対象である船と操舵機の位相遅れの大きさに関係していることを指摘する。最後に、保針操舵シミュレーションにおける制御成績がこの位相遅れの考えで整理できることを示す。

2. 2 針路不安定船の制御特性

一般に船の針路制御系は Fig. 2.1 に示す構成をもつ。この制御系を構成する要素のうち、コントローラが人間の場合が本章の主題である。この人間の特性については今日なお、未知なところが多い。しかし、それ以外の要素の特性はおよそ分かっている。

まず、微小運動中の船の操縦性は野本の2次系応答モデル⁵⁾で十分に正確に表現できる。積分計器であるコンパスの特性を含めると、操舵に対する船の応答は次式で表しうる。

$$G_S(j\omega) = \frac{\psi(j\omega)}{\delta(j\omega)} = \frac{K(1+j\omega T_3)}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)} \quad (2.1)$$

操舵機の特性は、やはり微小運動中では操舵速度制限を無視することができるので次式で表現できる⁶⁾。

$$G_G(j\omega) = \frac{\delta(j\omega)}{\delta^*(j\omega)} = \frac{1}{1+j\omega T_E} \quad (2.2)$$

ここで、針路安定船と不安定船の応答特性を比べてみる。針路安定船では、 K 、 T_1 、 T_2 、 T_3 はいずれも正の値をとる。しかし、不安定船では、 K 、 T_1 が負となり、その絶対値は一般に、 $|T_1| > T_3 > T_2$ である。両者のゲインと位相の特性を比較したのが Fig. 2.2 と Fig. 2.3 である。図中の実線が船の特性を表している。針路安定船と不安定船とで、ゲイン特性はあまり違わないが、位相特性には顕著な差のあることが分かる。針路安定船の場合、位相遅れは 90° に始まり、周波数の増加に従って 180° に落ちつく。一方、針路不安定船では 270° から始まって 180° に近づく。一般の船では T_2 より T_3 が大きいいため、これが位相進みの役を果たし、 T_1 の絶対値が T_3 よりも十分に大きければ一度位相遅れが 180° より小さくなり、さらに ω が大きくなると再び 180° に収束する。

さて、制御系の安定性を判定する方法として位相余裕の考え方がある。この方法では一巡伝達関数のゲイン（ループゲイン）が1になる周波数 ω_c （クロスオーバー周波数、厳密には、gain-crossover frequencyと呼ばれる）

において、一巡伝達関数の位相遅れが 180° 以内であれば制御系は安定であると判定する（付録 I 参照）。したがって、針路安定船では、後述する操舵機の遅れを無視して考えると、クロスオーバー周波数の如何にかかわらず、単なる比例制御で制御系は安定になる。針路不安定船でも、不安定の程度が小さければ T_1 の絶対値が T_3 より十分に大きくなるから、船の位相遅れが 180° より小さい領域ができる。この周波数域にクロスオーバー周波数がくるようにループゲインを調整すると、この場合も比例制御のみで制御系は安定になる。2.1で述べたように、船の針路不安定の程度が大きくなると、 T_1 の絶対値が小さくなり、 T_3 に近づくから、船の位相遅れは大きくなり、 180° 以内になる周波数域はなくなる。このような船では微分制御を加える等で位相進みを与えない限り、制御系は不安定になる。

このように、針路制御系の位相特性は保針の難易と密接な関係がある。すると、操舵機の遅れも重要になる。操舵機の時定数 T_E と操舵速度制限 $\dot{\delta}_{\max}$ の実績値をTable 2.1に示す。これらの値はルールとの関係もあり、船による変化が比較的少ない。ただし、この表中、S. No. 3、5および8の時定数 T_E が他に比べ小さいのは、試運転時に操舵機用のポンプ・ユニットを2台併用したためではないかと思われる。

本章では $T_E = 2.5 \sim 3.0 \text{ sec}$ として取り扱う。大型船ではこの程度の遅れは無視しうるが、運動のテンポの速い小型船では、 T_E と T_2 の値が大同小異になるから、この遅れは無視できない。Fig. 2.2とFig. 2.3の破線は操舵機特性を考慮した伝達特性を示すが、位相遅れはあらゆる周波数域で 180° 以上となっている。船の応答の位相遅れが大きくなると、その分だけコントローラが位相補償を強くしなければならない。

以上の考察に従うと、制御系を安定化するためにコントローラに要求

される位相補償量を保針の難易を評価するパラメータと考えてよいように見える。この位相補償量の大きさは次の諸点によって決まる。

- (i) T_1 の絶対値が T_3 に比べてどの程度大きいか。
- (ii) T_3 と T_2 の比がどの程度大きいか。
- (iii) T_E が T_2 に比べてどの程度小さいか。

2.3 保針における操舵員の制御特性

2.3.1 シミュレータによる人間の制御特性の調査

閉ループ制御系の制御対象が明らかになったところで、コントローラとしての人間の特性について検討する。まず、2.1で述べたように、ゲイン特性は比較的容易に変更できる。つまり、人間にとっては、舵輪の回し方を多少変えるだけのことである。もちろん、船の側から見ると操舵機の稼働量の増減になるが、その馬力はわずかであり、大した問題ではない。しかし、一般のプロセス制御ではコントローラのゲインを変更することは必ずしも容易ではなく、舵という効率的な手段はこの点でありがたい。

これに対して、位相の調整は容易でない。外乱が加わると、人間の微分制御能力は低下し、操舵に位相進みをほとんど与えられないと言われている。人間の成し得るこの位相進みの大きさについては後述するが、とにかく、限られた量である。そこで問題は、限られた位相補償しかできない人間が実際どのようにして針路不安定船の保針を行うのかということにな

る。

人間は制御対象の性質に応じて自らの特性を調節できる機能を持っている。船の操縦においても、人間は自分の制御動作を覚え、その後はその要領で操舵すると考えられる。事実、野本らは操舵時間（訓練回数）の増大に従って、保針成績が向上することをシミュレータスタディの結果から指摘している⁷⁾。ここでは、シミュレータによる保針操舵のシミュレーションを行い、人間の制御特性の調査を行った。操船シミュレータについては、前述の文献^{2),7)}等を参照されたい。また、付録Ⅱに各シミュレータについての簡単な説明を記す。

広島大学の操船シミュレータで用いた供試船はいずれも針路不安定船であり、その操縦性指数をTable 2.2に示す。供試船名の最初の英字は、供試船のシリーズ名を表し、続く二つの数字は、最初が船長船速比 L/V (sec)を、終りが不安定ループ幅（全幅） 2δ 。(°)を示す。これらの供試船の位相特性をFig. 2.4とFig. 2.5に示す。実線は船のみ、破線は操舵機特性を考慮したものである。シミュレーションにあたっては角速度に換算したFig. 2.6のスペクトル形状をもつ外乱を加えた。低域の外乱は風、高域のそれは波浪によって誘起されたものであり、算定の要領は第4章で示す。この外乱は風速16 m/secの海象下の大型肥大船を想定したものであり、相当に大きい。これは以後で述べる人間の特性の同定を効果的に行う時、外乱が大きいと人間の制御動作がPD制御に近づくという性質を考慮した結果である。

2.3.2 解析の方法及び結果の考察

人間の制御動作は、機械の場合のように固定された制御則に従うものでないことは当然であるが、その取り扱いを簡単にするため、Fig. 2.7 のように平均としての固定された線形部分 $H(j\omega)$ と、それでは表現できない remnant と呼ぶ $n(t)$ の部分とに分け、 $n(t)$ を制御の本質から見て第二義的な一種の雑音とする方法がとられることが多い^{8),9)}。

Fig. 2.7 に示す閉ループ系の中に組み込まれた人間の記述関数を求めるのは一般には困難であるが、船に加わる外乱をこの制御系の入力とみなし、外乱のランダム性を活用した解析法が利用できる。外乱 $i(t)$ と人間の出力とのクロススペクトル密度は次式で表現できる。

$$\begin{aligned} \Phi_{i\delta^*}(j\omega) &= \frac{G_H}{1 + G_G G_S G_H} \Phi_{i i}(j\omega) \\ &+ \frac{1}{1 + G_G G_S G_H} \Phi_{i n}(j\omega) \quad (2.3) \end{aligned}$$

ここで、 $\Phi_{i i}(j\omega)$: 外乱 $i(t)$ のオートスペクトル密度
 $\Phi_{i n}(j\omega)$: レムナント $n(t)$ と外乱のクロススペクトル密度
 $G_H(j\omega)$: 人間の特性の記述関数
 $G_G(j\omega) G_S(j\omega)$: 船と操舵機の応答関数の積

また、外乱と針路誤差 $e(t)$ のクロススペクトル密度は次式で表せる。

$$\begin{aligned} \Phi_{i e} (j \omega) &= \frac{1}{1 + G_G G_S G_H} \Phi_{i i} (j \omega) \\ &\quad - \frac{G_G G_S}{1 + G_G G_S G_H} \Phi_{i n} (j \omega) \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで、レムナントと外乱は無相関であるとする、

$$\Phi_{i n} (j \omega) = 0 \quad (2.5)$$

であるから、結局、人間の記述関数は次式で計算できる。

$$G_H (j \omega) = \frac{\Phi_{i \delta^*} (j \omega)}{\Phi_{i e} (j \omega)} \quad (2.6)$$

以上の方法で求めた人間の制御特性の例を Fig. 2.8 と Fig. 2.9 に示す。値はよくまとまっており、人間の特性を求める上でこの方法は十分役立つようである。得られた人間の制御特性の特徴として、ゲイン特性が船の L/V によって大幅に異なることが指摘できる。これに対して、位相特性の傾向はつかみにくい。多数のシミュレーション例を見ると、人間が与える位相補償量は一般的には 30° 程度、最大の場合で約 60° である。人間の制御特性は外乱や指示計器等にも影響されるから、今後とも検討すべき点は多いが 30° という値は一応の目安になろう。

しかし、人間が位相進みを与えうる周波数には制限があるようで、 $\omega = 0.5$ rad/sec 位から進み量が減り、 1.0 rad/sec 以上では遅れが急増する。これは、高周波域における人間の応答遅れであり、神経系統の信号の伝達、

判断の遅れとか、筋肉系における一次遅れの存在から考えて当然であろう。井口¹⁰⁾は一定周波数で変動する目標に人間が追従する際、 $0.4 \sim 0.5$ rad/sec から追従遅れが顕著になることを指摘しており、今回のシミュレーション結果と一致している。

人間はゲインを比較的自由に調整していると述べたが、でたらめに設定しているわけではない。2.2で述べたように、船と操舵機とを合わせた制御対象の位相遅れが小さくなる周波数域にクロスオーバー周波数をもってくる、多少容易に制御系の安定化を図ることができる。人間が制御対象の性質に応じて制御動作を選ぶ機能を有しているとすれば、無自覚的にこれ、この性質を利用しているはずである。Fig. 2.10 ~ Fig. 2.15はこの点を確かめたものである。図中、実線は船と操舵機の特性の計算値であり、実験点は人間を含んだ一巡伝達関数を示す。この結果によると、ほとんどの例では必要な位相補償量が最小になる周波数域にカットオフ周波数をもってくるように、自らのゲイン特性を設定しているのが明らかである。コントローラとしての人間の優れた特性がここに現れている。もっとも、位相補償が少なくてもよい周波数が一定以上に高いと、前述した高周波域における人間の遅れが影響し、せっかくの人間の特性が利用できなくなる。

以上の結果から、人間による保針操舵の難易度が、人間の制御動作が十分に追従しうる周波数域における制御系の安定性を保つに要する位相補償量に支配されることが明らかになった。

2.4 船の位相特性と保針成績

2.4.1 シミュレータ実験の整理

人間による針路不安定船の保針操舵の特徴が明らかになったところで、保針操舵シミュレーション結果の整理を試みる。

Fig. 2.16 は前述した広島大学の操船シミュレータ実験より針路及び舵角の r.m.s. を求め船の位相補償角ベースにまとめたものである。ここで、船の位相補償角とは、船及び操舵機の位相特性の最大値から 180° を引いたものであり、この船の保針制御系を安定化させるのに必要な最小の位相補償角を意味する。シミュレーションは $L/V = 10 \text{ sec}$ と 40 sec の場合について行っているが、それぞれの L/V ごとの保針成績は明瞭に位相補償角と相関をもっており、人間に要求されるこの量が大きくなるに従って、保針成績の劣化が見られる。 L/V の異なるものが直接比較できないのは大型船と小型船に同じ外乱を与えて実験したためである。すなわち、大型船では、外乱中に含まれる風による低周波の変動成分に対して、その影響を減ずるのが困難なためと思われる。

この供試船は位相補償角が最大でも 25° 程度であるから、制御系は一応安定になっている。しかし、安定であることは必要条件であっても十分条件ではない。Ferrell は経験的に位相余裕は $30 \sim 45^\circ$ が望ましいとしており¹¹⁾、位相余裕の減少は保針成績の劣化をもたらすことが予想できる。しかし、第4章でオートパイロットについて調べたところによると、針路不安定船の保針制御系の場合、必ずしも、位相余裕が上述の値で、保針成績は最適となっていない。この点に関しては、なお検討が必要であ

る。

本章で提案した保針の難易の評価法の妥当性は、SR151部会に関連して、野本らによって実施された保針操舵のシミュレーション結果に典型的に現れている。この実験の様子は別に詳しく報告されている⁷⁾ので、ここでは、その結果のみ示す。用いた船の応答モデルについては付録IIを参照のこと。供試船の操縦性指数をTable 2.3に示す。なお、D5-5'はD5-5で $T_E = 1.25 \text{ sec}$ 、 $\dot{\delta}_{\max} = 6 \text{ deg/sec}$ としたものである。Fig. 2.17は無外乱時の、Fig. 2.18は外乱を印加した時の実験結果である。供試船の位相補償角は 35° ないし 50° のものを含んでおり、前述の人間が成し得る位相補償角の目安である 30° より大きい。この例では位相補償角が 30° 以上になるとほとんど保針不可能になっている。

このシミュレータ実験で用いた外乱は、前述の広島大学のものより小さく、比較的高周波の成分のみを与えている。この場合の人間の操舵はバンバン制御あるいは零つきバンバン制御が主である。しかし、線形制御の概念から導いた保針の評価法はこのような制御法にも妥当性を有しているようである。

2.4.2 操舵員による保針可能限界を示す図表

以上の考察より、船の位相補償角を人間が保針する時の難易を表すパラメータとみなすことができたので、それを使って難易を示す図表を作成できる。

横軸に船の船長船速比を、縦軸にループ幅をとり、位相補償角が 20° 、

30°、40°となる領域をそれぞれを図示したのが Fig. 2.19^{7),12)}である。広島大学及びSR151のシミュレータ実験で用いた供試船をそれぞれ、図中で示してあり、前述の実験結果と見比べるとその難易がよく分かる。

なお、この図表は、 $T_2' = 0.35$ 、 $T_3' = 0.60$ 、 $T_H = 2.5 \text{ sec}$ として計算した。

2.5 操舵機の時定数の影響

以上の考察により、人間の位相補償能力が分かった。ところで、保針制御系の位相遅れは船自身の位相遅れのみならず、当然、2.2でも述べたように、舵の位相遅れにも関係する。そして、それは L/V の小さい船ほど舵の位相遅れが制御系全体の位相遅れに影響する。しかも、船の安定性が問題となるのは、同じ針路不安定度なら大型船ではなく中小型船、低速船ではなく高速船である。

そこで、今、中小型船で操舵機の時定数を半分にする。Fig. 2.17中、ダッシュ（'）のついたD5-5'がそれである。この場合、船自身の安定性が全く変わらなくても、操舵機の時定数を半分にするだけで制御系全体の位相遅れが変わり、 ϕ_c が約半分に減っている。この船の場合、もともとの船（D5-5）自身、Fig. 2.19を見ると分かるように、ほぼ安定限界ぎりぎりのところにいたので、 ϕ_c が半分になっても制御成績はあまり変わらない（Fig. 2.17）。しかし、もし、D5-10やD5-25、あるいはD10-25など歴然と不安定側に踏み込んだ船でその操

舵機の時定数を半分にすると、 ϕ_c を 20° 前後とすることができ、今回は実験を行わなかったが、その制御成績の向上が期待できる。

そして、操舵機の時定数を半分にすることは、操舵機のポンプ・ユニットを2台にするかその容量を倍のものにすることにより可能である。

したがって、特に中小型船においては、その操舵機の時定数が大きく影響し、また、船の安定性を変更することなしに操舵機の時定数を小さくすることにより保針制御系を安定化できる。反対に、操舵機の時定数を大きくするとせっかく保針に問題がなかった船でも保針が非常に難しくなることがある。

2.6 結 論

どのような針路不安定船まで、人間が保針することができるかについて検討した結果、得られた主な結論は次のとおりである。

- (1) 人間による針路不安定船の保針操舵は、位相進みを最大に与えつつ、船の位相遅れが最小になる周波数域にクロスオーバー周波数を一致させるように自らのゲイン特性を調節する形で行われる。
- (2) 人間の与えうる位相進みはおよそ 30° であり、 $\omega < 0.4 \text{ rad/sec}$ の周波数域で操舵機を含めた船の位相遅れが 40° 以上になると保針が困難になる。

(3) 中小型船で操舵機の時定数を小さくすることは、保針性能の改善上、非常に有効である。

(4) 操舵員による保針可能限界を示す図表を求めた。

3 オートパイロットによる保針に伴う推進馬力損失と針路不安定の許容限界

3.1 緒言

1973年のエネルギー危機以来、船舶の経済運航がますます要求され、大洋航行中操舵により誘起された yawing に伴う馬力損失が無視し得なくなった。この馬力損失は船の針路安定性が劣化するほど、あるいは、オートパイロットの性能が劣化するほど大きくなる。

前章のように操舵員による保針可能限界を調べる際には、その操舵時間も限られていることから、あるいは、多少操舵量が大きくなっても航行の安全上、航路を保持する必要があることから、操舵や蛇航による馬力損失は問題とならず、むしろ、操舵員の制御能力が基準となった。しかし、次章で扱うように、残りの航海時間のほとんどを占めるオートパイロットによる保針を評価し、船舶の針路不安定性の許容限界を求めるのには、この推進馬力損失を算定する何らかの評価関数とその基準となる。

こういったオートパイロットの評価関数を最初に扱ったのは野本ら¹³⁾であり、以後、多くの研究がある。それらについては次節で概説する。当初は、オートパイロットの最適調整や速力試験時の操舵の影響を調べるのに用いられていたが、最近では、現代制御理論による適応型オートパイロットの設計上不可欠のものとなってきた。

本章では、その評価関数を平水中直進時からの推進馬力損失の増加率として定義し、その形を導く。そして、各項の係数を決定するために、3隻の模型実験を行い、船体前後方向の流体力を解析する。さらに、その係数

の推定法、実船への換算法（縮率影響）等についても議論する。

3.2 オートパイロットの評価関数に関する従来の研究業績

オートパイロットの評価関数と一口に言っても、その定義により、全く別の表現式になることもある。例えば、オートパイロットとは船の針路を維持するものであり、そのためにはいかなる努力も惜しまないと考えるなら、その評価関数は、

$$J = \int_0^{\tau} (\psi_I - \psi)^2 dt \quad (3.1)$$

となり、命題はこの J を最小にすることとなる。ここで、 τ は航海時間、 ψ は方位角、 ψ_I は指令方位角である。したがって、

$$\psi_e = \psi - \psi_I \quad (3.2)$$

は方位偏差となり、(3.1)式を書き改めると、

$$J = \overline{\psi_e^2} \quad (3.3)$$

となる。 $\overline{\psi_e^2}$ は方位偏差の自乗平均値である。以後は簡単のため、 $\psi_I = 0$ と考え、 ψ_e を単に ψ と書く。

現在、多くの船舶では処女航海時にオートパイロットメーカーのサービ

スエンジニアが乗り込んでコースレコーダを見ながら、その船にあったオートパイロットの係数を調整しているのが現状であり、それは(3.3)式を評価関数としていることになる。しかし、これでは必要以上に操舵機を酷使し、また、操舵により船速が低下する。これを防ぐために、オートパイロットには天候調整機構やフィルターが装備されている。また、実際の調整にあたってサーブスエンジニアは、操舵回数や操舵量をも加味しながら(3.3)式を使っているようである。このように物理量の違うものを評価の対象とする場合、両者間に重みをかけて算術和をとることが多い。すなわち、

$$J = \overline{\psi^2} + \lambda \overline{\delta^2} \quad (3.4)$$

となる。この場合、 λ は任意であり、その決定はほとんど勘に頼られている。さらに、舵角の記録が一般に残らないことから一層その感が強い。したがって、この評価関数は定まった定義により導かれたものではない。

こうした問題に初めて運動学的な解釈を試みたのが3.1でも触れた野本ら(1966)¹³⁾である。要約すると、大洋航行中オートパイロットで保針している船舶は天候調整機構等により、長周期の yawing をすることが多く⁶⁾、その蛇航は無視し得ない推進馬力損失を招く¹⁴⁾。この馬力損失は yawing に伴う慣性抵抗(遠心力)と操舵抵抗に基づくことを模型実験により確認した。つまり、評価関数として次式の形を与えた。

$$J = \overline{\dot{\psi}^2} + \lambda \overline{\delta^2} \quad (3.5)$$

ただし、 λ' は λ と区別するため (') をつけた。

しかし、この評価関数が一般に受け入れられにくかった理由は、直観的で計測の容易な方位偏差の項がないこと、逆に、計測が難しく、しかも、波浪によって直接誘起された部分は差し引かねばならない角速度の項が入っていること、そして、より直接的には、具体的な λ' の値が示されていないことによる（推定方法は示されている）。

このことは、オートパイロットの評価関数を具体的に必要とする対象者が船舶工学を学ぶ者ではなく、電気工学や制御工学を専門とする人々であることを考えるとうなづける。

小山（1967）¹⁵⁾ は、「広い意味での抵抗増加」という概念で大洋航行中の自動操舵を分析し、それを次のように分類した。

1. 航路の延長
2. 遠心力による抵抗増加
 - 波による損失
 - 風による損失
 - 操舵に起因する遠心力による損失
3. 操舵による損失

つまり、蛇航によって針路がそれることを航路の延長という形で表現し、それを抵抗増加と読み換えることにより評価関数の中に取り入れた。一方、遠心力による抵抗増加は野本ら¹³⁾ が指摘したように無視し得ないことがあることを認めながらも、制御系の安定性が十分であるという仮定を置くことによって、うまくかわし、結局、(3.4) 式の直観的な評価関数に

掃着させた。さらに、マリナー船型について λ を求め8程度の値を得た。このような評価関数の定義は、小山もその論文¹⁵⁾で述べているように、見方によると非常にあいまいであるが、いたずらに細かい定義をするよりも船上で明らかに表示される方位偏差と舵角によって評価できるという点で、実用上は大変便利である。

実際、その後、多くのオートパイロットの設計にこの形のもの(小山¹⁵⁾、もしくは、次に述べるNorrbin¹⁶⁾のもの)が使用されている。ところが、反面、この評価関数は、前述のようにある程度直観的に求まるため、その重み λ が運動学的に決まるということを時として忘れて使われている場合がある。小山とNorrbinの導いた λ が相当に違うことがこれに拍車をかけている。

Norrbin (1972)¹⁶⁾は、上述の2論文の外に、海上公試の時のspeed trialに関連した研究等を前提として同様の解析を行った。そして、通常の船舶ではよほどひどいyawing(片幅 $11 \sim 12^\circ$)をしていない限り、航路の延長率は1%を超えないこと、したがって、抵抗増加は主に、遠心力による項と操舵抵抗であることを示した。ここで遠心力による抵抗は暗に自励発振によるものを想定しており、結局、野本ら¹³⁾の提唱したものと一致する。しかし、Norrbinは角速度の項が残ることを避け、自励発振の周期により方位偏差に換算し、最終的には、小山の評価関数¹⁵⁾と同じ形である(3.4)式を導いた。

このように、Norrbinの評価関数は基本的には野本らの評価関数であるから、制御系の安定性を前提とした小山の評価関数と形は同じであってもその重み λ が違うのはある意味で当然である(Norrbinの求めた λ は貨物船型で $0.1 \sim 0.2$ である)。つまり、小山の評価関数における λ は方

位偏差の自乗平均値に対する舵角の自乗平均値の重みであり、Norrbin のそれは、方位角に換算された角速度の自乗平均値に対する舵角の自乗平均値の重みであるから。事実、操舵抵抗の直進時全抵抗に対する割合は舵角の自乗 (rad^2) に比例し、その係数は貨物船型の場合 (もちろん、船速等にもよるが)、両者とも 3 ~ 4 の値を与えており、その推定が妥当なことを示している。しかも、もし、Norrbin が無視した方位偏差の項 (航路延長率) を考慮すると、当然、小山の λ と同様の値を与える。

問題は、小山が制御系の安定性を前提に無視した遠心力による抵抗が果して、野本らや Norrbin の指摘するように大きいのかということである。これについては、第 4 章、第 5 章で数値計算例をもとに議論を進める。結論から言うと、確かに、Norrbin の求めた λ は、自動発振を前提に角速度を方位偏差に換算するなら、ほぼ妥当であり、しかも、自動発振を生じするような制御系の安定性の劣化した領域では $\overline{r_M'^2(\psi^2)}$ そのものも大きい。しかし、小山の言うように、制御系の安定性のよい領域では $\overline{r_M'^2}$ が小さく、たとえそれに重みをかけたところで操舵抵抗には及ばない。ただし、ここで $\overline{r_M'^2}$ とは計測される角速度 (無次元) の自乗平均値のうち、操舵によって誘起された部分をさす。詳しくは、3.4.2 もしくは 3.5.1 を参照のこと。したがって、Källström・Norrbin (1980)¹⁷⁾ が行ったように、すべての制御領域 (オートパイロットの係数を種々変化させて得られる制御空間) に対して、Norrbin の評価関数を用いたのは、その適用範囲を逸脱している。これは、 λ を求めるのに、角速度の項を同一の自動発振周波数で方位角に換算していること、及び、特に、実船実験で実測された角速度をすべて (方位角に換算して) 評価の対象としていることによる。

広田 (1974)¹⁸⁾ は、航海時間増加率及び燃料消費増加率として評価関数を定義し、船長 37 m の練習船を用いた実船実験を行って係数を求めた。その際、実船実験では遠心力による抵抗と操舵抵抗の分離が難しいため、角速度の項は舵角の項に含め、結局、(3.4) 式の形に整理し、この船の場合、 λ は 4 ~ 7 の値を得た。ただし、この形の評価関数では、角速度を舵角に換算するため λ が操縦性指数 K の影響を受ける。広田はさらに、この評価関数 (あるいは後述の (3.6) 式) を用いた時の最適制御則を導いた。

小瀬ら (1976)¹⁹⁾ は、野本ら及び小山の評価関数に基づき、針路安定性に欠ける船の場合、小山の無視した慣性抵抗が小さくないことより、両者を組み合わせた形の評価関数を船速一定のもとでの抵抗増加率として定義した。同時に Series 60 ($C_B = 0.70$) の 3.5 m 模型を使った PMM 試験を実施し、船体前後方向の流体力を解析することにより、その係数を求めた。

$$J = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2' \overline{\delta^2} + \lambda_3' \overline{\dot{\psi}^2} \quad (3.6)$$

$$\lambda_1 = 1/2, \quad \lambda_2' = 1, \quad \lambda_3' = 35$$

ただし、 λ_2' 、 λ_3' は筆者の λ_2 、 λ_3 と区別するため、(') をつけた。原典では、それぞれ λ_1 、 λ_2 となっている。この形が本章で求める評価関数の基本となっている。

Wolters (1977)²⁰⁾ は、燃料消費量一定として航海時間増加率により評価関数を定義し、ほぼ、小瀬らの評価関数と同様な (3.6) 式を導い

た。また、船体に働く力 X 、 Y 、 N 等をすべて翼理論等により推定することにより各流力微係数を求め、それらを用いて評価関数の重み λ_2 、 λ_3 を求めている (λ_1 は $1/2$)。また、スラスト一定及び回転数一定とした時の係数も示している。しかし、翼理論等を用いた各流力微係数や付加質量の推定式 (特に評価関数に用いる船体前後関係のもの) は簡単で魅力的だが、反面、実験値との対応の面などの裏付けや推定式の改良が必要であろう。

金丸ら (1979)²¹⁾ は、評価関数を本章で述べる方法と同じく、船を運航するのに必要なエネルギーの直進時からの増加率として定義した。ただし、 β (船の横流れ角) を ψ と δ で表し、評価関数を求める際も省略しなかったため、6 項より成る評価関数を得た。実際に使用するのには複雑すぎるのではないかと思われる。また、6 項の中で一番重要なのは $\overline{\dot{\psi}^2}$ の項であり、 $\overline{\delta^2}$ の項はさほど重要ではないと述べているが、実測される (あるいは計算される) 角速度すべてを評価の対象としたためではないかと思われる。

Clarke (1980)²²⁾ は、燃料消費増加率を広田¹⁸⁾ と同様に評価関数とした。その時、評価関数は主機馬力増加率、航路延長率及び船速低下率の和で表される。そして、主機馬力増加率を回転数一定、トルク一定などの種々の条件に対して求めた。他の 2 項については、ほぼ、小瀬ら¹⁹⁾ の評価関数と同じである。ただし、船速低下率として表しているため、係数の表現式は違う。そして、その係数もまた、回転数一定、トルク一定などの条件により変化しており、その形は複雑である。ともかく、最終的な評価関数の形はいずれも (3.6) 式となるが、それぞれの条件ごとにその重み λ_i ($i = 1, 2, 3$) を表で与えている。また、航海時間増加率及び

船速低下率を評価関数とした時の重み λ_i も同時に示している。基本的には、本章で用いる評価関数に主機馬力増加率を加えた形（その分だけ、重み λ_i を修正した形）となっている。現在、オートパイロットの評価関数は個々の実船に対して厳密に求める必要はなく、また、できない（ほとんどの流力係数は推定値であり、海象、吃水等によっても変わる）ことを考えると、あまりに厳密で煩雑すぎる評価関数の重みもまた、実際にはかえって使いにくいように思われる。

3.3 オートパイロットの評価関数

3.3.1 オートパイロットの評価関数の定義

3.2で述べたように、オートパイロットの評価関数として、種々のものが定義できる。スラスト増加、船速低下、航路延長、航海時間増加、燃料消費量増加等である。しかも、これらの諸量は、Clarke²²⁾が詳細に検討したように、主機の運転状態等によって違ってくる。すなわち、回転数一定、馬力一定（タービン）、トルク一定（ディーゼル）、スラスト一定等の主機の制御方法や、あるいは、船速一定、航海時間（日数）一定等のように船種や積荷の種類、配船上の問題による運航上の制約が影響する。

ここでは、なるべく一般的な、しかも広範に使える評価関数を定義する目的から、極力、複雑な形は避けたい。また、少なくとも、主機の制御方法の違いは重み λ_i 上に現れにくいことが望ましい。燃料消費量は、一番cost functionの概念に近いようにも思えるが、まさしく、主機の制御方

式に依存するし（実際はあまり変わらないという報告²⁰⁾もある）、実船では、燃料がすべて主機の運転に使われているわけではなく、その計測は極めて困難である。

以上のような考察から、ここでは、船の運航に要するエネルギーの直進中からの増加率として評価関数を定義する。また、その際、オートパイロットの係数の調整如何にかかわらず軽減されないものは評価の対象としない。すなわち、heaving や pitching、さらに波浪によって直接誘起された yawing (swaying) などである。また、これらの運動によって起こる船速低下も考慮すべきでない。実船実験の際は、特に注意すべきである。

3. 3. 2 大洋航行中のエネルギー増加

船が一点から一点へ移動するに要するエネルギー E は次式で定義できる。

$$E = \int_0^{\tau} T \cdot V \, dt = \bar{T} \cdot S \quad (3.7)$$

ここで、 T : プロペラ推力

V : 船速

τ : 航海時間

S : 航海距離 (航路、航程)

バー (—) は、平均値を表す。

もし、船が平水中を操舵なしに直進したとすると、諸量に添字 0 をつけて表せば、そのエネルギー E_0 は次式となる。

$$E_0 = \int_0^{\tau_0} T_0 \cdot V_0 \, dt = T_0 \cdot S_0 \quad (3.8)$$

実際の航海においては、船速等は変化し変動する。それを直進中の値からの増分として各々 Δ をつけて表すと、大洋航行中のエネルギーは次のようになる。

$$\begin{aligned} E &= \int_0^{\tau_0 + \Delta\tau} (T_0 + \Delta T) (V_0 + \Delta V) \, dt \\ &= (T_0 + \overline{\Delta T}) (V_0 + \overline{\Delta V}) (\tau_0 + \Delta\tau) \\ &= (T_0 + \overline{\Delta T}) (S_0 + \Delta S) \\ &\equiv E_0 + \Delta E \end{aligned} \quad (3.9)$$

(3.8)、(3.9)式より、評価関数 J は yawing に伴うエネルギー増加率として求まる。そして2次の微小項を無視することにより、

$$J = \frac{E - E_0}{E_0} = \frac{\Delta E}{E_0} \approx \frac{T_0 \Delta S + \overline{\Delta T} S_0}{T_0 S_0} = \frac{\Delta S}{S_0} + \frac{\overline{\Delta T}}{T_0} \quad (3.10)$$

を得る。

結局、エネルギー増加率を定義とした評価関数は航路延長率 ($\Delta S / S_0$) とスラスト増加率 ($\overline{\Delta T} / T_0$) の二つの和で表されることがわかる。この表現式は、スラスト増加率を抵抗増加率や船速低下率に置き換えることにより、そのまま、小山¹⁵⁾、Norrbin¹⁶⁾ や小瀬ら¹⁹⁾ 等の用いた評価関数になっており、これらの評価関数が二つの増加率の単純和をとったこ

とは、とりもなおさず、評価関数をエネルギー増加率として定義したことを意味する。なお、スラスト増加率を船速低下率に置き換えた広田¹⁸⁾、Wolters²⁰⁾等の評価関数は航海時間増加率として定義されている。また、この場合でも、 X_u ($\frac{\partial X}{\partial u}$ 、 X : x 方向に働く流体力) が若干、スラスト一定、回転数一定等の条件によって変わるものの、重み λ_i は一意に定義できる^{20), 22)}。

3. 3. 3 航路延長率

航路延長率を初めて「広い意味での抵抗増加」として扱ったのは小山¹⁵⁾である。

正弦状の蛇航を考える (ψ は微小量、Fig. 3.1 参照)。

$$\psi = \psi_0 \sin \omega t \quad (3.11)$$

ここで、 ψ_0 : 方位角の振幅 (rad)、 ω : 円周波数。

$$dS = \sqrt{1 + \left\{ \frac{d\psi}{d(\omega t)} \right\}^2} d(\omega t) \quad (3.12)$$

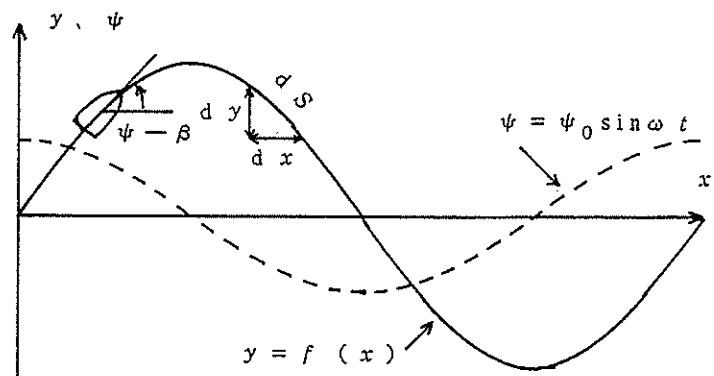


Fig. 3.1 Sinusoidal yawing

で与えられるから、 $0 \leq \omega t \leq \pi/2$ で考えると、

$$S = \sqrt{1 + \psi_0^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2(\omega t)} d(\omega t) \quad (3.13)$$

$$\text{ここで、} k^2 = \frac{\psi_0^2}{1 + \psi_0^2} \ll 1$$

この楕円積分を k^2 について展開し、微小項を省略すると、

$$S \cong \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{1}{4} \psi_0^2 \right) \quad (3.14)$$

を得る。よって、航路延長率 $\Delta S / S_0$ ($S_0 = \pi/2$) は

$$\begin{aligned} \frac{\Delta S}{S_0} &= \frac{1}{4} \psi_0^2 \\ &= \frac{1}{2} \psi^2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

となる。

一方、広田¹⁸⁾ は、Fig. 3.1 において

$$\begin{aligned} dS &= \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \\ &= \sqrt{1 + \tan^2(\psi - \beta)} \\ &\cong \frac{1}{2} (\psi - \beta)^2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

より、正弦状の yawing を仮定しなくても (3.15) 式が求まることを示した。

ここでは、船速の積分より求める方法を示す。

$$\frac{S_0 + \Delta S}{S_0} = \frac{\int_0^{\tau} V dt}{\int_0^{\tau} V \cos \psi dt} \quad (3.17)$$

今、蛇航中の平均船速を \bar{V} とすると、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta S}{S_0} &= \frac{\frac{1}{2} \overline{\psi^2}}{1 - \frac{1}{2} \overline{\psi^2}} \\ &= \frac{1}{2} \overline{\psi^2} + O(\overline{\psi^2}^2) \end{aligned} \quad (3.18)$$

となり、(3.15)式と一致する。

また、

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{2} \overline{\psi^2} \quad (3.19)$$

となることより、(3.15)式の誤差は、航路延長率を(3.19)式で定義したことに相当する。

3.3.4 操舵によるスラスト増加

操縦運動の数学モデルには、流体力のテイラー展開を基本にした Abkowitz²³⁾ や Norrbin²⁴⁾ 等の流体力モデルと、Abkowitzモデルをもとに運動方程式に変換した野本ら⁵⁾ や芳村・野本²⁵⁾ 等の応答モデルが知ら

れている。また、日本造船学会試験水槽委員会（JTTC）第2部会の中に操縦運動の数学モデル検討グループ（略称MMG）が設けられ、理論的考察と詳細な拘束模型試験のもとにMMGモデルと呼ばれる表現式が提案された^{26)~31)}。このモデルは、船体、舵、プロペラに働く力とそれぞれの干渉力を別々に表現し（舵力分離型と呼ばれるゆえんである）、全体に働く流体力を表すところに特徴があり、特に、舵力とその船体及びプロペラとの干渉力の記述に優れている。

ここでは、MMGモデルに従って、流体力を記述する。Fig. 3.2のように座標系をとれば、船体前後方向の流体力は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 m(\dot{u} - v r - x_G r^2) &= X_{\dot{u}} \dot{u} + (X_{v r} - Y_{\dot{v}}) v r \\
 &+ X_{v v} v^2 + X_{r r} r^2 \\
 &+ (1 - t) T - R \\
 &+ (1 - t_R) F_N \sin \delta
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

ここで、 u 、 v 、 r 、 δ ：順に、船速 V の x 及び y 方向成分、回頭角速度、舵角

x_G ：重心の x 座標

m ：船の質量

$-X_{\dot{u}}$ 、 $-Y_{\dot{v}}$ ： x 及び y 方向の付加質量

$X_{v r}$ 、 $X_{v v}$ 、 $X_{r r}$ ：船体運動（ v 、 r ）による抵抗増加係数

$$X_{v r} = \frac{\partial^2 X}{\partial v \partial r}, \quad X_{v v} = \frac{\partial^2 X}{\partial v^2}, \quad X_{r r} = \frac{\partial^2 X}{\partial r^2}$$

t ：スラスト減少係数

T : プロペラ推力 (スラスト)

R : 舵を含んだ船体の直進時抵抗

t_R : 操舵抵抗減少係数

F_N : 舵直圧力

舵の直圧力 F_N は次式で与えられる。

$$F_N = \frac{\rho}{2} A_R U_R^2 f_\alpha \alpha_R \quad (3.21)$$

ここで、

ρ : 水の密度

A_R : 舵の横投影面積

f_α : 舵単独の直圧力傾斜を $\frac{\rho}{2} A_R U_R^2$ で無次元化したもの

α_R, U_R : 舵の有効流入角、有効流入速度

舵の単独性能 f_α としては、準理論的に導かれた藤井の式³²⁾が実用的である。

$$f_\alpha = \frac{6.13 \Lambda}{\Lambda + 2.25} \quad (3.22)$$

ここで、

Λ : 舵のアスペクト比

舵への有効流入角 α_R 、有効流入速度 U_R の記述については、先ほども

触れたように、MMGを主体とした検討が活発に行われてきた。しかし、それは、船に働く横方向の力 Y と重心回りのモーメント N に及ぼす舵力の影響を正当に評価するためであって、そのままのモデルを船体に働く前後力 X にも適用することになる。したがって、以下に、舵への有効流入角 α_R 、有効流入速度 U_R の記述について述べるが、ここでは、操舵による X 力の増加の算定を目的とした簡単化を行うわけであって、 Y 力、 N モーメントについても同様の簡単化を行ってもよいというわけではない。

舵への有効流入速度 U_R は、

$$U_R^2 = u_R^2 + v_R^2 \quad (3.23)$$

のように、それぞれ x 方向成分 u_R と y 方向成分 v_R に分ける。

このうち、 x 方向成分 u_R の記述には、プロペラ・スリップを用いた芳村ら²⁵⁾の表現式(3.24)式と運動量理論に基づく小瀬ら³³⁾の表現式(3.25)式等がある³⁰⁾。

$$u_R = \frac{\epsilon u_P}{1-s} \sqrt{1 - 2(1-\eta\kappa)s + \{1 - \eta\kappa(2-\kappa)\}s^2} \quad (3.24)$$

$$u_R = \epsilon u_P \sqrt{1 + \kappa_1 \frac{8K_T}{\pi J^2}} \quad (3.25)$$

ここで、 u_P ：プロペラ流入速度（ x 方向成分）

ϵ ：舵位置での有効伴流とプロペラ有効伴流の比

$$\epsilon = (1 - w_R) / (1 - w_P)$$

w_P ：有効伴流係数

w_R : 舵位置での有効伴流係数

s : プロペラ・スリップ

$$s = 1 - u_p / (n P)$$

n : プロペラ回転数

P : プロペラ・ピッチ

η : プロペラ直径 D と舵高さ H の比 ($D > H$ の時、 $\eta = 1$)

κ : プロペラ増速率の舵位置での修正係数 k_x と有効伴流の舵位置での修正係数 ϵ の比^{25), 30)}

$$\kappa = k_x / \epsilon$$

κ_1 : プロペラ増速率の舵位置での修正係数、ただし、上の κ とは定義が違ふ^{20), 28), 33)}

K_T : プロペラ・スラスト係数

$$K_T = T / (\rho n^2 D^4)$$

J : プロペラ前進率

$$J = V / (n D)$$

(3.24) 式において実験係数である ϵ 、 κ (k_x) は、それぞれプロペラ・スリップが 0 及び 1 の時に対応して求まる。すなわち、

i) $s = 0$ の時、

$$\frac{u_R}{u_p} = \frac{u_R}{nP} = \epsilon \quad (3.26)$$

ii) $s = 1$ の時、

$$\frac{u_R}{n P} = \epsilon \kappa \sqrt{\eta} = k_x \sqrt{\eta} \quad (3.27)$$

なお、 ϵ は、プロペラをはずした状態の $(1 - w_R)$ から求まる。何隻かの実験結果によると肥えた船では $1 \sim 1.6$ 、やせた船では $0.8 \sim 1$ ぐらいの値をとるようである^{25),34)}。

一方、 k_x は、岡田³⁵⁾ が指摘したように通常の1軸1舵船では $k_x \approx 0.6$ はよい近似値を与える²⁵⁾。

(3.25) 式においては、 ϵ は上で述べた方法で求まるが、むしろ、 ϵ 、 κ_1 とともに実験係数とみなして、(3.25) 式を変形し、

$$\left(\frac{u_R}{u_P}\right)^2 = \epsilon^2 \left\{ 1 + \kappa_1 \left(\frac{8 K_T}{\pi J^2}\right) \right\} \quad (3.28)$$

より最小自乗法により求める方がよい。

Fitting 精度はどちらもそれなりによいが、後者の場合、肥えた船では κ_1 が極端に小さくなることもあり、 κ_1 そのものの成り立ちからして係数が不自然な場合がある。

なお、 u_P は直進時には

$$u_P = (1 - w_{P0}) u \quad (3.29)$$

と表せる。船が運動中の場合、その影響を受けるが、それについては3.

4.3で述べる。ここでは、保針操舵による微小運動中であることを考え、一応、無視して考える。

また、舵への有効流入速度の y 方向成分 v_R は、操縦運動に伴う舵位置での見かけの横流れ速度、 $v + l_R r$ を用い、

$$v_R = v_{RP} - \gamma_R (v + l_R r) \quad (3.30)$$

ここで、 v_{RP} : プロペラ回転流などによって生じる舵位置での y 方向流速

γ_R : 操縦運動による整流の効果を表す修正係数

藤井³²⁾による整流係数 γ とは、

$$\gamma = \gamma_R (V / u_R)$$

なる関係にある。

l_R : 旋回運動 r の舵位置での y 方向流速に対する修正係数で、舵位置の x 座標 x_R の約2倍となる。

で表せるが、ここでは u_R に比べ小さいので無視する。

舵への有効流入角 α_R は δ 、 u_R 、 v_R により次式で表現できる^{30),33)}。

$$\alpha_R = -\delta + \frac{v_{RP}}{u_R} + \gamma_R \frac{v + l_R r}{u_R} \quad (3.31)$$

(3.30)式において、 x 方向の操舵抵抗を算定する目的から $v_R \ll u_R$ とみなしたことより、 $v_R \cong 0$ 、さらに、 $v_{RP} \cong 0$ とみなせば、

$$\alpha \cong -\delta$$

(3.32)

となる。Y力、Nモーメントにおいては、こうすると、操舵に及ぼす運動の影響、すなわち、旋回抵抗を無視して、旋回力のみ評価したことになり、おかしい。しかし、ここではあくまで、保針運動中であり、操舵によるX力の増加を算定する場合には、(3.32)式の近似はさほど不自然なものではない。大舵角旋回時や大きな蛇航をする時の船速低下の計算ではその影響が現れるので注意が必要である。ただし、同様の近似により導かれた芳村・野本の船速応答方程式を用いた定常旋回試験のシミュレーション計算結果²⁵⁾を見ると、他の要素もあって一概には言えないが、20°旋回ぐらいまでは、(3.32)式の近似の影響はさほどなさそうである。さらに、(3.31)式の計算を厳密に行っても、Y、Nの非線形流体力の推定をうまく行わないと船速の推定精度はさほど上がらない。

以上のような流体力のモデル化及び簡略化を行うことにより、操舵によるX力の増加(操舵抵抗)を次のように記述できる。なお、(3.20)式における $(1-t_R)$ については3.4.3で述べる。

$$F_N \sin \delta \cong -R_{\delta\delta} \delta^2 \quad (3.33)$$

ここで、

$$\begin{aligned} R_{\delta\delta} &= \frac{\rho}{2} A_R U_R^2 f_\alpha \\ &\cong \frac{\rho}{2} A_R u_R^2 f_\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\rho}{2} A_R \epsilon^2 u_p^2 g(s \text{ or } J) f_\alpha \\
&\cong \frac{\rho}{2} A_R \epsilon^2 (1-w)^2 g(s \text{ or } J) f_\alpha V^2
\end{aligned}
\tag{3.34}$$

ただし、 $g(s \text{ or } J)$ は、それぞれ (3.24) 式、(3.25) 式に対応して次のように定義する。

$$g(s) = \frac{1}{(1-s)^2} \{ 1 - 2(1-\eta\kappa)s + \{1-\eta\kappa(2-\kappa)\}s^2 \}
\tag{3.35}$$

$$g(J) = 1 + \kappa_1 \frac{8K_T}{\pi J^2}
\tag{3.36}$$

(3.34) 式中、 ϵ 、 $(1-w)$ 、 $g(s \text{ or } J)$ とともに船速の影響を受けるが、船速変動があまり大きくなければ、定常直進時 ($V = V_0$) の値を用いて、次のような取り扱いができる。すなわち、

$$R_{\delta\delta} = R_{\delta\delta 0} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2
\tag{3.37}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
R_{\delta\delta 0} &= \frac{\rho}{2} A_R \{ \epsilon^2 (1-w_0)^2 g(s \text{ or } J) \}_{V=V_0} \\
&\quad \times f_\alpha V_0^2
\end{aligned}
\tag{3.38}$$

一方、舵を含んだ船体の直進時の抵抗は次式で表現でき、 $u = V_0$ で R_{uu} ($= -X_{uu}$) を求めておいても、通常の船速範囲では R_{uu} 一定

とみなせる。

$$R = R_{uu} u^2 \quad (3.39)$$

直進中は、

$$T_0 (1 - t) = R_0 (V_0) \quad (3.40)$$

であり、3.4.2でも述べるように(1-t)は運動中もほとんど一定とみなせる。

一般に、保針中の船の運動は、たとえ、自励発振と呼ばれる状態であっても完全に外乱がない限り、単一の正弦波ではない。しかし、今、保針中の平均的なスラスト増加を扱う際には、その平均する時間が十分長ければ複雑な運動の各素成波ごとの1周期平均を求めその和をとることができる。

(各素成波間の連成項は周期が違えば0になる。) また、不規則波の自乗平均値は各素成波の自乗平均値の和であることから、もし、単一の素成波に対する平均的なスラスト増加がその素成波の自乗平均値で表されれば、不規則運動の自乗平均値を素成波の自乗平均値に置き換えることにより、結果的には、各素成波の自乗平均値の和をとったことになり、不規則運動時の平均的なスラスト増加が求まる。

したがって、ここでは、単一の正弦運動を考える。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \delta_0 \sin \omega t \\ r &= r_0 \sin (\omega t - \varphi_r) \\ v &= v_0 \sin (\omega t - \varphi_v) \end{aligned} \right\} (3.41.)$$

(3.33)、(3.39)、(3.40)式を考慮し、(3.41)式を(3.20)式に代入し、その1周期平均を求める。なお、スラスト、抵抗、及び、船速の増加量をそれぞれ ΔT 、 ΔR 、 ΔV とし、平均値はバー(—)で示す。

$$\begin{aligned} & \frac{m}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dot{u} - v r - x_G r^2) \cdot d(\omega t) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{ X_{\dot{u}} \dot{u} + (X_{vr} - Y_{\dot{v}}) v r + X_{vv} v^2 + X_{rr} r^2 \\ &+ (1-t) (T_0 + \Delta T) - (R_0 + \Delta R) + F_N \sin \delta \} d(\omega t) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} (1-t) \overline{\Delta T} &= - (m + \overline{X_{vr}} - \overline{Y_{\dot{v}}}) \\ &\times \frac{v_0 r_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\omega t - \varphi_v) \cdot \sin(\omega t - \varphi_r) d(\omega t) \\ &\quad - \overline{X_{vv}} \frac{v_0^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t - \varphi_v) d(\omega t) \\ &\quad - (m x_G + \overline{X_{rr}}) \frac{r_0^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t - \varphi_r) d(\omega t) \\ &\quad + R_{\delta\delta} \frac{\delta_0^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \omega t d(\omega t) \\ &\quad + R_0 \left\{ \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \right\} \end{aligned} \quad (3.43)$$

(3.43)式の両辺を R_0 で除し、各微係数が変わらないとすれば、

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\Delta T}}{T_0} &= - \frac{(m + \overline{X_{vr}} - \overline{Y_{\dot{v}}})}{2R_0} v_0 r_0 \cos(\varphi_v - \varphi_r) \\ &\quad - \frac{\overline{X_{vv}}}{2R_0} v_0^2 - \frac{(m x_G + \overline{X_{rr}})}{2R_0} r_0^2 + \frac{R_{\delta\delta}}{2R_0} \delta_0^2 \\ &\quad + \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \end{aligned} \quad (3.44)$$

を得る。

通常の旋回中や周期の長い yawing 中であれば、

$$v = -l_{PP} r \quad (3.45)$$

ここで、 l_{PP} : 転心 (pivoting point) の x 座標で通常 $0.4 L \sim 0.5 L$ 。

とみなせる。これを (3.43) 式に代入し、 r_0^2 、 δ_0^2 をそれぞれ、 $\overline{r^2}$ 、 $\overline{\delta^2}$ と自乗平均値で表すことにより、スラスト増加率の表現式を得る。

$$\frac{\overline{\Delta T}}{T_0} = \frac{\{ l_{PP} (m + X_{vr} - Y_{\dot{v}}) \cos(\varphi_v - \varphi_r) - l_{PP}^2 X_{vv} - (m x_G + X_{rr}) \}}{R_0} \frac{1}{r^2} + \frac{R_{\delta\delta}}{R_0} \frac{1}{\delta^2} + \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \quad (3.46)$$

さらに、次のような無次元化を行う (船速を V とする)。

$$\left. \begin{aligned} X_{vv}, X_{uu}, R_{uu} &: \frac{1}{2} \rho L^2 \\ m, X_{vr}, Y_{\dot{v}} &: \frac{1}{2} \rho L^3 \\ X_{rr}, R_{rr} &: \frac{1}{2} \rho L^4 \\ R_{\delta\delta}, R &: \frac{1}{2} \rho L^2 V^2 \\ r \text{ (rad/sec)} &: V/L \\ l_{PP}, x_G \text{ etc.} &: L \\ u, v \text{ etc.} &: V \end{aligned} \right\} (3.47)$$

ただし、次のように定義する。

$$R_{rr} \equiv l_{pp} (m + X_{vr} - Y_v) \cos(\varphi_v - \varphi_r) - l_{pp}^2 X_{vv} - (m x_G + X_{rr}) \quad (3.48)$$

また、

$$R' = R'_{uu} u'^2 \quad (3.39)$$

であるから、

$$R'_0 = R'_{uu} \quad (3.49)$$

以上より、結局、スラスト増加の無次元化表示は次式となる。

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} \left(\frac{\bar{V}}{V_0}\right)^2 \frac{1}{r'^2} + \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}} \left(\frac{\bar{V}}{V_0}\right)^2 \frac{1}{\delta^2} + \left(\frac{\bar{V}}{V_0}\right)^2 - 1 \quad (3.50)$$

ここで、(3.37)式の仮定より

$$R'_{\delta\delta} \doteq R'_{\delta\delta 0} \quad (3.51)$$

である。(3.50)式中の $R'_{\delta\delta}$ は、本来、 $V = \bar{V}$ の時の係数(無次元

化は $(\rho/2) L^2 \bar{V}^2$ による) を用いるべきであるが、 \bar{V} が V_0 とさほど違わなければ、 $V = V_0$ の時の係数 (無次元化は $(\rho/2) L^2 V_0^2$ による) を用いてもかまわない。

3. 3. 5 オートパイロットの評価関数とその変形

(3. 10) 式により定義したオートパイロットの評価関数は、結局、(3. 15) 式及び (3. 50) 式より、次のように表される。

$$J = \frac{1}{2} \overline{\psi^2} + \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}} \left(\frac{\bar{V}}{V_0} \right)^2 \overline{\delta^2} + \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} \left(\frac{\bar{V}}{V_0} \right)^2 \overline{\frac{r^2}{M}} + \left(\frac{\bar{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \quad (3. 52)$$

つまり、大洋航行中のエネルギー増加 (推進馬力損失) は、方位偏差、角速度、舵角の自乗平均値に比例するとともに、船速低下率の自乗にも関係することが分かる。

通常の船舶では、主機の種類により回転数一定、トルク一定等の制御が行われており、その条件のもとに自然減速が起こっている。(3. 52) 式はこういう状況において定義されており、他に運航上の制約があって意図的に船速を変化させた場合等では使えない。すなわち、(3. 52) 式は、たとえ直進中であっても、船速が遅ければ遅いほど少ない馬力ですむ (当然である) ことになるから。もし、そういう状況で使用する場合には、 V_0 は、同一状態で直進した時の船速を用いなければならない。

ここでは、(3. 52) 式が船速の影響を受けないようにする応用とし

て、次の二つの制約条件を考える。

もし、蛇航中も、直進時と同じ船速を維持させるように主機の回転数を上げる「船速一定」という条件では、明らかに、

$$J = \frac{1}{2} \psi^2 + \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}} \delta^2 + \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} r_M'^2 \quad (3.53)$$

となる。この式は、逆の見方をすると、蛇航中の船速 \bar{V} で直進するに要するエネルギーからの増加率とみなすことができ、蛇航による船速低下（は抵抗増加の1/2程度）がさほど大きくない状況では（3.53）式はそれほど無理な変形ではない。ただし、（3.10）式の定義から2次の微小項を無視したという意味なら次式を使うべきであろう。

$$J = \frac{1}{2} \psi^2 + \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}} \delta^2 + \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} r_M'^2 + \left(\frac{\bar{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \quad (3.54)$$

一方、もう一つの制約条件として「航海時間一定」を選ぶ。この時、船速は蛇航した分だけ増さねばならない。すなわち、

$$\Delta V = \frac{\Delta S}{\tau_0} = \frac{\Delta S}{S_0} \cdot \frac{S_0}{\tau_0} = \frac{1}{2} \psi^2 V_0 \quad (3.55)$$

で求められる。したがって、（3.55）式を、2次の微小項を省略した（3.54）式に代入することにより、

$$J = \frac{3}{2} \psi^2 + \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}} \delta^2 + \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} r_M'^2 \quad (3.56)$$

を得る。

結局、オートパイロットの評価関数は、一般には船速低下率を含んだ(3.52)式あるいは(3.54)式で表されるが、船速に何らかの制約条件を加えることにより次式で定義できる。ただし、100倍にしてパーセント表示にしたものを改めて J とする。

$$J = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \overline{r_M'^2} \quad (3.57)$$

ここで、 $\lambda_1 = \begin{cases} 50 & : \text{constant speed} \\ 150 & : \text{on schedule} \end{cases}$

$$\lambda_2 = 100 \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}}$$

$$\lambda_3 = 100 \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}}$$

この式は船速の項を含まないので便利である。というのは、船速の計算や計測はめんどうであるから。実船計測の際、係数の無次元化に使う船速は平水中直進時の船速 V_0 ではなく、波浪中直進時の船速 \bar{V} である。

3.4 船体前後方向に働く流体力の計測とその推定

3.4.1 模型実験の概要

前節で求めたオートパイロットの評価関数を実際に使うためには、その重み λ_i を求めなければならない。そして、その重み λ_i は船体前後方向に働く流体力を計測し解析することにより求まるが、抵抗試験以外は計測される流体力が小さくなかなか精度のよい計測データが得にくいため、計測例はさほど多くはない。

本節では3隻の模型船について実験を行った結果を示す。実験は広島大学の Planar Motion Mechanism (PMM) を用いた PMM 試験と、一部、東京大学の船舶航海性能試験水槽での Circular Motion Test (CMT) とからなる。

Table 3.1 に用いた供試船の主要目を、Fig. 3.3 ~ Fig. 3.5 に Body Plan 等を示す。また、Table 3.2 に評価関数の重み λ_i を求めるのに必要な主な流体力微係数等を示す。

以下にその実験結果とその推定法を示す。さらに、実際には、実船に換算する必要があるため、実船と模型船の縮率影響について言及する。

3.4.2 船体運動 (Sway, Yaw) に伴う抵抗増加

(3.46) 式や (3.48) 式より明らかのように、船体運動 (sway, yaw) に伴う抵抗増加 ΔR_r は次式で表現できる。

$$\begin{aligned}
\Delta R_r &= - (m + X_{v_r} - Y_{\dot{v}}) \overline{v r} \cos(\varphi_v - \varphi_r) \\
&\quad - X_{v v} \overline{v^2} - (m x_G + X_{r r}) \overline{r^2} \\
&= \{ l_{p p} (m + X_{v_r} - Y_{\dot{v}}) \cos(\varphi_v - \varphi_r) \\
&\quad - l_{p p}^2 X_{v v} - (m x_G + X_{r r}) \} \overline{r^2}
\end{aligned}
\tag{3.58}$$

あるいは両辺を $(\rho/2) L^2 V^2$ で無次元化すると、

$$\begin{aligned}
\Delta R_r' &= R_{r r}' \overline{r'^2} \\
&= \{ l_{p p}' (m' + X_{v_r}' - Y_{\dot{v}}') \cos(\varphi_v' - \varphi_r') \\
&\quad - l_{p p}'^2 X_{v v}' - (m' x_G' + X_{r r}') \} \overline{r'^2}
\end{aligned}
\tag{3.59}$$

このうち、遠心力の船長方向成分である $(m - Y_{\dot{v}}) \overline{v r} \cos(\varphi_v - \varphi_r)$ が主要であり、他は無視し得ることが知られている。事実、そのことは、Table 3.2 の流体力微係数を見ても明らかである。ただし、 $X_{v r}$ はその主要項に影響するため小さくないと言える。

船体横方向の付加質量 m_y ($= -Y_{\dot{v}}$) はPMMを使った pure swaying test により求まる。また、そのデータが得られない時には元良のチャート³⁶⁾により推定できる。

一方、流体力微係数 $X_{v r}$ に関する情報は少ない。理想流体中であればこの項は0になるはずであるが、粘性や自由表面の影響により現れると考えられており、長い間、0もしくは反対に $(-Y_{\dot{v}})$ に等しいとして取り

扱われていた。この項の値について初めて言及したのは Norrbin (1971) で、実船試験の旋回試験時の船速低下のデータを解析し、ばらつきは大きいものの $(X'_{\dot{v}_r} - Y'_{\dot{v}})$ は $(-Y'_{\dot{v}})$ の 20 ~ 50 % に達することを示した²⁴⁾。

同時に、拘束模型試験技術の発達に伴い、いくつかのヨーロッパの試験水槽で 1970 年ごろより模型船のデータが出始めた。Wagner Smitt · Chislett (1972)³⁷⁾ は 1 隻のコンテナ船と 2 隻のタンカーについて、この項を $(X'_{\dot{v}_r} - Y'_{\dot{v}})$ と $(-Y'_{\dot{v}})$ の比で示した。Leeuwen · Journée (1972)³⁸⁾ と Wagner Smitt · Chislett (1974)³⁹⁾ の詳細な研究も $X'_{\dot{v}_r}$ のデータを含んでいる。日本では、小川 (1973)⁴⁰⁾、小瀬ら (1979)³³⁾ や松本ら (1980)⁴¹⁾ がこの項の計測を行い、その後も、各研究所の整備に伴い、徐々にデータが蓄積されつつある。

これらのデータをもとに著者は $X'_{\dot{v}_r}$ の推定チャートを作成した。Fig. 3.6 にそのチャートを、Table 3.3 にそのチャートに用いた供試船の主要目と流体力微係数 $(X'_{\dot{v}_r}, -Y'_{\dot{v}})$ を示す。なお、プロット点数は十分ではなく、かつ、ばらつきも大きい、ほぼ、 $(X'_{\dot{v}_r} - Y'_{\dot{v}}) / (-Y'_{\dot{v}})$ は C_B に比例していることが分かる。なお、図中の実船は最小自乗法で求めたものではなく破線で囲んだ領域から推定したものである。もし、大ざっぱな推定でよければ、修正係数 C_m は、

$$C_m = (X'_{\dot{v}_r} - Y'_{\dot{v}}) / (-Y'_{\dot{v}}) \doteq C_B \quad (3.60)$$

とみなしてもよい。

いずれにせよ、今後ともデータの蓄積及び理論的考察が待たれる項であ

る。

他方、sway 及び yaw 運動に伴う抵抗増加はさほど顕著ではなく、十年前まではほとんどデータがなかった。神中ら (1962)⁴²⁾ は航空機のデータから X_{vv} の推定式を提案した。Norrbin (1971)²⁴⁾ はいくつかの模型実験から X_{vv} の推定式を導いた。Wolters (1977)²⁰⁾ は一方、船体に働く揚力の船体前後方向成分として X_{vv} 及び X_{rr} を船の主要目より求めた。しかし、実験値との対応は十分ではないようである。

Model A, B 及び C における斜航及び旋回試験結果を Fig. 3.7 ~ Fig. 3.12 に示す。図中、 β は船の横流れ角 (単位 deg) であり、Fig. 3.10 の v_0 と r_0 はそれぞれ P M M 試験における sway 及び yaw 運動の振幅を表す。ここで、斜航試験より得られる X'_{vv} (obl.) と pure sway 試験より得られる X'_{vv} (p.s.) との間には次の関係がある。

$$X'_{vv} \text{ (obl.)} = X'_{vv} \text{ (p.s.)} - X'_{uu} \quad (3.61)$$

Fig. 3.7 及び Fig. 3.9 中の実線は X'_{vv} (obl.) を用いて求めたものであり、Table 3.2 中の X'_{vv} は X'_{vv} (p.s.) である。Fig. 3.7 及び Fig. 3.9 中の数値を見比べれば上の関数がよく合っているのが分かる。これらの結果より、運動が大きくなれば (3.20) 式の表現式が妥当であることが分かるが、 X'_{vv} と X'_{rr} の傾向はすべての船で必ずしも定かではない。すなわち、 X'_{vv} と X'_{rr} は必ずしも抵抗側に働くとは言えず、推力側 (船体抵抗を減らす方向) に効くこともある。特に、model C において X'_{vv} は Fig. 3.11 に見られるように単純な 2 次曲線とはみなされない。ここでは v' の小さな範囲では $X'_{vv} = 0$ とした。

最後に、考慮すべき項は sway と yaw の位相遅れである。この項により、操舵によって誘起された船体運動と波浪により直接誘起された運動が分離できる。この問題については、すでに野本ら¹³⁾ 及び小山¹⁵⁾ によって述べられている。

操舵により誘起された sway と yaw の位相差は、操舵運動の応答方程式においてその指数 T_3 と $T_{3\beta}$ の違いによって表現できる。通常、 $T_{3\beta} \cong 0.3 T_3$ と言われており、その一例を第4章のEシリーズ船 ($2\delta_c = 10^\circ$) について示したのが Fig. 3.13 である。この船の場合、 $\omega \times (L/V) \cong 3$ で最小値約 0.85 となるが、それより低周波域でも、逆に高周波域でも値は1に近づく。通常、よほどの小型船や高速船でないかぎり、オートパイロットで保針している時、その操舵周期（したがって操舵によって誘起された運動周期）は、自動発振や変動風による 0.01 付近と、波によって誘起される $\omega > 0.2 \sim 0.3$ の所である。このうち、波によって誘起された操舵は、操舵機やオートパイロットに含まれるフィルター特性のために、ほとんど yawing (swaying) には現れてこない。したがって、オートパイロットで保針中は、

$$\cos(\varphi_v - \varphi_r) \cong 1 \quad (3.6.2)$$

と見なしてもさしつかえない。なお、その際 $\overline{r'^2}$ は $\overline{r_M'^2}$ となる。

一方、波によって直接誘起された sway 及び yaw は波との出会い角にもよるが通常、約 90° 位相がずれている。そのため、この sway と yaw による遠心力成分はほとんど0となる。したがって、結局、操舵によって誘起された船体運動のみを遠心力の抵抗成分として考慮すればよいことに

なる。ただし、小山¹⁵⁾は、ある追い波状態で波によって直接誘起された遠心力が無視し得ない大きさとなる周波数帯があることを指摘しており、注意が必要である。

3.4.3 操舵に伴う抵抗増加

操舵による抵抗増加は、船体運動による抵抗増加と同様に舵角の自乗に比例することが古くから知られている。したがって、 X'_{vv} や X'_{rr} と同様に舵角試験を行うことにより、流体力微係数 $R'_{\delta\delta}$ を直接求めることができる。Fig. 3.14 ~ Fig. 3.16 に各模型船の舵角試験結果を示す。

一方、3.3.4でも示したように、MMGモデルに従って、舵に働く流体力が推定でき、その抵抗成分として微係数 $R'_{\delta\delta}$ を求めることができる。本節では、MMGモデルの有効性を検証しつつその表現式にならって $R'_{\delta\delta}$ を定める。その表現式とは、(3.34)式より、

$$R'_{\delta\delta} = \frac{\rho}{2} A_R \epsilon^2 u_p^2 g (s \text{ or } J) f_\alpha \quad (3.63)$$

あるいは、両辺を $(\rho/2) L^2 V^2$ で無次元化して、

$$R'_{\delta\delta} = \epsilon^2 u_p'^2 g (s \text{ or } J) f'_\alpha \quad (3.64)$$

ここで、 $u_p' = u_p / V$

$$f'_\alpha = f_\alpha \cdot A_R / L^2$$

となる。

ただし、本節では、3.3.4でも述べたように、MMGモデルの主目的である船に働く横方向の力 Y と重心回りのモーメント N への舵力の評価ではなく、船体前後方向に働く抵抗成分としての評価を行う目的から、有効流入速度 U_R 及び有効流入角 α_R にはすでに簡略化を行っている。この近似は、船が保針中で、船体運動が小さく、かつ、速度、回転数の変動がそう大きくない状態では大きな誤差を与えるものではない。

参考までに、Fig. 3.17～Fig. 3.19に各模型船の u_R / u_P を示す。図中、破線は、プロペラを外したHR状態から、一点鎖線はスリップが0の実験から、それぞれ、 ϵ を決め、あとの実験点より最小自乗法によって κ_1 を求めたものであり、実線は、 ϵ 、 κ_1 とも最小自乗法により求めたものである。なお、model Aでは、スリップが0より ϵ を求めたものと、最小自乗法により ϵ を求めたものがほとんど一致するので前者は示していない。これらの図から分かることは、物理的に求めた ϵ を使って κ_1 を決めるより、最初から ϵ 、 κ_1 とも最小自乗法により決めた方が実験点とよく合う。ただし、その場合、特に κ_1 において肥大船ではその物理的意味を失う傾向がある。

また、Fig. 3.20～Fig. 3.21にmodel Aとmodel Cの $\delta_R (u_R / V)$ を示す。ここで、 δ_R とは、操縦運動中、舵の直圧力が0となる舵角であり、(3.31)式より次式で求まる。

$$\delta_R = \frac{v_{RP}}{u_R} + \gamma_R \frac{v + l_R r}{u_R} \quad (3.65)$$

この図より、 γ_R 、 l_R 、 v_{RP} / u_R が求まるが、 γ_R は実験状態に

よらずほぼ 0.4~0.5 となり、 $l'_R (= l_R / L)$ は $x'_R (\cong -0.5)$ ではなく -0.9 ~ -1.0 となる。しかし、 v_{RP} / u_R はプロペラ荷重度により変化し、また、 $\beta - l'_R r'$ が負の一部で、 $\delta_R (u_R / V)$ が一定となる範囲やその大きさも、荷重度に伴って変化する。

一方、プロペラへの有効流入速度 u_P は船体運動のない状態では、

$$u_P = (1 - w_{P0}) u \quad (3.29)$$

と表せるが、船体運動がある場合には、当初^{26),31)}、次式で表現された。

$$u_P = u \{ (1 - w_{P0}) + \tau (v' + C_P |v'| |v'| + x'_P r')^2 \} \quad (3.66)$$

右辺第2項が運動による流速変化を表し、 τ 、 C_P は実験係数、 x'_P は船長で無次元化したプロペラ位置の x 座標である。

その後、小瀬ら³³⁾ は、down wash の効果を表す $C_P |v'| |v'|$ の項は、横流れ速度ではなく、プロペラ位置における見かけの横流れ速度

$$v'_P = v' + l'_P r' \quad (3.67)$$

で表すことを提案した。すなわち、

$$u_P = u \{ (1 - w_{P0}) + \tau (v'_P + C_P |v'_P| |v'_P|)^2 \} \quad (3.68)$$

で与えられる。一方、松本ら⁴¹⁾は上式で down wash の項を省略し、かわりに v と r の左右非対称項を考慮して次式を提案した。つまり、

$$u_p = u \{ (1 - w_{p0}) + \tau (v_p'^2 + C_{pv} v' + C_{pr} r') \} \quad (3.69)$$

さらに、小瀬⁴³⁾は、操縦運動による伴流率の変化としてこれを扱い、

$$u_p = u (1 - w_{p0}) \{ 1 + \tau (v_p' + C_p |v_p'| + v_p')^2 \} \quad (3.70)$$

と表し、 l_p' を実験係数として扱えば、プロペラ荷重度の変化や縮率影響に伴う伴流率の変化にも対処し得るとした。

Fig. 3.22 ~ Fig. 3.24 に $(1 - w_p)$ を示す。なお、実線は (3.70) 式に従って求めたものであり、得られた係数を Table 3.4 に示す。 l_p' は $-0.4 \sim -0.5$ でおおよそ x_p' (プロペラ位置の x 座標) に等しい。また、Fig. 3.23 中の破線は比較のため、(3.69) 式を用いて求めたものであり、 $\tau = 1.703$ 、 $C_{pv} = -0.2061$ である。 $(1 - w_p)$ の変化の大きい肥大船では、(3.69) 式で表現するのにやや無理があるものの、他の表現式では、Table 3.4 に示すように、 $\beta - l_p' r'$ の正負で係数を変える必要があり、さらに、その係数の同定が難しい点などから、簡便な表現式として (3.69) 式は有効であるといえる。

ここでは、肥大したタンカーでやや無理があるものの、保針中というこ
とより、(3.64) 式で用いる u_p' は直進中の値、すなわち、 $(1 - w_{p0})$

を用いる。

他方、(3.62)式では直接用いないが、 $(1-t)$ は船体運動によりあまり影響を受けないようである。Fig. 3.25～Fig. 3.27に各船の $(1-t)$ をプロペラ位置での見かけの横流れ角 $\beta - \frac{1}{2}r'$ を用いて整理する。若干の変動や運動によるばらつきも見られるものの定性的傾向はなくその変化も小さい。したがって、3.3.4で扱ったように $(1-t)$ は直進中の値をもって代表させる。

以上の考察により、(3.62)式に示す $R'_{\delta\delta}$ が求まるわけであるが、松本ら⁴¹⁾は実測値が、この式で求まる値の約70%にしか達しないことをコンテナ船において示し、これを修正係数 $(1-t_R)$ を用いて、操舵に伴う抵抗増加 ΔR_{δ} を次式で求めた。(無次元化は $(\rho/2)L^2V^2$ による。)

$$\Delta R'_{\delta} = (1-t_R) R'_{\delta\delta} \overline{\delta^2} \quad (3.71)$$

本節で用いた模型船の場合、model A及びBでは、ほぼ、 $(1-t_R) \approx 1$ であったが、model Cの場合、Fig. 3.28に示すように、やはり、 $(1-t_R) = 0.70$ となっている。他にも、こういう模型船の例が知られており、さらに、多くの実験が待たれる。

3.4.4 実船の評価関数

以上の考察により3隻の模型船についてそのオートパイロットの評価関数が得られた。しかし、実際には、対応する実船の評価関数を求める必要があり、各流体力係数を実船に換算しなければならない。

操縦性における縮率影響の問題は、それがさほど顕著でない場合が多く、また、船体抵抗のようにそれが直接有効馬力の推定に影響しないためか、古くからの問題の割にはいまだにはっきりとした方法はない。ただ、小舵角旋回時に模型船の方が若干安定側に出るといった定性的なことしか知られていない。本節では、それを、船体抵抗係数、有効伴流係数や前進率あるいはプロペラ・スリップの変化に注目して推定する。

Model A は対応する実船がないため、50、100、150 及び 200 m L_{PP} の貨物船として換算した。Model B 及び C はそれぞれ、276 m 及び 350 m L_{PP} の実船（タンカー）に換算した。

船体抵抗係数 R'_{uu} は、抵抗推進の分野で行れる通常の方法により対応する実船の値を求めた。操舵抵抗係数 $R'_{\delta\delta}$ の推定に重要な役割を果たす有効伴流係数 $(1-w)$ は矢崎の方法⁴⁴⁾あるいは船研の方法⁴⁵⁾により求めた。他の実験係数や流体力微係数 X'_{uv} 、 X'_{vv} や X'_{rr} に関する縮率影響はほとんど知られていない。最近、藤井⁴⁶⁾ は Y や N に関する流体力微係数を

$$\epsilon_i = \frac{1 - w_m}{1 - w_s} \quad (3.72)$$

なる有効伴流比を用い、 $\epsilon_i \approx 0.85$ にとれば、ほぼ実船の操縦性能と一致することを示した。また、芳村ら⁴⁷⁾ は、小舵角時の旋回力に注目し、舵位置における有効伴流係数 $(1-w_R)$ を、

$$1 - w_{R_s} = 1 - w_s + (1 - w_{R_m}) - (1 - w_m) \quad (3.73)$$

と修正する方法を提案した。ただし、添字 s は実船を、 m は模型船を表す。

しかし、ここでは、流体力微係数及び実験係数は模型船の値を用い、 u_R / u_P は対応する実船の前進率もしくはプロペラ・スリップの値を用い、先に換算した R'_{uu} 及び $(1-w)$ を組み合わせることによって、各重み λ_i を修正した。Fig. 3.29 に model A の各想定実船の係数の変化を示す。その際、フルード数は $Fn = 0.15$ 及び 0.20 で一定とし、船長及び船速を変化させた。

舵位置とプロペラ位置における有効流入速度の比 u_R / u_P は船長が長くなるに従って、プロペラ荷重度が減少するため、減少する。他方、有効伴流係数 $(1-w)$ はレイノルズ数の増加に伴いよく知られているように増加する。その結果、操舵抵抗係数 $R'_{\delta\delta}$ はこの二つの変化が相殺し合うため、ほとんど変化しない。ただし、船長が長くなるに従って、わずかずつ減少しているのは、一般に、船長が長いほど針路安定性が減少することに対応している。(この $R'_{\delta\delta}$ には旋回抵抗の項は入っていない。)

また、船体運動 (sway, yaw) による抵抗増加係数 R'_{rr} を構成する流体力微係数には縮率影響を加味していないので、評価関数の重み λ_2 と λ_3 の変化は、主に船体抵抗係数 R'_{uu} の変化に対応している。

もし、同種の模型船もしくは実船の評価関数が分かっている時は、第1近似として、船体抵抗係数 R'_{uu} を推定して対応する実船の重み λ_i を求めることができる。

他の2隻についても同様の修正を行い、結局、次に示すオートパイロットの評価関数を得た。(Model A は 150 mL_{pp} のものを示す。)

貨物船型 (150 mL_{PP} ; model A)

$$J = \left(\begin{array}{c} 50 \\ 150 \end{array} \right) \overline{\psi^2} + 388 \overline{\delta^2} + 2853 \overline{r_M'^2} \quad (3.74)$$

タンカー船型 (276 mL_{PP} ; model B)

$$J = \left(\begin{array}{c} 50 \\ 150 \end{array} \right) \overline{\psi^2} + 485 \overline{\delta^2} + 2342 \overline{r_M'^2} \quad (3.75)$$

タンカー船型 (350 mL_{PP} ; model C)

$$J = \left(\begin{array}{c} 50 \\ 150 \end{array} \right) \overline{\psi^2} + 425 \overline{\delta^2} + 2460 \overline{r_M'^2} \quad (3.76)$$

ただし、() 内の数字は上段が「船速一定」、下段が「航海時間一定」に対応する。また、model C の実船の λ_2 は $(1 - t_R) = 0.70$ として修正してある。

もし、 $\lambda_1 = 50$ とすれば、 λ_2 / λ_1 は 8 ~ 14 となっており、船が肥大化するほど大きくなるようである。一方、 λ_3 の変化は顕著でない。 R'_{rr} に及ぼす X'_{vv} と X'_{rr} の影響は少ないので、もし、実験データが得られないなら省略して、

$$R'_{rr} \cong \frac{1}{2} (m' + X'_{vv} - Y'_{\dot{v}}) \quad (3.77)$$

とみなしても大差ない。これは、通常、 X'_{vv} と X'_{rr} が共に負で (3.77) 式の 1/10 のオーダーであり、しかも、sway と yaw の位相差を

(3.63)式によって1とみなした誤差とある程度、打ち消す方向である。

3.5 オートパイロットの評価関数の適用と残された問題

3.5.1 操舵及び波浪によって誘起された船体運動の分離

オートパイロットの評価関数の用途は大きく分けて二つある。一つは、船型やオートパイロット自身の設計であり、もう一つは、オートパイロットの最適調整である。いずれの場合も操舵及び波浪によって誘起された船体運動を相互に分離する必要がある。

もし、船上でデータの収集が行れると、計測される方位偏差や角速度のデータは当然、操舵に起因するものと、波浪によって直接誘起されたものの両方が含まれている。方位偏差に含まれる後者の成分は、オートパイロットの目的が方位偏差そのものを小さくすることから、評価に含むべきである。また、一つ一つの波に反応して動く操舵は船の保針にとってはほとんど無意味であるばかりか、かえって、抵抗増加をもたらす。しかし、通常は、そのようなむだな舵をとらないように、オートパイロットや操舵機の中でフィルターが働いている。

ところが、角速度の場合は、3.4.2でも述べたように遠心力による抵抗増加はほとんど操舵によって起因された成分によって起こり、波浪が直接誘起する成分はほとんど抵抗増加とならないことから、評価には、後者は含むべきでない。この項を含めて評価すると実際の抵抗増加をかなり

過大評価することになる。こういった例は、最近よく行れるようになった実船のオートパイロット比較試験の解析によく見受けられる。しかし、実船試験の場合、両者の分離は容易ではない。最も簡単な方法は、波浪の出会い周波数以上の成分を遮断するフィルターを設計することである。この場合、この周波数帯の操舵に起因する成分をも除去してしまうことになるが、この成分は、実際には、波浪によって直接誘起される成分に比べると十分小さい。

もう一つの方法は、Van Amerongen・Van Nauta Lemke⁴⁸⁾が適応型オートパイロットのアルゴリズムとして用いた“model reference”の方法である。この方法は、Fig. 3.30のブロック図に示すように、オートパイロット内に、船の動特性を模擬した“dummy ship”を有するもので、操作量に対する応答から外乱の影響を取り除くために考えられた。そして、実際の応答とうまく合うように、その“dummy ship”の動特性を変化させながら、常に“dummy ship”が最適制御を受けるようにオートパイロットの係数を自動的に変えるものである。したがって、実際のブロック図は、もっと複雑であるが、ここでは“dummy ship”という概念を説明するために簡略化して書いてある。船の動特性がすでに分かっているか、あるいは上述の方法により刻々、精度よく推定できるなら、角速度成分の分離には有効である。

しかし、この方法の欠点は、変動風による成分をも分離してしまうことである。つまり、変動風によって直接誘起された船体運動はその周波数帯が低いため、十分、操舵により制御でき、その結果、実際に計測される角速度は小さいのに、“dummy ship”から得られる角速度の記録は、制御量としての角速度が多く含まれてしまい、この周波数帯の角速度を過大評

価することがある。

船型やオートパイロット自身の設計が目的で、計算機を使った数値実験を行う場合は、この二つの方法とも適用できる。しかし、第4章では、すべての周波数帯でのスペクトルが計算途中で得られることから、ある周波数以上を遮断するフィルターの方法を用いた。

3.5.2 オートパイロットの評価関数の簡略化

実際の使用にあたっては、特に、実船実験において問題が残っている。一つは船上における角速度の計測の問題である。一般にレート・ジャイロによる角速度の計測は行われず、ジャイロ・コンパスの信号を電氣的に微分する方法がとられている。微分そのものは雑音に弱く、特に、ステップ・モータがコンパス・レピータに使われている場合、時として雑音の方が信号成分より大きくなることもある。したがって、できることなら、角速度の項は評価関数から除けるとよい。

もし、制御系の安定度が十分であれば、遠心力による抵抗増加成分は無視し得ることが知られており、事実、第4章の数値実験の結果は、それを裏づけている。この場合、評価関数は、小山の評価関数¹⁵⁾に帰着できる。しかし、反面、船の針路安定性が劣る場合や、オートパイロット中に含まれる天候調整機構等により長周期の自動発振が生じている場合、この項は無視し得ない。

計算機による数値計算を行う場合には、第4章で行うように舵角のスペクトルが与えられれば、応答関数を用いて角速度の自乗平均値が求まるし、時間ベースの計算を行う場合も、第5章で行うように数値積分法により計

算できる。もし、角速度の項を広田¹⁸⁾が行ったように舵角の項に含めるなら、その重みは船の安定性や操舵機の特性にも依存するため、同型の船でしか使えない。一方、Norrbín¹⁶⁾のように、角速度をその時の yawing 周期で方位偏差に換算することもできるが、この場合、自動発振等のように比較的単一の周期で変動している場合でないと適用が難しい。

結局、case by case により適用できる形の評価関数を使うべきである。

3.6 結 論

本章では、大洋中をオートパイロットで保針している船の推進馬力損失に注目して、そのオートパイロットの評価関数について種々の考察を加えた。得られた主な結論は次のとおりである。

- (1) 蛇航に伴う推進馬力損失を定式化することにより、大洋航行中のオートパイロットの評価関数を得た。すなわち、

$$J = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2 \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 \overline{r_M'^2} + \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \quad (3.78)$$

あるいは、2次の微小項を省略すると、

$$J = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \overline{r_M'^2} + \left(\frac{\overline{V}}{V_0} \right)^2 - 1 \quad (3.79)$$

さらに、船速変化が十分小さければ近似的に、

$$J = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \overline{r_M'^2} \quad (3.80)$$

と表すことができる。ただし、(3.80)式の場合、各重み λ_i の無次元化は $(\rho/2) L^2 \overline{V^2}$ である。

- (2) この評価関数の重み λ_i は模型実験の結果に実船の縮率影響を加味することにより一意的に求められるし、本章で述べた方法によりその推定が可能である。すなわち、

$$\lambda_1 = 50, \quad \lambda_2 = 100 \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}}, \quad \lambda_3 = 100 \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} \quad (3.81)$$

となる。

- (3) 意識的な船速変化の影響を受けないようにするためには、(3.78)式に何らかの制約条件を付加する必要がある。その制約条件として「船速一定」及び「航海時間一定」を選ぶと、評価関数は、いずれも(3.80)式の形となる。ただし、

船速一定では、

$$\lambda_1 = 50 \quad (3.82)$$

航海時間一定では、

$$\lambda_1 = 150 \quad (3.83)$$

となる。

- (4) 上記の評価関数中の r'_M は、計測される角速度のうち、波浪のよって直接誘起された成分を差し引いたものである。操舵に起因する角速度成分と波浪によって直接誘起される成分の分離や、さらに進んで評価関数から r'_M の項を除外する簡略化についてはさらに研究が必要である。現時点では、それぞれの目的に応じた形で上記のオートパイロットの評価関数を適用すべきである。

4 オートパイロットによる保針と推進馬力損失の線形解析

4.1 緒言

第2章では操舵員による保針可能限界をその位相補償能力に着目して求めたが、本章では、第3章で求めたオートパイロットの評価関数を用いて、大洋航行中のオートパイロットによる推進馬力損失の解析を行う。

まずは、制御系を線形とみなした周波数応答法について概説し、与えられた外乱のスペクトルから、各運動のスペクトルが計算できることを示す。

次に、外乱のうち、変動成分のある波及び風についてそのスペクトルを決め、それぞれの応答関数を求める手法について説明する。

そして、ある船型についての計算結果より基本的考察を行うとともに、他船型の結果を合わせて、針路不安定船の許容限界について論ずる。

4.2 周波数応答法

船の応答は運動が大きくなると非線形性が現れるが、保針運動時に限れば十分線形で近似できる。また、オートパイロットには天候調整機構、操舵機にはパワー・ユニットと呼ばれる非線形特性が存在しこれらによって制御系が自励発振することがある。こういった非線形特性の影響については改めて次章で扱うこととし、ここでは、その影響は除外して考える。また、オートパイロットの線形部は現在、ほとんどPID（比例・積分・微分）制御にフィルター特性を加えたものとなっているが、ここでは簡単な

ためPD（比例・微分）特性のみとして取り扱う。

こうすると、船の保針制御系全体は、ラプラスの演算子 s を使って Fig. 4.1 のように表すことができる。ここで系に加わる外乱 $s\psi_N$ のスペクトルが既知であると、系の各部における出力は、周波数応答法により求まる。次に、各出力スペクトルを積分することにより、各出力の自乗平均値が求まるので、方位偏差、舵角そして角速度の自乗平均値を求めておけば、前章で求めた評価関数により大洋航行中の保針によるエネルギー増加率（推進馬力損失）が計算できる。

Fig. 4.1 において、 $\psi(s) + \psi_N(s)$ と $s\psi(s)$ の入出力は、

$$\frac{s\psi(s)}{\psi(s) + \psi_N(s)} = \frac{-K_P K (1 + T_D s) (1 + T_3 s)}{(1 + T_E s) (1 + T_1 s) (1 + T_2 s)} \quad (4.1)$$

となり、これを変形すると、

$$\frac{\psi(s)}{\psi_N(s)} = \frac{-K_P K (1 + T_D s) (1 + T_3 s)}{s (1 + T_E s) (1 + T_1 s) (1 + T_2 s) + K_P K (1 + T_D s) (1 + T_3 s)} \quad (4.2)$$

を得る。(4.1)、(4.2) 式より、角速度に換算した外乱 $s\psi_N(s)$ に対する方位偏差 $\psi(s) + \psi_N(s)$ の入出力関係は、次式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{\psi(s) + \psi_N(s)}{s\psi_N(s)} \\ &= \frac{(1 + T_E s) (1 + T_1 s) (1 + T_2 s)}{s (1 + T_E s) (1 + T_1 s) (1 + T_2 s) + K_P K (1 + T_D s) (1 + T_3 s)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここで、方位偏差に、外乱によって直接誘起された yawing $\psi_N(s)$ も含めるのは、yawing そのものを小さくするのがオートパイロットの条件であるからである。

(4.3) 式より、外乱 $s\psi_N(s)$ に対する角速度 $s\psi(s) + s\psi_N(s)$ の入出力関係は次式となる。

$$\frac{s\psi(s) + s\psi_N(s)}{s\psi_N(s)} = \frac{s(1+T_E s)(1+T_1 s)(1+T_2 s)}{s(1+T_E s)(1+T_1 s)(1+T_2 s) + K_P K(1+T_D s)(1+T_3 s)} \quad (4.4)$$

ここで、(4.4) 式中に含まれる外乱 $s\psi_N(s)$ のうち、波によって直接誘起される成分によってはほとんど抵抗増加が起こらない^{13), 49)} ので、数値計算にあたっては、 $\omega \geq 0.4$ の成分を波によるものとして除外した。

また、角速度と舵角の入出力関係は、

$$\frac{s\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{K(1+T_3 s)}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \quad (4.5)$$

であることより、外乱 $s\psi_N(s)$ に対する舵角 $\delta(s)$ の入出力関係は次式となる。

$$\frac{\delta(s)}{s\psi_N(s)} = \frac{-K_P(1+T_D s)(1+T_1 s)(1+T_2 s)}{s(1+T_E s)(1+T_1 s)(1+T_2 s) + K_P K(1+T_D s)(1+T_3 s)} \quad (4.6)$$

(4.3)、(4.4)、(4.6)式の応答関数をそれぞれ $H_{\psi + \psi_N}(s)$ 、 $H_{\dot{\psi} + \dot{\psi}_N}(s)$ 、 $H_{\delta}(s)$ とおき、方位偏差、角速度、舵角のスペクトルを $S_{\psi + \psi_N}(\omega)$ 、 $S_{\dot{\psi} + \dot{\psi}_N}(\omega)$ 、 $S_{\delta}(\omega)$ (ω : 円周波数)、同じく、角速度に換算した外乱のスペクトルを $S_{\dot{\psi}_N}(\omega)$ とすると、方位偏差、角速度、舵角のスペクトルはそれぞれ次式で表現できる。

$$\left. \begin{aligned} S_{\psi + \psi_N}(\omega) &= |H_{\psi + \psi_N}(j\omega)|^2 \cdot S_{\dot{\psi}_N}(\omega) \\ S_{\dot{\psi} + \dot{\psi}_N}(\omega) &= |H_{\dot{\psi} + \dot{\psi}_N}(j\omega)|^2 \cdot S_{\dot{\psi}_N}(\omega) \\ S_{\delta}(\omega) &= |H_{\delta}(j\omega)|^2 \cdot S_{\dot{\psi}_N}(\omega) \end{aligned} \right\} (4.7)$$

ただし、 $s = j\omega$ ($j = \sqrt{-1}$)。

したがって、 $S_{\dot{\psi}_N}(\omega)$ が求めれば、各スペクトルは系統的に計算できる。

4.3 外乱のスペクトル

外乱としては、今、波と変動風のみを扱い、潮流や定常風などの定常外乱は、評価関数に一定値が加わるにすぎないのでここでは扱わない。

波のスペクトルには I S S C (第2回)のスペクトルを、変動風のスペクトルには Davenport のスペクトルを用いた。詳しくは付録IIIを参照のこと。

4.4 外乱に対する船の応答

4.2で外乱のスペクトルが分かったから、次に外乱に対する船の応答関数が分かれば、(4.7)式中の角速度に換算した外乱のスペクトル $S_{\dot{\psi}_N}(\omega)$ が求まる。

4.4.1 波に対する船の応答関数

波に対する船の応答関数のうち、本研究ではその目的から sway、yaw の応答関数のみを扱う。一般に、sway、yaw、(roll)の応答関数は耐航性の分野でよく使われるストリップ法(以下、O. S. M. と称す)により計算できる。

しかし、操縦運動を扱う場合 O. S. M. には問題点もある。藤野は座標系の違いについて指摘し、空間固定座標系によっては、sway、yaw 運動を十分に表し得ない場合があると述べている⁵⁰⁾。また、操縦運動では、 $\omega \rightarrow 0$ の波なし状態でも斜航、旋回により揚力が作用しており、特に低周波域での運動の応答計算に違いが出てくると予想される。さらに、座標系の違いから O. S. M. では遠心力が入ってこない。

一方、Eda ら⁴⁹⁾ は波浪中の sway、yaw 運動を計算するのに、平水中の操縦微係数を用い、波浪強制力のみストリップ法で求めて両者を組み合わせる方法(以下、Eda の方法と称す)を用いた。ただし、付加質量、付加慣性モーメント項についてはその周波数依存性を考え、ストリップ法による計算値を用いている。この方法では、操縦微係数の計測あるいは推定の必要があり、すべての船には適用できない。

Fig. 4.2、Fig. 4.3は、O. S. M. と Eda の方法を比較したもので、Series 60 ($C_B = 0.70$) の sway と yaw の振幅を比較のため無次元横流れ速度 v' と無次元角速度 r' の形で示す。なお、船長は 150 m、フルード数 0.23、波高 1.87 m とし、図中の χ (波との出会い角) は Fig. 4.4 の座標系の定義に従う。

式の成り立ちから言って、今、問題となる周波数帯においては、後者を使うべきと考えるが、本研究では後述の供試船の応答関数を推定する必要から、一まずここでは、O. S. M. によるものを使用し、yaw を角速度に換算した。

その際、波のスペクトルは、次式により出会い周波数 ω_e に換算して使用した。すなわち、

$$\begin{aligned} S_w(\omega_e) &= S_w(\omega) / \left(\frac{d\omega_e}{d\omega} \right) \\ &= S_w(\omega) / \left(1 - \frac{2\omega V}{g} \cos \chi \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

ここで、

$$\omega_e = \omega - \frac{\omega^2 V}{g} \cos \chi \quad (4.9)$$

となる。したがって、船上で観測される波によって誘起された角速度外乱は、次式で求まる。

$$S_{\dot{\psi}_w}(\omega_e) = \frac{1}{\omega_e^2} \cdot |H_{\psi_w}(\omega_e)|^2 S_w(\omega_e) \quad (4.10)$$

ただし、 $H_{\psi_w}(\omega_e) = H_{\psi_w}(\omega)$: 波に対する船の応答関数
(波高 → 方位角)

以後、船上で観測される周波数 ω_e を単に ω と記載する。

4.4.2 風に対する船の応答関数

Fig. 4.4 に示す座標系、記号に従う。保針中なので $\beta \doteq 0$ とすると、船速 V で進む船に真風速 U_T 、真風向 γ_T の風が吹く時、その見かけ風速 U_A 、見かけ風向 γ_A は次式で与えられる (単位は速度が m/sec、角度が rad)。

$$\left. \begin{aligned} U_A &= \sqrt{V^2 + U_T^2 + 2VU_T \cos \gamma_T} \\ \gamma_A &= \cos^{-1} \left(\frac{V^2 + U_A^2 - U_T^2}{2VU_A} \right) \end{aligned} \right\} (4.11)$$

その時、船体が受ける横方向の力 Y_W 、重心まわりのモーメント N_W は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} Y_W &= \frac{\rho_a}{2} A_S C_Y U_A^2 \\ N_W &= \frac{\rho_a}{2} A_S L C_N U_A^2 \end{aligned} \right\} (4.12)$$

ただし、 ρ_a : 空気の密度 ($\text{kg sec}^2/\text{m}^4$)

A_S : 水線上の船体横投影面積 (m^2)

C_Y : 風圧力係数

C_N : 風圧モーメント係数

ここで、 C_Y 、 C_N は風洞実験の結果求まり、辻ら⁵¹⁾の研究が知られている。本研究では任意の船型の C_Y 、 C_N を推定する必要から Isherwood⁵²⁾の実験式を用いた。後述の供試船に適用し、求めた C_Y 、 C_N をその想定 profile とともに Fig. 4.5 ~ Fig. 4.8 に示す。

求まった風圧力と風圧モーメントを操縦運動の基礎方程式に代入し、sway と yaw の両式を連立させラプラス変換を行うことにより、風による操縦運動の応答方程式ができる。さらに、若干の近似を行うと、風による外力を等価舵角 δ_W として扱うことができる。(通常、この値 ———— したがって、 $f(\gamma_A)$ も ———— のマイナスを等価舵角と呼ぶことが多い。)

$$\delta_W = f(\gamma_A) \left(\frac{U_A}{V} \right)^2 \quad (4.13)$$

ただし、 $f(\gamma_A)$: 等価舵角係数

$$f(\gamma_A) = \frac{N'_W Y'_\beta - Y'_W N'_\beta}{N'_\delta Y'_\beta - Y'_\delta N'_\beta}$$

$$Y'_W = \frac{\rho_a}{\rho} \cdot \frac{A_s}{L^2} \cdot C_Y$$

$$N'_W = \frac{\rho_a}{\rho} \cdot \frac{A_s}{L^2} \cdot C_N$$

} (4.14)

Y'_β, Y'_δ : 操縦性微係数 (無次元化は $\frac{1}{2} \rho L^2 V^2$ による)

N'_β, N'_δ : 操縦性微係数 (無次元化は $\frac{1}{2} \rho L^3 V^2$ による)

Fig. 4.9 ~ Fig. 4.11 に各供試船の $f(\gamma_A)$ を示す。

本来、(4.13) 式は定常風に対して求まるものであるが、風のように低周波域に変動成分をもつ場合には、次のような取り扱いができる。今、風速の変動成分を次式で扱う。

$$U_A = \overline{U}_A + \tilde{U}_A \quad (4.15)$$

ただし、 \overline{U}_A : 見かけの平均風速 (m/sec)

\tilde{U}_A : 見かけ風速の変動成分 (m/sec)

したがって、(4.13) 式は定常成分と変動成分に分けられる。前者は、制御により軽減できないので、保針の評価関数を計算する際には除外する。変動成分の2次の項を無視すると、等価舵角の変動成分 $\tilde{\delta}_W$ は、

$$\tilde{\delta}_W = 2 f(\gamma_A) \frac{\overline{U}_A \tilde{U}_A}{V^2} \quad (4.16)$$

となる。一方、 U_A と U_T の関係は (4.11) 式により与えられるから、 \tilde{U}_A はおよそ次式で求められる。

$$\tilde{U}_A \cong \left(\frac{\overline{U}_T}{\overline{U}_A} + \frac{V}{\overline{U}_A} \cos \gamma_T \right) \tilde{U}_T \quad (4.17)$$

したがって、真風速の変動成分スペクトル $S_{\tilde{U}_T}(\omega)$ が (A III, 3) 式により得られれば、舵角に換算された変動風による外乱スペクトル $S_{\tilde{\delta}_W}(\omega)$ は、(4. 16)、(4. 17) 式より

$$S_{\tilde{\delta}_W}(\omega) = \{ 2 f(\gamma_A) (\overline{U}_T + V \cos \gamma_T) / V^2 \}^2 S_{\tilde{U}_T}(\omega) \quad (4. 18)$$

となる。{ } 内が風に対する船の応答関数であり、周波数依存はない。

実際の計算においては、さらに船の応答関数 (4. 5) 式を用いて角速度に換算し、同じく角速度に換算された波の外乱とあわせ使用する。すなわち、

$$S_{\dot{\psi}_N}(\omega) = \left| \frac{s \psi(s)}{\delta(s)} \right|^2 \cdot S_{\tilde{\delta}_W}(\omega) + S_{\dot{\psi}_W}(\omega) \quad (4. 19)$$

を得る。

4. 5 数値計算

4. 5. 1 供試船と計算条件

供試船は、SR151部会やSR175部会にて使用されたEシリーズ船を選んだ。ただし、保針中の運動を扱うので、船速変動の応答方程式は

除外した。供試船の操縦性指数を Table 4.1 に示す。モデルの名称は、例えば E10-10 とした。数字は前が L/V 、後が不安定ループ幅（全幅）を意味する。Table 4.1 で Sub Number とあるのはこのモデル名称の後を指す。これに L/V を組み合わせ、特に本研究の目的から不安定側に重点を置いた。なお、船長と船速は外乱との関係で個々に影響するが、ここでは、実用的観点から L と V を選んだ。

海象は、標準的海象として、風速 10 m/sec、波高 2.13 m とし、波との出会い角は、yawing の応答関数にピークの出る $\alpha = 30^\circ$ と 120° とし、風は波と同一方向から吹くとした。

Table 4.2 に各供試船の L と V 、評価関数の係数及び海象条件等を記す。ただし、表に記載した L と V は波に対する船の応答関数の計算に用いたものであり、操縦性指数の有次元化には名称に記載の L/V を用いた。

オートパイロットの係数は、実用される範囲内で、しかも制御系の安定性が保たれる K_P と T_D の組み合わせ（求め方は、付録 IV 参照）を選び、4.2 に示した周波数応答解析を行った。

4.5.2 計算結果と基本的考察

Fig. 4.12 ~ Fig. 4.22 に角速度に換算した外乱のスペクトルを示す。低周波側に広がっているのが風による外乱であり、高周波側に広がっているのが波による外乱である。

これらの外乱を用いて計算した推進馬力損失を Fig. 4.23 ~ Fig. 4.33 に示す。図中○印で曲線が終わっているのは、それより左側（ K_P が一定であれば、 T_D の小さい方向）では制御系が不安定となり発散することを

意味する。

ループ幅の影響は T_D の大きな範囲ではさほど顕著ではないが、系が不安定となる T_D 付近では大きい。

一方、波との出会い角の影響に関しては、外乱のスペクトルに対して $\alpha = 30^\circ$ の時の方が大きい。しかし、船速がある程度以上速くなると、波との出会い周波数の影響で $\alpha = 120^\circ$ の方が大きくなることもある（E5 船型）。今回は風は波と同一方向から吹くとしたため、風によって誘起される外乱は必ずしも $\alpha = 30^\circ$ の時が最大ではない。しかし、後に述べる理由により風の外乱が馬力損失に及ぼす影響は大きく無視できないが、影響を及ぼす範囲がごく限定されるため、わざわざ風による外乱が最も大きくなる方向を波とは別に決めるような不自然な計算をすることはない。しかも、風が誘起する外乱が最も大きくなるのは（4.15）式あるいは、Fig. 4.12～ Fig. 4.22 を見てもわかるように絶対風向では決まらず、船によって違う。したがって、以降、 $\alpha = 30^\circ$ の時について調べる。

これから考察しようとすることは、基本的にはどの船でも変わらないので、傾向がはっきりしておりその特徴がよく出ている E10-10 を例にとって種々の検討を試みる。

Fig. 4.26 から、E10-10 では、馬力損失はどの K_p の場合も最低約 0.5% となり、しかも、 K_p が小さいほど J の小さい範囲が広いことがわかる。また、厳密に言えば、 K_p が小さいほど最低となる J の値もわずかながら小さい。

Fig. 4.34 は、E10-10 ($\alpha = 30^\circ$) における自乗平均値の分布を見たものである。縦軸は右側が各自乗平均値であり、左側がそれに評価関数の係数をかけた、言わば、評価関数への寄与成分を表す。 K_p の小

さいところで $\overline{\psi^2}$ や $\overline{r'^2}$ が目立つものの、 K_P が大きくなると $\overline{\delta^2}$ が支配的となる様子が分かる。したがって、Fig. 4.26 に見られた T_D の小さい範囲での J の立ち上がりは主に $\overline{r'^2}$ が、また、 T_D の大きい範囲での J の緩やかな増加は主に $\overline{\delta^2}$ が影響していると言える。なお、 $\overline{\psi^2}$ のスケールは他の $1/10$ であり、評価関数に及ぼす影響はほとんど無視できる。

このような自乗平均値の変化と外乱のスペクトルの関係を調べるために、同じく E 10-10 ($\chi = 30^\circ$) について各運動のスペクトルを Fig. 4.35 ~ Fig. 4.37 に示す。これは Fig. 4.34 で $K_P = 0.5$ と $K_P = 3.0$ の中間的傾向をもつ $K_P = 1.0$ の時のもので、yawing による抵抗が支配的な $T_D = 10$ sec の時、操舵抵抗が支配的な $T_D = 50$ sec の時と、その中間的な $T_D = 20$ sec の 3 ケースを示す。これを見ると、 T_D が小さい時の急激な抵抗増加は、ほとんど風による低周波外乱によって引き起こされる低周波 yawing であることが分かる。事実、風の外乱を除外して計算してみると、 T_D が小さい時の J の立ち上がりが見られなくなる (Fig. 4.26 ($\chi = 30^\circ$) に併記)。この付近の J の立ち上がりは、馬力損失が最も小さくなる領域に近いことから、大洋航行中の保針を評価する際にこの風の影響を無視することはできない。このことは、人間が操舵する時に、風に相当する低周波の外乱が人間に錯乱を与える、言わば background 的ノイズであったのと大きく違うところであり、船固有の安定性が、この周波数帯に関係していることを考えれば非常に重要なことである。

一方、波が誘起する高周波外乱による操舵量の増加は T_D の増加に伴って著しく、しかも、yawing はそれによってほとんど軽減されていない。したがって、このような操舵はむやみにエネルギーロスを招くだけで、オートパイロットの調整としては避けるべきである。

以上述べた基本的考察をもとに、各供試船の馬力損失をもう一度見てみると次のようなことが分かる。

まず E 5 船型 ($\alpha = 120^\circ$ の場合) は、船長が E 1 0 船型と変わらず、船速が倍であるため、波に対する船の応答関数が小さく、また、風に対する船の応答関数はほとんど無視できるオーダーとなっている。したがって、その形状は E 1 0 船型のものを全体的に小さくし、風の影響を除外した結果となっている。

ところが、同じく $L/V = 5 \text{ sec}$ でも、船速を E 1 0 船型と同じにして、船長をその半分にすると、E 1 0 船型と比べ風に対する船の応答関数はほとんど変わらないが、波に対する船の応答関数は一般に大きくなり、先ほどとは逆に E 1 0 船型のものを T_D が小さいところはそのままにして、あと全体を大きくした形となる。

したがって、このようにして求めた馬力損失は単に L/V によって整理するのではなく、合理的な L と V とを組み合わせ、いくつかのケースについて整理する必要がある。

上記のことに留意しながら、E 1 0 船型をもとにして、E 2 5 船型、E 5 0 船型の結果を解釈する。E 2 5 船型は先ほどの E 5 船型 (高速中型船) と同じく、波主体型であり、しかも、波によって誘起される馬力損失が大きく、制御系の安定限界ぎりぎりの所で馬力損失最小となり、いわゆる、なべ底状の凹部が少ない。馬力損失を小さくする方向に制御係数を選ぶと、系が次第に不安定となり、それを恐れて反対側に係数を選ぶと、急激に馬力損失が増大するため、オートパイロットの係数の調整が非常に難しい。

E 5 0 船型は反対に風主体型であり、波による馬力損失はほとんど無視できる。しかし、E 1 0 船型で考察したように、風によって誘起される馬

力損失は、制御系が不安定となる領域のごく近くでのみ急激に立ち上がるため、そのような領域さえ避ければ馬力損失はほとんど問題ない。

以上述べたように、一般的な L/V の影響については結論は出ず、むしろ、個々の船について、風及び波に対する船の応答関数を推定し、例えば E10 船型からの類推で馬力損失を推定する必要がある。

4.6 推進馬力損失と制御系の安定性

4.6.1 針路不安定船の保針制御系の安定性

制御系の安定判別の方法には、ベクトル軌跡法、根軌跡法、Nyquist の方法等多数あるが、ここでは、特性方程式の係数のみで安定判別が可能な Routh あるいは Hurwitz の安定条件（両者は同等）を、PD 制御を加えた針路不安定船に適用し（付録 IV 参照）、求める。その結果の一例を E10 船型について、Fig. 4.38 に示す。図中、UNSTABLE と書いた領域では PD 制御によって系を安定化することはできない。

一方、制御系が安定な領域でもその安定性は一様ではない。安定性の度合を表すものとして、位相余裕、ゲイン余裕、 M_p 値などがある。針路不安定船の場合、2.1 でも述べたように、その位相特性に特徴があり、ある周波数帯で位相補償を行うと効率よく制御系を安定化できるが、その周波数帯をはずすとかなりの位相補償を与えないかぎり安定化できない。こういったことから、ここでもやはり、制御系の安定度を表すものとして位相余裕 φ_m をとる。また、その周波数帯を代表するものとして、一巡伝達

関数のゲインが1となる周波数、すなわち、クロスオーバー周波数 ω_c も求め、両者を先ほど求めた安定判別図に等高線の形で書き込む。Fig. 4.39にE10-10船型のものを示す。この図を以後、位相余裕図と呼ぶ。図中、実線が等位相余裕曲線、破線が等クロスオーバー周波数曲線であり、当然のことながら、Hurwitzの安定条件より求めた限界安定線は位相余裕 0° の線となっている。Fig. 4.40に諸量の関係を示す。実線はオートパイロットを除いた針路制御系の一巡伝達関数、破線はオートパイロット(PD制御)を含む針路制御系の一巡伝達関数である。図中、 ω_G 、 ω_P 、 φ_c とあるのは、それぞれ、オートパイロットを除いた一巡伝達関数のクロスオーバー周波数、位相遅れが最小となる周波数、及び、第2章でも述べた位相補償角 φ_c である。また、 ω_P と ω_c 、 φ_m と φ_c を比べることにより、オートパイロットがどのくらい効率よく位相補償しているかが分かる。

Fig. 4.39を参考にして見ると、次のようなことが分かる。等位相余裕線の峰(位相余裕のピークを結んだ線)はほぼ、 ω_c 一定の位置にあり、しかも、その ω_c は ω_P よりやや大き目である。すなわち、与えられた K_P の中で、効率よく位相補償をしている線だと言える。

すなわち、針路不安定船における制御系の安定性は、位相余裕とそのクロスオーバー周波数によく現れており、しかも、それらは、人間の場合と同様に、オートパイロットを除いた保針制御系の位相補償角 φ_c やその周波数帯(ω_G や ω_P)に大きく依存していることが分かる。

4.6.2 実際のオートパイロットの制御特性

4.6.1では、オートパイロットはPD制御であるとしてその特性を

扱った。しかし、第4章の冒頭でも述べたように、現在使われているオートパイロットのほとんどがPID特性にフィルター特性を加えたものに何らかの天候調整機構を加えたものとなっている。天候調整機構等の非線形要素の影響については、第5章で論ずることとして、ここでは、実際のオートパイロットの線形部がどのような特性をもち、それをPD制御特性とみなした場合とどう違うかについて論ずる。

具体的なオートパイロットの伝達関数はメーカーによってさまざまであり、また、その形式も一般には公開されていない。しかし、いずれも基本的にはPID+フィルター特性と見られる⁵³⁾こと、その取り扱いが簡単であり、資料も公表されていることから、ここでは、Bech⁵⁴⁾に従う。

その伝達関数を $G_{PID}(\omega)$ とすると、

$$\begin{aligned}
 G_{PID}(\omega) &= \frac{K_R (1 + s \tau_{PH}) (1 + s K_{CR} \tau_{CR})}{\tau_{PH} (1 + s \tau_{CR}) (1 + s \tau_D) s} \\
 &= K_R \cdot \frac{1 + s \tau_{PH}}{s \tau_{PH}} \cdot \frac{1 + s K_{CR} \tau_{CR}}{1 + s \tau_{CR}} \cdot \frac{1}{1 + s \tau_D} \\
 &\hspace{20em} (4.20)
 \end{aligned}$$

となり、PID+フィルター特性となっていることが分かる。

ただし、IとDは純粹なものではなく、Iは、 $\omega < 1/\tau_{PH}$ においてのみ、Dは、 $1/K_{CR} \tau_{CR} < \omega < 1/\tau_{CR}$ ($1/\tau_{CR} < \omega$ においてはゲイン K_{CR} の比例制御)においてのみ、それぞれの機能が効くようにしてある。これらを図解したのがFig. 4.41である。なお、この図は $K_R = 2$ 、 $K_{CR} = 8$ 、 $\tau_{PH} = 100$ sec、 $\tau_{CR} = 10$ sec、 $\tau_D = 2$ secとして計算した。また、図中に記号で示した伝達関数は下記のと

おりである。

$$\begin{array}{l}
 \text{PD} \quad : \quad K_R (1 + K_{CR} \tau_{CR} s) \\
 \text{PD + filter} \quad : \quad K_R (1 + K_{CR} \tau_{CR} s) \cdot \frac{1}{1 + \tau_D s} \\
 \text{PD}_F + \text{filter} \quad : \quad K_R \cdot \frac{1 + K_{CR} \tau_{CR} s}{1 + \tau_{CR} s} \cdot \frac{1}{1 + \tau_D s} \\
 \text{PID + filter} \quad : \quad K_R \cdot \frac{1 + \tau_{PH} s}{\tau_{PH} s} \cdot \frac{1 + K_{CR} \tau_{CR} s}{1 + \tau_{CR} s} \cdot \frac{1}{1 + \tau_D s} \\
 \text{(PID)}
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}} \right\} (4.21)$$

I 制御を別にすると、結局、周波数にして $0.01 < \omega < 0.3$ ぐらいの範囲のゲインを微分 + const. で増し、位相を高々、 45° ほど進めているにすぎない（図中のハッチ部）。

しかし、4.6.1 で述べたように、針路不安定船の保針制御系を考えた場合、この帯域の位相補償が若干のゲイン補償を伴えば、いかに有効であるかを考えあわせると、納得のいく結果である。

この際、最大の位相補償角が何度であるか、あるいは、その周波数がどこであるかは K_{CR} と τ_{CR} の決め方に依存するところが大きい。例えば、 $1/K_{CR} \tau_{CR}$ と $1/\tau_{CR}$ が十分離れていれば、 90° の位相進みも可能である。しかし、こうすると全体のゲインが非常に大きくなり、むだな操舵が多くなる。

Fig. 4.42 は、微分制御のみの位相特性を K_{CR} ごとに示したものである。このオートパイロットの場合、 K_{CR} は $1 \sim 8$ （一般の位相補償回路では、 $10 \sim 20$ が適当とされている。これは、4.6.1 でも述べた

船の保針制御系の特徴と言える。)の範囲で調整でき、 τ_{CR} は多分あらかじめ船ごとに決めるようになっている。この図で、最大の位相補償角 $\varphi_{P_{max}}$ は

$$\omega = \frac{1/K_{CR} \tau_{CR} + 1/\tau_{CR}}{2} = \frac{1 + K_{CR}}{2 K_{CR} \tau_{CR}} \quad (4.22)$$

において、

$$\begin{aligned} \varphi_{P_{max}} &= 90 - 2 \tan^{-1} \left(10^{-\frac{1}{2} \log K_{CR}} \right) \\ &= 90 - 2 \tan^{-1} \sqrt{1/K_{CR}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

となる。

しかし、人間の場合、ゲイン調整により、ちょうど $\varphi_{P_{max}}$ が得られるように、周波数を合わせているが、オートパイロットの場合、 τ_{CR} をうまく選ばないと、この最大位相補償角が望む所にこない。そこで、

$1/K_{CR} \tau_{CR} \leq \omega \leq 1/\tau_{CR}$ の範囲で得られる最小の位相補償角 $\varphi_{P_{min}}$ を調べる。

それは、 ω が $1/K_{CR} \tau_{CR}$ または $1/\tau_{CR}$ の時であり、次式で求まる。すなわち、

$$\begin{aligned} \varphi_{P_{min}} &= 45 - \tan^{-1} \left(10^{-\log K_{CR}} \right) \\ &= 45 - \tan^{-1} \left(1/K_{CR} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

である。

Table 4.3 に K_{CR} ごとの $\varphi_{P \max}$ 、 $\varphi_{P \min}$ を示す。

結局、一般的には、オートパイロットの補償可能な位相進み角は、 $20 \sim 40^\circ$ とみてよい。

本論文中で用いている K_P 、 T_D との関係は、

$$K_P = K_R \quad , \quad T_D = K_{CR} \tau_{CR} \quad (4.25)$$

であり、今、問題としている周波数帯での違いはゲインにはほとんどなく、位相は、Fig. 4.42 で

$$1 + K_{CR} \tau_{CR} s \quad \text{と} \quad \frac{1 + K_{CR} \tau_{CR} s}{1 + \tau_{CR} s}$$

の差を見ればよく、 K_{CR} にもよるが、その差は小さくない。

したがって、実際のオートパイロットをPD制御として取り扱う際には、特に、その位相特性に留意する必要がある。しかし、本研究のような目的には、わざわざパラメータを増やして、問題を煩雑にするよりは、位相進みを over-estimate しないように注意しながら、PD制御として取り扱った方がよいと言える。

4.6.3 推進馬力損失と制御系の位相特性

このようにして求めた推進馬力損失と制御系の安定性の関係を明らかにするため、4.5.2 で求めた馬力損失曲線を4.6.2の位相余裕図

に整理しなおしてみる。

前節で述べたように L/V あるいは L と V の組み合わせによっても馬力損失の特徴が違うので、ここでは、風と波の影響がよく表れている E10 船型について調べる。

Fig. 4.43 ~ Fig. 4.53 にその結果を示す。図中、○印で $J = 1\%$ の点を、△印で 2% 、□印で 4% になる点をプロットしてある（◇印は 0.5% ）。また、☆印は、各 K_p ごとに J が最小となる点である。これらの図をみると、 $J = \text{const.}$ の線は、等位相余裕図の峰線ないしは、等クロスオーバー周波数線にほぼ平行となっており、推進馬力損失が制御系の位相余裕やクロスオーバー周波数に深く関係していることがわかる。つまり、 $J = \text{minimum}$ の線は、一般の制御則に従って、例えば、 $30^\circ \leq \varphi_m \leq 50^\circ$ の領域に並ぶのではなく、むしろ、等位相余裕図の峰線より不安定側に並んでいる。このことは、Bech⁵⁴⁾も指摘しているとおおり、特定の周波数帯（高々 $1/T_3 \sim (1/T_1 + 1/T_2)$ の範囲）で位相補償を行う必要があるためである。

また、当然のことながら、 $J \leq 1\%$ の範囲は、船が不安定になるほど狭くなり、調整が難しくなることが分かる。

さらに、実際のオートパイロットの位相補償角 φ_p は高々 $20 \sim 40^\circ$ であることから、制御系全体の位相余裕 φ_m は

$$\varphi_m \leq \varphi_p - \varphi_c \quad (4.26)$$

となる。

したがって、実際の評価は、(4.25)式の範囲で得られる馬力損失

を考慮する必要がある。

そこで、針路不安定船の許容限界を求める目安としては、次のように考えることができる。

- (1) 人間の場合と同様に、 φ_c が $30 \sim 40^\circ$ 以上ある船では、オートパイロットによる位相補償ができず、また、できても大きな馬力損失を招く。
- (2) (1) を満たした上で、制御系全体の位相余裕が $10 \sim 30^\circ$ となる K_P 、 T_D の組み合わせでほぼ、最小の馬力損失となる。
- (3) その最小となる馬力損失は、かなりの針路不安定船でも1%前後に抑えることができるが、同一海象であっても、 L と V の組み合わせによって、大きく変わる。
- (4) そして、例えば、 $J \leq 1\%$ による K_P 、 T_D の領域は、同一の L と V の船であれば、針路不安定船になるほど小さい。

4.7 結 論

本章では、大洋中をオートパイロットで保針中の船舶の推進馬力損失を算定するため、まず、オートパイロットを線形 (PD 制御) とみなして周波数応答計算を行った。

そして、与えられた海象下での応答計算の手法について述べ、計算例を示して考察を加えた。さらに、その結果と制御系の安定性について検討した。本章で得られた主な結論は次のとおりである。

- (1) 本章で示した周波数応答法により、大洋中をオートパイロットで保針中の船舶の応答計算が合理的かつ系統的にできる。
- (2) その際、外乱のスペクトルやその船に対する応答関数はできるだけ忠実に推定する必要がある。特に、変動風のスペクトルを無視できない。波に対する船の応答関数については引き続き、検討が必要である。
- (3) 周波数応答法により求めた結果をオートパイロットの評価関数に適用することにより、蛇航による推進馬力損失が計算できる。したがって、オートパイロットの最適調整が可能である。
- (4) 風による低周波外乱によって誘起される低周波 yawing が意外と大きい。この傾向は、船の針路不安定度やオートパイロットの係数の組み合わせにより、制御系全体の安定度が劣化するほど著しい。
- (5) 波によって誘起される操舵は、抵抗を増加させるだけで、それに伴う yawing をほとんど軽減させることはできない。
- (6) 制御系全体の位相余裕が $10 \sim 30^\circ$ となる K_P 、 T_D の組み合わせでほぼ、最小の推進馬力損失となり、その値はかなりの針路不安定船でも1%前後に抑えることができる。
- (7) しかし、同一海象であっても、 L と V の組み合わせによって、そ

の様子は大きく変わるので一概には言えない。ただし、同じ L と V の船であれば、針路不安定船になるほど、推進馬力損失が1%以下になる K_P 、 T_D の領域は小さくなり、その調整が困難である。

5 天候調整機構等の非線形要素を考慮したオートパイロットの保針と推進馬力損失

5.1 緒言

前章においては、オートパイロットに含まれる天候調整機構等の非線形要素は無視して、制御系全体の線形性を利用した周波数応答解析を行い、基本的考察を加えた。

しかし、実際には、オートパイロットに含まれる天候調整機構や操舵機に含まれるパワー・ユニットのために、自動発振と呼ばれる長周期の yawing をすることが知られており⁶⁾、線形時とは全く別の応答をすることが考えられる。

したがって、本章においては、周波数応答法による線形解析を基本とし、天候調整機構を含んだ非線形解析をデジタル・シミュレーションにより行い、両者の相互影響を調べるとともに、天候調整機構を含んだ時の馬力損失の推定法について検討する。

5.2 天候調整機構を考慮した推進馬力損失の推定法

天候調整機構を含む保針運動のシミュレーション計算には、大きく分けて二つの方法がある。一つは、アナログもしくはデジタル計算機により直接計算する方法⁵⁵⁾で、この時、非線形要素はそのまま近似しないで考慮できる。もう一つは、非線形要素を等価線形化して直接計算あるいは周

波数応答計算を行う方法^{22),56)}である。

計算の目的にもよるが、いずれの方法にも欠点がある。前者の直接計算法では、外乱のスペクトルの設定が難しく、また、外乱の周波数帯の関係上、かなりの長時間のシミュレーションが必要である。後者の等価線形化法では、自励発振のように非線形要素に固有の現象が扱えない。また、両者とも線形・非線形影響の分離ができず、そのため、非線形要素を変えるとどうなるかといった基本的考察が行えない。

本節では、手法としては直接計算法によるデジタル・シミュレーションを用いるが、さらに発展させて、非線形要素を含む船の保針制御系の馬力損失を推定する新しい概念を確立する。

5. 2. 1 外乱下の自励発振解析

無外乱時の自励発振解析は、野本⁶⁾により船の保針運動に適用された Kochenburger 法⁵⁷⁾が知られている。この方法は、天候調整機構を記述関数で近似し、残りの一巡伝達関数の逆数とともにナイキスト線図にプロットし、両者の交点より図式的に発振振幅、周波数を求めるものである。

一方、高周波の外乱が加わった時には、発振振幅が小さくなり安定化することが知られており、近似双入力記述関数法によるナイキスト判別により説明されている^{58),59),60)}。

ここでは、その解析法について簡単に述べるとともに、アナログ・シミュレーションによる検証を行う。

(1) Kochenburger 法

非線形要素の記述関数を $K_{eq}(x)$ ($x = \bar{X}/a$: 入力振幅比)、残る線形要素の一巡伝達関数を $G(j\omega)$ とおくと、自動操舵系は Fig. 5.1 のような等価な線形フィードバック系として表せる。

この系の特性方程式は

$$1 + K_{eq}(x) \cdot G(j\omega) = 0 \quad (5.1)$$

となり、変形すると次式を得る。

$$1 / G(j\omega) = -K_{eq}(x) \quad (5.2)$$

上式を満たす入力振幅比 x_0 、周波数 ω_0 において、自動操舵系は自励発振する。

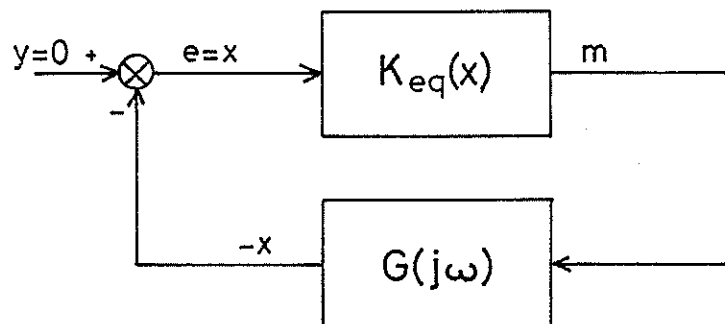


Fig. 5.1 Equivalent linear feedback system
with external input

通常は $1/G(j\omega)$ 及び $-K_{eq}(x)$ をそれぞれ複素平面上にプロットして、その交点を図式的に求める。天候調整機構を Dead Band として、針路不安定船に適用すると次の2とおりの場合が考えられる。

Fig. 5.2 の (I) では、記述関数 $K_{eq}(x)$ あるいは点 $(-1, 0)$ はすべて s 平面 ($s = p + j\omega$) の右半平面を写像した部分に含まれるため、天候調整機構の有無にかかわらず系は不安定である。

Fig. 5.2 の (II) では、交点 P において振幅 x を増大させると、点 P' は s 平面の左半平面を写像した部分に移動するため振幅は減少し、逆に振幅を減少させると、点 P'' は s 平面の右半平面を写像した部分に移動して不安定となり振幅は増大する。したがって、交点 P において自動発振はいつまでも持続する。

結局、針路不安定船では系が安定の領域で天候調整機構 (Dead Band,

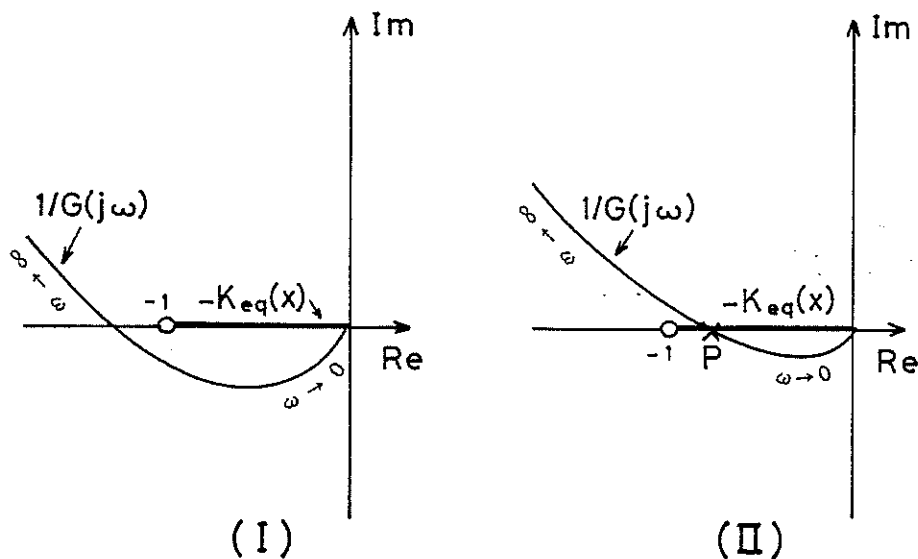


Fig. 5.2 Nyquist diagram of unstable ships
with dead band (Kochenburger's method)

Back Lash) による自動発振は避けられない。

もし、記述関数 $K_{eq}(x)$ に位相遅れがない場合、自動発振振幅と周波数は解析的に求めることができる。すなわち、

(1) $\text{Im} \{ 1 / G(j\omega) \} = 0$ となる $\omega = \omega_0$ を求める。

(2) (1) より、 $1 / G(j\omega_0) = \text{Re} \{ 1 / G(j\omega_0) \}$ となり、記述関数の等価ゲイン $K_{eq}(x_0)$ に相当する。

(3) $K_{eq}(x)$ 曲線から自動発振時の入力振幅比 $x_0 = \bar{X}_0 / a$ が求まる。

なお、E10-10 船の ω_0 及び $1 / G(j\omega_0)$ 曲線を K_p をパラメータにし、 T_0 を横軸にとり Fig. 5.3 に、Dead Band、Back Lash、Dual Gain の K_{eq} 曲線を Fig. 5.4 に示す。

Fig. 5.4 に示すように Back Lash の場合のみ、 $K_{eq}(x)$ に位相遅れがあることより、上述の解析法は使えない。

(2) 近似双入力記述関数法

この方法は、Fig. 5.5 のように、Fig. 5.1 で示した制御系に外から

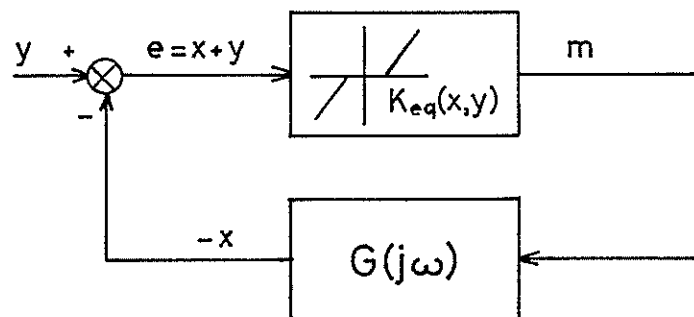


Fig. 5.5 Equivalent linear feedback system
with external input

外乱が加わる場合について、その記述関数 $K_{e q}(x, y)$ ($y = B / a$: 外乱振幅比) を求めようとするものである。

これには、 y が x と調波関係にある場合に用いられる双入力記述関数法もあるが、一般には計算は複雑である。

一方、近似双入力記述関数法は y が x の周波数の 10 倍またはそれ以上の場合に用いられる簡便法であり、船の自動操舵系を考える場合、自動発振と波による外乱の周波数が十分隔たっているため好都合である。

詳しい説明は前述の文献^{58), 59), 60)}に譲るが基本的な考え方は次のとおりである。

2 種類の正弦波の周波数が十分隔たっているので、高周波正弦波の 1 サイクル間に低周波正弦波は変化せず一定とみなす。すなわち、入力は

$$e = A_0 + B \sin \beta t \quad (5.3)$$

とみなす。その時、出力の平均値を A_v とすると、等価 DC ゲイン $K(A_0, B)$ は次式で定義できる。

$$K(A_0, B) = \frac{A_v}{A_0} \quad (5.4)$$

この等価 DC ゲインを高周波正弦波の振幅 B をパラメータにして示したのが変更非線形特性と呼ばれ、Fig. 5.6 に Dead Band の例を示す。無外乱時の特性が、高周波の外乱によって、線形化されていく様子が分かる。

このように非線形要素を変更非線形特性（平均化された低周波信号に対する入出力特性）で置き換えることによって、Fig. 5.5 を見かけ上、高

周波信号のないフィードバック系 (Fig. 5.7) とみなすことができる。

この変更非線形特性に対する記述関数のことを近似双入力記述関数と呼び、記述関数同様に、正弦波入力に対する出力波のフーリエ級数第1項の振幅比及び位相差で表すが、変更非線形特性が数式で表現できないため、図形的に求められる。

Fig. 5.8 に同じく、Dead Band の K_{eq} 曲線を示す。通常、 x 、 y ともにその振幅 \bar{X} 及び B と非線形要素の定数 a との比で表す。また、無外乱時の記述関数の K_{eq} 曲線はもちろん、 $B/a = 0$ のケースとして、近似双入力記述関数の K_{eq} 曲線で与えられる。

このようにして、高周波の外乱が加わった時の記述関数 $K_{eq}(x, y)$ が求まると、その自動発振解析は、Kochenburger 法と全く同一で、ただ、記述関数の代わりに近似双入力記述関数を用いればよい。

なお、上述の近似双入力記述関数は高周波外乱が不規則雑音の場合にも拡張できる。詳しくは、前述の文献^{58), 59), 60)}に譲るが、その結果は、高周波外乱が正弦波の場合とよく似ており、正弦波の場合 B/a をパラメータとしたのに対し、定常正規雑音の場合、 $\sqrt{2}\sigma/a$ (σ : 正規雑音の定常偏差) をとればよい (Fig. 5.8 に点線で併記)。

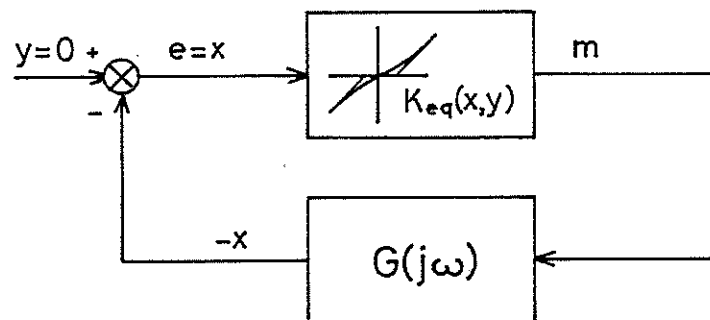


Fig. 5.7 Equivalent linear feedback system
with altered nonlinear characteristics

5. 2. 2 天候調整機構による操舵量の軽減

前節で、天候調整機構が制御系の安定性を害し誘起する自励発振について述べたが、本来、天候調整機構は、船が波の中を航走するときの一つ一つの波に対して無益な操舵を繰り返しオートパイロットや操舵機を不必要に酷使することを避けるために挿入された機構である。

当時は、オートパイロットも機械的な装置であり、オートパイロットにしろ、操舵機にしろ、その機械的な摩耗や故障が大きな問題となり、そのために考えられた装置であろう。そして、その装置として、機械的には一番容易な Back Lash が採用されたと考えられる。この目的のためには、元良¹⁴⁾が指摘したようにフィルターが望ましいわけであるが、フィルターのもつ位相遅れが制御系の安定性を劣化させるため、位相遅れを生じない数値フィルターを使った処理が考えられる。いずれにしてもそのカットオフ周波数の問題等が残る。

最近のオートパイロットは電気化されているのはもちろんのこと、徐々に電算化の傾向にあり、操舵機も機械的な信頼性が向上していて、以前のように機械的に保護する意味はあまりなくなった。しかし、反面、むやみな操舵は保針性能にはほとんど寄与せず、操舵抵抗をもたらし、船速を低下させる。

本節では、天候調整機構が、高周波の外乱に対して、どの程度操舵量の軽減に役立っているか Dead Band、Back Lash、Dual Gain について調べる。

(1) Dead Band

天候調整が効いていない時の舵角のスペクトルのうち、波によって誘起された部分を単純化して三角形状とみなし、その自乗平均値 $\overline{\delta_L^2}$ を次式により求める。

$$\overline{\delta_L^2} = S_{\delta_L}(\omega_w) \cdot \Delta\omega / 2 \quad (5.5)$$

ここで ω_w は波による外乱の中心周波数、 $\Delta\omega$ は波の外乱の周波数の広がり幅で、 $S_{\delta_L}(\omega_w)$ は、 ω_w での舵角のスペクトルの値である。

今、波による外乱が狭帯域でのスペクトルであることを考えると、その時の舵角を次式で近似的に取り扱うことができる。すなわち、

$$\begin{aligned} \delta_L &= \sqrt{2 \overline{\delta_L^2}} \sin \omega_w t \\ &= \sqrt{S_{\delta_L}(\omega_w) \Delta\omega} \sin \omega_w t \end{aligned} \quad (5.6)$$

で与えられる。さらに、自乗平均値を扱っているので位相遅れを無視すると、その指令舵角 δ_L^* は、

$$\begin{aligned} \delta_L^* &= \sqrt{1 + T_E^2 \omega_w^2} \cdot \sqrt{S_{\delta_L}(\omega_w) \Delta\omega} \cdot \sin \omega_w t \\ &\cong 2 \sqrt{S_{\delta_L}(\omega_w) \Delta\omega} \cdot \sin \omega_w t \\ &\cong \delta_0^* \sin \omega_w t \end{aligned} \quad (5.7)$$

とみなせる。

天候調整機構がある時、天候調整に入る前の舵角 δ_{NL}^{**} ($= \delta_L^*$)、天

候調整を出た後の舵角 δ_{NL}^* 、操舵機を出た後の実舵角 δ_{NL} はそれぞれ、

Fig. 5.9 に示すような関係にある。この図において、

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \omega_w t \\ \theta_1 &= \sin^{-1} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \end{aligned} \right\} (5.8)$$

なる変換を行うと、天候調整を加えた時の舵角の自乗平均値 $\overline{\delta_{NL}^2}$ は次のように求めることができる。

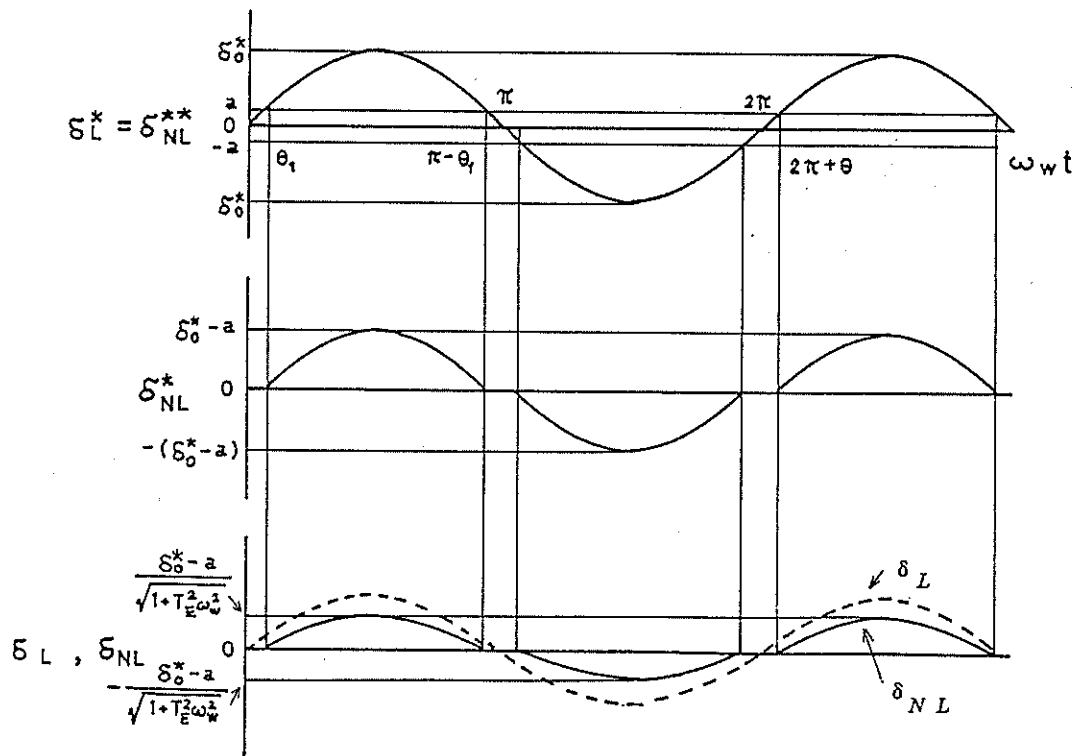


Fig. 5.9 Input and output relation of rudder angle with weather adjust mechanism

$$\begin{aligned}
\overline{\delta_{NL}^2} &= \overline{\delta_{NL}^{*2}} / (1 + T_E^2 \omega_w^2) \\
&= \frac{1}{1 + T_E^2 \omega_w^2} \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{\theta_1} 0^2 d\theta + \int_{\theta_1}^{\pi - \theta_1} (\delta_0^* \sin\theta - a)^2 d\theta \right. \\
&\quad \left. + \int_{\pi - \theta_1}^{\pi} 0^2 d\theta \right\} \\
&= \frac{1}{1 + T_E^2 \omega_w^2} \cdot \frac{2}{\pi} \int_{\theta_1}^{\pi/2} (\delta_0^{*2} \sin^2\theta - 2\delta_0^* a \sin\theta + a^2) d\theta \\
&= \frac{1}{1 + T_E^2 \omega_w^2} \cdot \frac{2}{\pi} \left[\frac{\delta_0^{*2}}{2} \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) + 2\delta_0^* a \cos\theta + a^2 \theta \right]_{\theta_1}^{\pi/2} \\
&= \frac{1}{1 + T_E^2 \omega_w^2} \cdot \frac{\delta_0^{*2}}{2} \left[\frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \theta_1 + \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{8}{\pi} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} + \frac{4}{\pi} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) \right] \\
&= \frac{1}{1 + T_E^2 \omega_w^2} \cdot \frac{\delta_0^{*2}}{2} \left[\left\{ 1 + 2 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{6}{\pi} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} \right] \\
&= \overline{\delta_L^2} \left[\left\{ 1 + 2 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{6}{\pi} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} \right] \tag{5.9}
\end{aligned}$$

よって、天候調整がない時の自乗平均値 $\overline{\delta_L^2}$ との比をとると、

$$\begin{aligned} \overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} &= \left\{ 1 + 2 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{6}{\pi} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} \quad (5.10) \end{aligned}$$

を得る。これを (a / δ_0^*) を横軸にとり図示したのが、Fig. 5.10 であり、Dead Band の場合、天候調整幅が線形制御による指令舵角の 25% 弱で、操舵量は線形制御時の約半分になることが分かる。

(2) Back Lash

Back Lash について (1) と同様の計算をすると、次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} &= 1 + 8 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2 + \frac{1}{\pi} \left\{ 1 - 8 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \right\} \cos^{-1} \left\{ 1 - 2 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \right\} \\ &\quad - \frac{2}{\pi} \left\{ 1 + 6 \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \right\} \sqrt{\left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} \quad (5.11) \end{aligned}$$

これを同じく、Fig. 5.10 に併記する。Dead Band に比べ、操舵軽減効率が劣っていることが分かる。5.1.1でも述べたように Back Lash の場合、自励発振の面でも他より劣っており（針路安定船でも自励発振することがある）、天候調整機構に Back Lash を用いることは避けるべきである。

(3) Dual Gain

Dual Gain についても同様の計算ができる。

$$\frac{\overline{\delta_{NL}^2}}{\overline{\delta_L^2}} = 1 - \frac{2}{\pi} (1 - n^2) \times \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{a}{\delta_0^*} \right)^2} \right\} \quad (5.12)$$

ただし、high gain の傾きを 1、low gain の傾きを n とする。この結果も Fig. 5.10 に併記する。Dead Band や Back Lash に比べ、操舵量はほとんど軽減しない。したがって、Dual Gain は、自動発振も起こりにくい反面、さほど操舵量も軽減せず、線形制御に近い応答をすることが分かる。

高周波外乱による操舵を軽減するものとしては他にフィルターが考えられ、現在、ほとんどのオートパイロットに装備されている。この場合、一つ一つの波に対して反応する操舵は制御上はほとんど無益であるので、その周波数帯にカットオフ周波数を選べばよい。しかし、あまり低くとると、他の周波数帯へもその位相遅れが波及するので、本項の冒頭でも述べたように数値フィルターや 2 次フィルターなど遮断特性のよいものを使うべきである。

5. 2. 3 天候調整機構を含む保針制御系の推進馬力損失

前2項において、天候調整機構によって起こる自励発振と高周波の操舵量を軽減させる作用についてその推定方法を述べた。本項では、この二つの要素と周波数応答法による線形制御結果を組み合わせて、天候調整機構を含む保針制御系の推進馬力損失の推定法について述べる。この推定法の検証については次節で取り扱う。

(1) 自励発振による推進馬力損失

5. 1. 1で述べた記述関数法もしくは近似双入力記述関数法により線形制御系の各定数が決まると、その時の自励発振振幅比 $[\overline{X}_0 / a]$ と周波数 ω_0 を求めることができる。

すなわち、天候調整機構を通る前の指令舵角の振幅 δ_0^{**} は、

$$\delta_0^{**} = \left[\frac{\overline{X}_0}{a} \right] \cdot a \quad (\text{deg}) \quad (5. 13)$$

となる。天候調整機構を通った後の指令舵角の振幅 δ_0^* は、

$$\begin{aligned} \delta_0^* &= K_{e q} \left(\frac{\overline{X}_0}{a} \right) \cdot \delta_0^{**} \\ &= K_{e q} \left(\frac{\overline{X}_0}{a} \right) \cdot \left[\frac{\overline{X}_0}{a} \right] \cdot a \quad (\text{deg}) \quad (5. 14) \end{aligned}$$

となり、さらに舵角の振幅 δ_0 は、ラジアンで表示すると、

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{1}{\sqrt{1 + T_E^2 \omega_0^2}} \cdot \delta_0^* \cdot \frac{1}{57.3} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + T_E^2 \omega_0^2}} \cdot K_{eq} \left(\frac{\overline{X_0}}{a} \right) \cdot \left[\frac{\overline{X_0}}{a} \right] \cdot a \cdot \frac{1}{57.3} \\ &\doteq K_{eq} \left(\frac{\overline{X_0}}{a} \right) \cdot \left[\frac{\overline{X_0}}{a} \right] \cdot a \cdot \frac{1}{57.3} \quad (5.15) \end{aligned}$$

したがって、舵角の自乗平均値 $\overline{\delta^2}$ (rad²) は、

$$\overline{\delta^2} = \left\{ K_{eq} \left(\frac{\overline{X_0}}{a} \right) \cdot \left[\frac{\overline{X_0}}{a} \right] \cdot \left(\frac{a}{57.3} \right) \right\}^2 / 2 \quad (5.16)$$

で与えられる。

一方、方位角と回頭角速度の振幅を求める方法は二つある。一つは、舵角より求めるものであり、次に示すとおりである。

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_0 &= \sqrt{\frac{K^2 (1 + T_3^2 \omega_0^2)}{(1 + T_1^2 \omega_0^2) (1 + T_2^2 \omega_0^2)}} \cdot \delta_0 \\ &\doteq K \cdot \delta_0 \quad (\text{deg/sec}) \quad (5.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{r'^2} &= \dot{\psi}_0^2 / 2 \cdot (L/V)^2 (1/57.3)^2 \\ &= K^2 (L/V)^2 \overline{\delta^2} \quad (\text{rad}^2) \quad (5.18) \end{aligned}$$

$$\psi_0 = \dot{\psi}_0 / \omega_0 \quad (\text{deg})$$

$$\overline{\psi^2} = (K/\omega_0)^2 \cdot \overline{\delta^2} \quad (\text{rad}^2) \quad (5.19)$$

よって、自励発振による馬力損失 J_0 は、

$$\begin{aligned} J_0 &= \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \overline{r'^2} \\ &= \left\{ \lambda_1 \frac{K^2}{\omega_0^2} + \lambda_2 + \lambda_3 \left(\frac{L}{V}\right)^2 K^2 \right\} \left\{ K_{eq} \left(\frac{\overline{X_0}}{a}\right) \left[\frac{\overline{X_0}}{a}\right] \left(\frac{a}{57.3}\right) \right\}^2 / 2 \\ & \quad (5.20) \end{aligned}$$

で与えられる。

もう一つの方法は、方位角を発振振幅比 $[\overline{X_0}/a]$ より求めるものであり、以下に示す。

$$\psi_0 = \frac{1}{K_P \sqrt{1 + T_D^2 \omega_0^2}} \cdot \left[\frac{\overline{X_0}}{a}\right] \cdot a \quad (\text{deg}) \quad (5.21)$$

$$\overline{\psi^2} = \frac{1}{K_P^2 (1 + T_D^2 \omega_0^2)} \left\{ \left[\frac{\overline{X_0}}{a}\right] \left(\frac{a}{57.3}\right) \right\}^2 / 2 \quad (5.22)$$

(rad²)

$$\dot{\psi}_0 = \omega_0 \psi_0 \quad (\text{deg/sec})$$

$$\begin{aligned} \overline{r'^2} &= \frac{\omega_0^2}{K_P^2 (1 + T_D^2 \omega_0^2)} \left(\frac{L}{V}\right)^2 \left\{ \left[\frac{\overline{X_0}}{a}\right] \left(\frac{a}{57.3}\right) \right\}^2 / 2 \\ & \quad (\text{rad}^2) \quad (5.23) \end{aligned}$$

よって、自動発振による馬力損失 J_0 は、

$$J_0 = \left[\frac{\lambda_1 + \lambda_3 \omega_0^2 (L/V)^2}{K_P^2 (1 + T_D^2 \omega_0^2)} + \lambda_2 \left\{ K_{eq} \left(\frac{\overline{X_0}}{a} \right) \right\}^2 \right] \\ \times \left\{ \left[\frac{\overline{X_0}}{a} \right] \left(\frac{a}{57.3} \right) \right\}^2 / 2 \quad (5.24)$$

となる。

Fig. 5.19 ~ Fig. 5.21 中の実線はそれぞれ Dead Band、Back Lash、及び Dual Gain の自動発振を記述関数法により求め、(5.24)式を用いてその馬力損失を推定したものである。

(2) 天候調整機構による高周波操舵量の軽減を考慮した推進馬力損失
周波数応答法で求めた線形制御時の馬力損失は、4.4.2で述べたように、 K_P をパラメータにしてみると、 T_D の小さい領域では変動風による影響が無視できず、しかも、 $\overline{r'^2}$ や $\overline{\psi^2}$ が支配的であるが、その他の領域では、波による影響が大きく馬力損失のほとんどを $\overline{\delta^2}$ が占める。したがって、近似的には、馬力損失曲線の底部より T_D の大きい部分をすべて $\lambda_2 \overline{\delta^2}$ とみなし、それを5.1.2で求めた $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})$ の比で減ずることにより、高周波操舵量の軽減を考慮した馬力損失を推定することができる。この方法は言い換えると、操舵量の軽減した分だけ、方位角や回頭角速度の自乗平均値も減少するとして計算したことに対応する。式で表すと次式となる。

$$J_N = \left(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} \right) \left(\lambda_1 \overline{\psi_L^2} + \lambda_2 \overline{\delta_L^2} + \lambda_3 \overline{r_L'^2} \right) \quad (5.25)$$

しかし、馬力損失曲線の底部付近では各自乗平均値の寄与が分散している
 ので、上述の方法では馬力損失を過小評価する恐れがある。これは、高
 周波の操舵がほとんど制御効果がない、すなわち、操舵量が軽減しても方
 位角や回頭角速度は減少しないと考えられるためである。したがって、こ
 のような場合には、各 T_D において、 $\overline{\delta^2}$ についてのみ軽減量を考慮し、
 他はそのままにして計算する方法が考えられる。すなわち、

$$J_N = \lambda_1 \overline{\psi_L^2} + \lambda_2 \left(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} \right) \overline{\delta_L^2} + \lambda_3 \overline{r_L'^2} \quad (5.26)$$

で与えられる。

いずれの場合も、 $\left(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} \right)$ を求める際の δ_0^* は、 $\overline{\delta_L^2}$ を用いる
 のが望ましいが、(5.25)式を用いる場合で各自乗平均値が分からない
 場合は近似的に J_L / λ_2 より求めてもよい。

Fig. 5.26 ~ Fig. 5.28 の実線は (5.25) 式により推定した天候
 調整機構による高周波操舵量の軽減を考慮した馬力損失である。

(3) 天候調整機構を考慮した推進馬力損失

(1)、(2)の結果を足し合わせることにより、天候調整機構が存在
 する時の馬力損失を次式で推定することができる。

$$J_{NL} = J_0 + J_N \quad (5.27)$$

Fig. 5.29～ Fig. 5.31 の実線は、 Fig. 5.19～ Fig. 5.21 及び、 Fig. 5.26～ Fig. 5.28 の実線より求めた Dead Band、 Back Lash、 Dual Gain の馬力損失を E10-10 船、 $K_P = 1$ について推定したものである。

5.3 天候調整機構を含む保針運動のシミュレーション

5.3.1 計算手法とその検証

Fig. 5.11 に計算に用いた保針制御系の構成を示す。計算にあたっては、周波数応答法による結果との対応をよくするために船の応答モデルは非線形項を省略して二階線形とし、外乱も同一のスペクトル形状となるように留意した。なお、操舵機の応答モデルには、通常の保針時には影響しないので、最大操舵速度 $\dot{\delta}_{\max}$ を考慮した一次遅れを用いた。

計算はルンゲ・クッタ・ギル法を用い演算間隔は1秒とした。供試船は、風と波の影響が割合はっきり現れている E10-10 船 ($\alpha = 30^\circ$) を選んだ。オートパイロットの係数は $K_P = 1$ とし、 T_D は周波数応答法で求めた馬力損失曲線より、風の影響の大きい $T_D = 10$ sec、ほぼ馬力損失が最小となる $T_D = 20$ sec、及び、波の影響が支配的な $T_D = 50$ sec の3とおりとした。天候調整機構としては、Dead Band、Back Lash 及び

Dual Gain ($n = 0.1$) とし、天候調整幅 (片幅) は $\alpha = 1, 2, 3^\circ$ とした。さらに、周波数応答法による結果との対比のため、天候調整を含まない線形制御時の計算も行った。また、外乱と天候調整機構の相互干渉を調べたり、各成分に分離するため、外乱は、無外乱、風による外乱のみ、波による外乱のみ、そして、風及び波による外乱の計 4 種類の状態について、計算を行った。計算結果は、方位角 ψ 、舵角 δ 、及び、回頭角速度 $\dot{\psi}$ のそれぞれについて、タイムヒストリー、自乗平均値を出力するとともに、Blackman-Tukey法によるスペクトル解析を行った。

ただし、第 4 章で行った計算とは次の点が違っており、直接の比較はできない。

- 1) 有義波高は約 1.5 m
- 2) 波のスペクトルに対する出会い周波数修正 (4.8) 式は行っていない。
- 3) 推進馬力損失 J の算定にあたって、第 4 章では角速度の自乗平均値 $\overline{r_M'^2}$ は角速度のスペクトル $S_{\dot{\psi} + \dot{\psi}_N}(\omega)$ を $\omega \leq 0.4$ の範囲で積分して求めたのに対して、本章では、タイムヒストリーより直接求めた。すなわち $\overline{r_M'^2}$ を用いた。

本項では、5.2.3 で述べた天候調整機構を含む自動操舵系の推進馬力損失の推定法の有効性を検討するのが目的であるので、上記の計算条件の相違は本質的に問題となるものではない。

したがって、以後の議論では、第 4 章の結果ではなく、デジタル・シミュレーションで天候調整機構を除去したものを線形制御時のものとして

扱う。

なお、以後の解析上、実験状態や解析方法を示す記号及び印について述べる。ここでいう記号とは自乗平均値 $\overline{x^2}$ の各種の表現をいう。

実験状態のうち、記号及び印で識別するものとして、天候調整機構の種類 (Linear、Dead Band、Back Lash、Dual Gain) と天候調整幅 a 、及び外乱の種類 (無外乱、風のみ、波のみ、風と波) とする。解析方法としては、記号及び印の双方で識別するものとして、干渉項 (後述) の補正をしたかどうか、そして、記号でのみ識別するものとして、自動発振による成分と高周波外乱 (波) による成分とする。

以上を、できるだけ簡潔で覚えやすくするために、各要素を記号上や印の部分で決めておき、それらを組み合わせることにより、各々の記号や印を定義した。Table 5.1 (a) ~ (d) にその一般形及び各要素の定義と意味を一覧表で示す。

これらを組み合わせた例として、次にいくつか示す (印は Dead Band の例)。

$\overline{x_{\pm}^2}$: 風と波の外乱があり、天候調整機構がない時 (グラフ上では○) の運動 x の自乗平均値
$\overline{x_0^2}$: 無外乱で天候調整機構がある時 (▲ ■ ★) の自乗平均値
$\overline{x_{+0}^2}$: 風の外乱下で天候調整機構がある時 (▲ ■ ★) の自動発振による部分だけの自乗平均値
$\overrightarrow{x_{-0}^2}$: 波の外乱下で天候調整機構がある時 (▲ ■ ★) の波によって誘起された運動の自乗平均値
$\overline{x_{\pm 0}^2}$: 風と波の外乱下で天候調整機構がある時で干渉項を修正

して(☆☆☆)求めた自励発振による部分だけの自乗平均値

以後、特に断らない限りこの定義に従う。

5.3.2 自励発振解析結果

(1) まず、無外乱時の実験結果より自励発振解析を行い、Kochenburger法の検証を行った。その結果を Fig. 5.12～ Fig. 5.14 に塗りつぶした印で示す。図中の実線は、Fig. 5.4 で示した理論値であり、一点鎖線は実験点をつないだものである。なお、実験値の \overline{X} は、方位角及び回頭角速度を正弦波とみなして次式より推定した。

$$\overline{X} = K_P \sqrt{2 (\overline{\psi}^2 + T_D^2 \overline{\dot{\psi}}^2)} \quad (5.28)$$

実験値は理論値より \overline{X} が小さ目に出ているが、これは、方位角や回頭角速度が実際には正弦波でないため \overline{X} の推定が正しくなかったためと、Dead Band のようにその出力波形が正弦波から隔たっている場合には記述関数法では精度が出にくいためと思われる。

また、 $T_D = 50 \text{ sec}$ では、自励発振が起こらなかった。これは、5.1.1 で述べたことと矛盾する。このケースの場合、 $\delta = 0^\circ$ 、 $\psi = 1^\circ$ 、 $\dot{\psi} = 0^\circ/\text{sec}$ で直進しており、Dead Band の I/O 特性上ではちょうど折点上にあたる。アナログもしくはデジタル計算結果によると、線形部分の伝達関数 G がある程度以上大きい時にこの現象は起こる。

(2) 一方、風による低周波外乱が加わった時の結果より自動発振による自乗平均値を次式により推定した。

$$\overline{x_{+0}^2} = \overline{x_{+0}^2} - \overline{x_{+}^2} \quad (5.29)$$

そして、(5.28)式より自動発振振幅を推定し、Fig. 5.12 に Δ \square \star 印で示す。すなわち、風の外乱が加わることにより、自動発振が大きくなっている。

しかし、これは、自動発振そのものが大きくなったわけではなく、自動発振と風の外乱によって誘起された運動が同一周波数にあるための見かけ上の増加である。すなわち、

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} a_i \sin(\omega_i t + \epsilon_i) \quad (5.30)$$

と単一の正弦波

$$B = b \sin \omega t \quad (5.31)$$

$$b = a_n, \quad \omega = \omega_n, \quad 0 = \epsilon_n$$

があり、もし、 ω_i ($i = 1, n-1$) の中に ω に等しいものがあると、

A と B を重ね合わせた波形

$$C = \sum_{i=1}^n a_i \sin(\omega_i t + \epsilon_i) \quad (5.32)$$

の自乗平均値は、

$$\overline{C^2} = \overline{A^2} + \overline{B^2} + a_k b \cos \epsilon_k \quad (5.33)$$

$$(1 \leq k \leq n-1)$$

となり、線形重ね合わせが成り立たない。この第3項を干渉項と呼ぶこととする。

今、風の外乱による運動と自励発振運動は上述の波形AとBに相当し、Aの周波数帯がBの周波数を含むことから、この修正項を考慮する必要がある。この際、自励発振は、風の外乱による運動にその位相をほぼ合わせであろうから $\epsilon_k = 0$ とみなす。また、

$$a_k = \sqrt{2 S(\omega_0) \cdot \Delta \omega}$$

$$\equiv \sqrt{2 x_+^2(\omega_0)} \quad (5.34)$$

$$b = \sqrt{2 x_0^2} \quad (5.35)$$

より推定した。ここで $\Delta \omega$ は自励発振のスペクトルから推定した。結局、

$$\hat{x}_{+0}^2 = x_{+0}^2 - x_+^2 - 2 \sqrt{x_{+0}^2(\omega_0) \cdot x_0^2} \quad (5.36)$$

となる。

なお、 $T_D = 50 \text{ sec}$ においては、風の外乱を加えることによって、再び、自励発振が生じていることがタイムヒストリーから分かったので、解

析の際は、Fig. 5.4 に示すように、 $T_D = 50 \text{ sec}$ においても、それまでの K_{eq} 曲線を延長して $\overline{X}/a = 1$ に接続させた仮想の K_{eq} 曲線上に本来、自動発振点があるものとした。

このようにして風による運動と自動発振との干渉を修正して求めた結果を、Fig. 5.12 中に ~~本~~印で示す。先ほど、見かけ上発振振幅が大きくなっていた点が、再び、ほぼ、無外乱時の自動発振点に収まっていることが分かる。

以上のことより、風の外乱による運動は自動発振運動との間で、見かけ上、干渉を起こすものの、自動発振運動そのものには、ほとんど影響を及ぼさないことが分かる。

逆に、自動発振が風の外乱による運動に及ぼす影響については、今回のスペクトル解析上では定かではない。しかし、上に述べた自動発振解析の際は、その影響がないとして、(5.29)式を用いており、その結果、干渉による修正を施せば、自動発振も風の影響を受けないことが分かったわけであるから、ここでは自動発振が風の外乱による運動に及ぼす影響はないものとみなす。

したがって、風による運動と自動発振とは単純重ね合わせができるとして取り扱ってよい。

(3) 波の外乱が加わる時に作用する運動と自動発振との相互影響は、5.1.1、5.1.2で述べた自動発振の安定化と、高周波操舵の軽減である。

安定化した自動発振による運動の自乗平均値は実験値より次式で求めた。

$$\frac{\overline{x^2}}{x_0^2} = \frac{S_{-0}(\omega_0)}{S_0(\omega_0)} \cdot \frac{\overline{x_0^2}}{x_0^2} \quad (5.37)$$

ただし、 $S_0(\omega_0)$ 、 $S_{-0}(\omega_0)$ はそれぞれ無外乱時及び高周波外乱が加わった時の自動発振周波数 ω_0 でのスペクトルの値を示す。各自乗平均値が求まると、さらに (5.28) 式により \overline{X}/a が求まる。その結果を Fig. 5.16 に \blacktriangle \blacksquare \star 印で示す。ここで、各印の近くにある数字は、近似双入力記述関数法でいう $\sqrt{2}\sigma/a$ 、すなわち、高周波信号振幅比であり、波のみを印加した時の線形応答よりその周波数帯での操舵機のゲインを考慮して (5.7) 式より求めた。Fig. 5.8 に示した理論推定曲線と比べると傾向的には合っているものの、安定化の程度が小さく、 $\sqrt{2}\sigma/a$ のとり方あるいは \overline{X}/a の推定に問題があるかもしれない。

さらに、風による外乱が加わった場合についても同様に検討した。

天候調整機構により軽減された高周波成分の自乗平均値を次式で推定する。

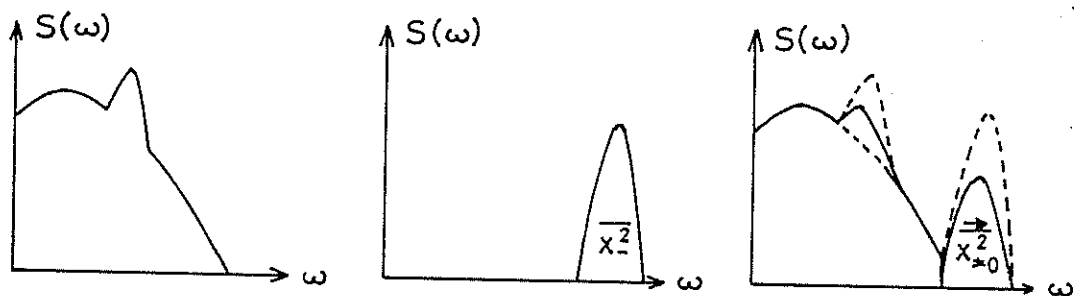


Fig. 5.15 Effect of wind and/or wave disturbances on self-excited oscillation

$$\overrightarrow{x_{\pm 0}^2} = \frac{S_{\pm 0}(\omega_w)}{S_{\pm}(\omega_w)} \cdot \overline{x_{\pm}^2} \quad (5.38)$$

さらに、上式より自動発振による部分の自動発振を求める。

$$\widetilde{x_{\pm 0}^2} = \overline{x_{\pm 0}^2} - \overline{x_{\pm}^2} - \overrightarrow{x_{\pm 0}^2} \quad (5.39)$$

これより \overline{X}/a を求めたのが、Fig. 5.16 ~ Fig. 5.18 の白抜き印である。

しかし、これも、(2) で述べた干渉項の修正を行うべきである。すなわち、

$$\widehat{x_{\pm 0}^2} = \overline{x_{\pm 0}^2} - \overline{x_{\pm}^2} - \overrightarrow{x_{\pm 0}^2} - 2 \sqrt{\overline{x_{\pm}^2}(\omega_0) \cdot \overline{x_0^2}} \quad (5.40)$$

で与えられる。ところが上式中の $\overline{x_0^2}$ は、高周波外乱により軽減された自動発振の自乗平均値、つまり、(5.40) 式により求まる $\widehat{x_{\pm 0}^2}$ そのものである。したがって、実際には、次の反復計算を $\widehat{x_{\pm 0}^2}$ が収束するまで行う。

$$\widehat{x_{\pm 0}^2} = \overline{x_{\pm 0}^2} - \overline{x_{\pm}^2} - \overrightarrow{x_{\pm 0}^2} - 2 \sqrt{\overline{x_{\pm}^2}(\omega_0) \cdot \widehat{x_{\pm 0}^2}(i)}$$

$$\widehat{x_{\pm 0}^2}(1) = \overline{x_0^2}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots$$

(5.41)

Fig. 5.16～ Fig. 5.18 に一部修正結果を示す。(2)と同様に干渉項を修正することにより、風の影響はほぼ無視できる。しかし、見かけ上は、この干渉項のために、せつかく、波の外乱により安定化された自動発振をもとに引きもどす働きが加わる。そして、その結果は、 $T_D = 50 \text{ sec}$ を除き、ほぼ、無外乱時の自動発振と同じであり、結局、天候調整機構による自動発振は、外乱を切り離して独立に扱っても大差ない。

これより求めた馬力損失曲線を理論推定曲線と重ねて、Fig. 5.19～ Fig. 5.21 に示す。なお、Fig. 5.19～ Fig. 5.20 においてグラフからはみ出す点には、その値を付した。

5.3.3 操舵量の軽減を考慮した馬力損失曲線

5.1.2で述べた手法に基づき、実験結果の解析を行う。

波による外乱のみが作用している時の結果より、

$$\frac{\overrightarrow{x^2}_{-0}}{x^2_{-}} = \frac{S_{-0}(\omega_w)}{S_{-}(\omega_w)} \quad (5.42)$$

を舵角について求め、(5.6)式及び(5.7)式より δ_0^* を求めた。その結果を、Fig. 5.22～ Fig. 5.23 に半塗り印で示す。一方、さらに、風による外乱が加わった時の実験結果も同様に求め、Fig. 5.22～ Fig. 5.24 に白抜き印で示す。両者とも Dead Band の $T_D = 10 \text{ sec}$ のケースを除き、ほぼ理論推定曲線とよく一致しており、この推定方法が狭帯域の不規則波外乱にも十分使えることが分かる。

Dead Band の場合、 $T_D = 10 \text{ sec}$ では高周波外乱によって安定化しているものの自動発振が大きく、さらには、風による低周波運動のため、低周波変動がないと仮定した理論推定曲線より軽減量が少ない (Fig. 5.25 (b) と (d) の高周波成分を比較)。このことを確かめるため、次のような考察を行った。

今、高周波信号 (波によって誘起された運動) は低周波信号 (自動発振や風による運動) の 10 倍以上の周波数であることより、低周波信号の変動は小さく、Dead Band 幅内では 0 とみなす。反対に、Dead Band 幅外では $\pm (a + B)$ (a : Dead Band 幅、 B : 高周波信号の振幅) と元の信号のうち絶対値の大きい方とする (Fig. 5.25 (e))。そうすると、

Dead Band を通った後の高周波信号成分は Fig. 5.25 (f) となる。このことは天候調整機構を出た信号 (d) を (g) とみなしたことに相当する。すなわち、(5.10) 式で求まる $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})$ を低周波信号が Dead Band により 0 となる区間のみ適用して求めることになる。結局、次式を得る (A : 低周波成分の振幅、自動発振なら $\overline{X_0}$)。

$$\overline{(\delta_{NL}^2 / \delta_L^2)}_{-0} = 1 - \left\{ 1 - \left(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} \right) \right\} \frac{2}{\pi} \theta_1 \quad (5.43)$$

ただし、 $\theta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{a}{A} \right)$

ここで、 $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})$ は (5.37) 式により求まる低周波運動を考慮しない操舵量軽減量、 $\overline{X_0}$ は自動発振振幅 (及び風による運動振幅) である。ただし、この式による推定結果 (Fig. 5.22 中の一点鎖線) は

あまりよくなく、むしろ、 $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})$ の修正係数は低周波信号における $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})_0$ あるいは $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})_{+0}$ を用いた次式の方がよい。

$$\begin{aligned} (\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})_{-0} &= 1 - \{ 1 - (\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2}) \} \\ &\quad \times \{ 1 - (\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})_0 \} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Fig. 5.22 の破線は上式により推定したものであり、それぞれ縦線で結んだ実験点と対応している。 $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})_0$ は、Fig. 5.16 の実験点より X_0 / a 、すなわち、 δ_0^* / a を求め、さらに Fig. 5.22 の理論推定曲線より求めた。 $(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2})_{+0}$ の場合はさらに風による運動振幅も考慮した。この推定式による結果も実験値との一致は今一つだが、次に示す馬力損失曲線に見られるように $T_D = 10 \text{ sec}$ での波による馬力損失そのものが小さく、(5.10)式を用いた推定値でもさほど実験値と違わない。

方位角と角速度についても同様に軽減量が求まる。しかし、 T_D の小さい範囲では、波によって誘起された馬力損失そのものが小さく、むしろ自動発振による馬力損失が顕著となり、反対に、 T_D の大きい範囲では、馬力損失はほとんど波によって誘起された舵角の項であるため、(5.10)式により求まる減少率を周波数応答計算の波による馬力損失にかけても大差ない。Fig. 5.26～ Fig. 5.28 に示す馬力損失曲線は、舵角の項にのみ(5.10)式を考慮して求めたものである。すなわち、

$$\vec{J}_{NL-0} = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \left(\overline{\delta_{NL}^2} / \overline{\delta_L^2} \right) \lambda_2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \overline{r'^2} \quad (5.45)$$

により計算した。ほぼ、実験値と一致している。

5.3.4 非線形制御時の推進馬力損失

5.3.2、5.3.3及び周波数応答解析結果を合わせることにより、非線形制御時の馬力損失が実験値より求まる。これを、5.2.3で求めた理論推定曲線と合わせて、Fig. 5.29～Fig. 5.31に示す。 $T_D =$

10 secで自動発振解析との誤差が大きいものの、後の領域ではほぼ、実験値をよく推定しているといえる。

5.4 非線形制御系における推進馬力損失の評価

5.2及び5.3で述べたように、天候調整機構が加わった時の馬力損失を線形制御時の結果から簡単に、かつ、合理的に推定することができる。

ここでは、その結果に基づき、馬力損失の評価を行う。

一つの方法は、線形制御時の場合と同様に非線形制御時の馬力損失を求め、それが何パーセント以下なら可、以上なら不可という評価を行うやり方である。しかし、この方法では、天候調整機構の種類、天候調整幅さらに、線形制御の係数 K_P 、 T_D を組み合わせると膨大な量の計算をする必

要があり、その結果も単純に表現できない。すなわち、計算方法としては有効であっても評価方法としては十分ではないと言える。

もう一つの方法として線形制御の効果と非線形制御を切り離す方法について本節で述べる。

自励発振による馬力損失は、Fig. 5.19～Fig. 5.21に見られるように、制御系が不安定となる領域付近では線形制御時の影響をしのいだオーダーとなるが、線形制御時の馬力損失が最小となる領域よりも高ゲイン側ではほぼ無視できる。

一方、天候調整による操舵量の軽減は、線形制御時の馬力損失が最小となる領域より高ゲイン側でのみ顕著である。

そこで次のような取り扱いを行う。

まず、線形制御時の結果より、 K_p 、 T_D を横軸と縦軸にした等馬力損失図 (contour map) を描く。次に無外乱時の自励発振解析を行い、馬力損失が一定 (例えば1%) になる K_p と T_D の組み合わせをある天候調整幅 (ここでは $\alpha = 1^\circ$ とした) について求め、等馬力損失図に重ねる。そして、その線より制御系の不安定側 (低ゲイン側) では、線形制御時の応答とは無関係に評価の対象からはずす。幸いにして、こういう領域は、通常、線形制御時の馬力損失が最小となる点より不安定側であり、しかも、そういう領域では、線形制御時の応答そのものが急激に不安定になり、馬力損失が大きくなっている。

Fig. 5.32 中の×印はそれをE10-10船 (海象等は前に同じ) に適用し、天候調整幅 1° 、自励発振による馬力損失が1%となる線を Dead Band について示したものである。

天候調整による操舵量の軽減は Dead Band が一番大きく、Back Lash、

Dual Gain の順に小さくなるが、線形制御時の馬力損失が最小となる点付近ではほとんど変わらないこと、及び、安全側であることより、評価の際は省略してもよいと思われる。

むしろ、Fig. 5.28～ Fig. 5.31 を見ると分かるように、その効果は、天候調整幅により線形制御時の馬力損失が最小となる点を高ゲイン側に移すが、その最小値は線形制御時とほとんど変わらないとみなすことができる。

したがって、非線形制御時の馬力損失の評価は、Fig. 5.32 において、自励発振による馬力損失が1%になる領域より高ゲイン側について行い、その線が線形制御時の馬力損失最小の線より低ゲイン側であれば、線形制御時の結果を、高ゲイン側であれば自励発振による馬力損失を評価の対象とすればよい。

5.5 結 論

本章では、第4章の線形解析に引き続き、オートパイロット中に含まれる天候調整機構等の非線形要素の推進馬力損失に及ぼす影響について考察を加えた。本章で得られた主な結論は次のとおりである。

- (1) 本章で述べた方法により、不規則外乱下で保針中の船舶の推進馬力損失を、オートパイロット中に含まれる天候調整機構等の非線形要素をも加味して求めることができる。

- (2) その結果によると、外乱下の非線形制御時の推進馬力損失は、線形制御時の応答に、自励発振による馬力損失と、非線形要素による高周波操舵量の軽減を加えたものとみなすことができ、各々の部分は、本章の方法により十分推定できる。
- (3) したがって、任意の船で任意の非線形要素を有する場合の推進馬力損失が線形制御時の応答をもとにして推定することができる。
- (4) また、自励発振による推進馬力損失の大きい領域では、そもそも線形制御系の安定性が劣化して変動風等の低周波外乱による推進馬力損失も同時に大きい。そこで、例えば、自励発振による推進馬力損失が1%以上になる領域を制御系が準不安定な領域とみなして除外すれば、他の安定な領域では、通常非線形要素である限り、その影響を無視して、線形制御系の解析に帰着させることができる。

6 針路不安定限界に関する結論

本研究は、「果して如何なる針路不安定船まで許容できるか」という操縦性におけるここ十数年来の課題の一つについて、詳細な検討を加えたものである。その結果を要約すると次のようになる。

- (1) 人間の与える最大の位相進みはおよそ 30° であり、 $\omega < 0.4$ rad/sec の周波数域で操舵機を含めた船の位相遅れが 40° 以上になると操舵量、船首揺ともに急増し保針が困難になる。
- (2) この難易度を船長船速比 L/V 及び針路不安定ループ幅 $2\delta_c$ を使った実用的な図表 (Fig. 2.19) を得た。その結果によると中小型船や高速船、すなわち、 L/V が小さい船ほど同一の不安定ループ幅では保針が困難となる傾向を定量的に示すことができた。
- (3) 蛇航に伴う推進馬力の直進中からの増加率 (%) として大洋航行中のオートパイロットの評価関数を得た。すなわち、

$$J = \lambda_1 \overline{\psi^2} + \lambda_2 \overline{\delta^2} + \lambda_3 \overline{r_M'^2} \quad (3.80)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{cases} 50 & : \text{船速一定} \\ 150 & : \text{航海時間一定} \end{cases} \\ \lambda_2 &= 100 \frac{R'_{\delta\delta}}{R'_{uu}} \\ \lambda_3 &= 100 \frac{R'_{rr}}{R'_{uu}} \end{aligned} \right\} (3.81)$$

となる。(船速変動の大きい場合等については、3.6を参照のこと)

- (4) 制御系全体の位相余裕が $10 \sim 30^\circ$ となるようにオートパイロットの係数を調整するとほぼ、最小の推進馬力損失となり、かつ、通常の海象ではかなりの針路不安定船であっても1%前後の推進馬力損失に抑えることができる。しかも、現行のオートパイロットが与える最大の位相進みは $20 \sim 40^\circ$ であることから、うまく調整されたオートパイロットにおける針路不安定船の許容限界は人間の場合とよく似た結果を示す。

- (5) 不規則外乱下の非線形制御時の推進馬力損失は、線形制御時の応答に、自励発振による馬力損失と、非線形要素による高周波操舵量の軽減を加味したものとみなすことができる。そして、自励発振による馬力損失が例えば1%以上になる領域を制御系が準不安定な領域として除外すれば、他の安定な領域では、非線形要素の影響を無視して、線形制御系の解析に帰着させることができる。
- (6) 人間が操舵する場合も、オートパイロットにより自動的に操舵する時も、制御系全体の位相特性が針路不安定船の保針許容限界に大きく影響することが分かった。したがって、中小型船や高速船においては、船の時定数が操舵機の時定数に近い場合、保針性能の改善上、操舵機の時定数を小さくすることは非常に有効である。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、大阪大学教授、野本謙作先生には、研究全般にわたる的確な御指導と具体的問題に対する討論や助言、そして暖かい激励を賜った。本研究は広島大学において行われたが、広島大学教授、仲渡道夫先生には研究遂行上あらゆる援助を与えていただき、また、同助教授、小瀬邦治先生には全研究を通じて具体的な御指導と討論・助言を賜った。この三人の先生方に深甚な謝意を表する次第である。

第2章の一部は日本造船研究協会第151研究部会の事業に関連して行われ、同部会の関係各位には折にふれ御指導いただいた。また、シミュレータの実験にあたっては、芳村康男氏をはじめとする大阪大学工学部造船学科の操縦性研究室の諸氏の全面的な協力を得た。

第3章において行った実験の一部は東京大学の船舶航海性能試験水槽において実施した。計画にあたり、東京大学教授、元良誠三先生、同、小山健夫先生、同、藤野正隆先生にはその借用を快諾いただいた上に、種々便宜を図っていただいた。また、実験にあたっては、東京大学助手、小柳雅志郎先生をはじめ、同水槽の技官、和田 喙氏、永島実郎氏（当時）、川村武男氏には大変お世話になった。

さらに、広島大学工学部第四類の船体運動学講座の多くの学生諸氏が卒業研究、修士論文として本研究に参加され、その貴重なデータを提供いただいた。佐々木直人氏、中上 敢氏、石山忠治氏、梅田宏規氏、池上 潔氏ならびに雨宮俊幸氏の各位である。また、佐伯敏朗氏、尾崎和行氏、大門義人氏には模型実験データの一部を提供いただいた。広島大学大型船型試験水槽の技官、平尾三郎氏には、計測器の製作等において負うところが

多い。

これら多くの方々の御協力、御援助なくしては本研究の遂行は不可能であったにちがいない。ここに深く謝意を表したい。

最後に、本研究の一部は、昭和 53 年度、54 年度及び 55 年度の文部省科学研究費補助金の交付を受けたこと、そして、広島大学総合情報処理センターの電子計算機を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) G. P. Weinblum : Beitrag zur Theorie der Kursstabilität und der Steuerfahrt, Schiffbau, Schifffahrt und Hafenbau, Heft 38, Seite 51-58, 1937.
G. P. Weinblum : Über die Kursstabilität von Schiffen, Schiffbau, Heft 11, 39. Jahrgang, Seite 181-184, Juni 1938.
- 2) 野本謙作、小瀬邦治 : 人間が操舵する船の操縦運動に関する実験的研究(一)、日本造船学会論文集、第132号、1972年12月。
- 3) T. Koyama : A proposal of a method to specify the permissible region of instability in the steering characteristics of ships, ISP, Vol.19, No.213, May 1972.
- 4) 野本謙作 : 針路不安定船の保針可能限界に関する一計算、日本造船学会試験水槽委員会第2部会資料(M 38-1)、1974年1月。
- 5) 野本謙作、田口謙士、本田啓之輔、平野進 : 船の操縦性に就いて(1)、(2)、造船協会論文集、第99号、第100号、1956年6月、1957年6月。
- 6) 野本謙作 : 自動操舵の安定性に就いて、造船協会論文集、第104号、1958年12月。
- 7) 日本造船研究協会第151研究部会「大型化に対応する船舶操縦システムの調査研究」報告書、研究資料 No.232, No.247, No.265, 1975年3月、1976年3月、1977年3月。
- 8) D. T. McRuer, D. Graham, E. S. Krendel and Jr. W. Reisener : Human pilot dynamics in compensatory systems — theory,

models and experiments with controlled element and forcing function variables, AFFDL-TR-65-15, July 1965.

- 9) 後藤昇弘 : 手動制御系における操縦性の線形モデルについて、日本航空宇宙学会誌、第21巻、第232号、1973年5月。
- 10) 井口雅一 : 手動制御の研究、東京大学工学部学位論文、1962年。
- 11) 例えば、伊沢計一 : 自動制御入門、オーム社。
- 12) K. Nomoto : Some aspects of simulation studies on ship handling, Proceedings of PRADS, International Symposium on Practical Design in Shipbuilding, Tokyo, Oct. 1977.
K. Nomoto : Simulator studies from a naval architects point of view, Proceedings of MARSIM78, First International conference on Marine Simulation, Southampton, Sep. 1978.
- 13) 野本謙作、元山登雄 : 船首揺れにもとづく推進馬力損失について、造船協会論文集、第120号、1966年12月。
- 14) 元良誠三 : 荒天中の自動操舵と Yawing について、造船協会論文集、第94号、1954年。
- 15) 小山健夫 : 外洋航行中の船の最適自動操舵系に関する研究、造船協会論文集、第122号、1967年12月。
- 16) N. H. Norrbin : On the added resistance due to steering on a straight course, Report of Performance Committee, Appendix 8, 13th ITTC, Berlin/Hamburg, 1972.
- 17) C. G. Källström and N. H. Norrbin : Performance criteria for ship autopilots : an analysis of shipboard experiments, Proceedings of Symposium on Ship Steering Automatic Control,

Genova, June 1980.

- 18) 広田 実 : 保針操舵の評価関数(その1) ——経済性——、
日本造船学会論文集、第135号、1974年6月。
- 19) 小瀬邦治、佐々木直人 : 保針操舵の評価関数について、西部造船会技術委員会性能部会(第68回)資料、1976年4月。
- 20) W. K. Wolters : A linear ship model for judging the effectiveness of steering large tankers, T. of RINA, Vol.119, July 1977.
- 21) H. Kanamaru and T. Sato : Adaptive auto pilot system with minimum propulsive energy consumption, Proceedings of ISSOA-79, "The Third International Symposium on Ship Operation Automation", Tokyo, Nov. 1979.
- 22) D. Clarke : Development of a cost function for autopilot optimisation, Proceedings of Symposium on Ship Steering Automatic Control, Genova, June 1980.
- 23) M. A. Abkowitz : Lectures on ship hydrodynamics, steering and manoeuvrability, HyA Report, Hy5, 1964.
- 24) N. H. Norrbin : Theory and observations on the use of a mathematical model of ship manoeuvring in deep and confined waters, SSPA Report, No.68, 1971.
- 25) 芳村康男、野本謙作 : 増減速を伴う操縦運動の取扱いについて、
日本造船学会論文集、第144号、1978年12月。
- 26) 小川陽弘、小山健夫、貴島勝郎 : MMG報告-I 操縦運動の数学モデルについて、日本造船学会誌、第575号、1977年5月。

- 27) 浜本剛実 : MMG 報告—II 操縦性数学モデルの理論的背景、同、第 577号、1977年 7月。
- 28) 葛西宏直、湯室彰規 : MMG 報告—III 舵に作用する力と船体・プロペラとの干渉、同、第 578号、1977年 8月。
- 29) 小瀬邦治、貴島勝郎 : MMG 報告—IV 拘束操縦性試験の方法及び試験装置、同、第 579号、1977年 9月。
- ※なお、上記 26)~29) の正誤表が同、第 586号 (1978年 4月) に記載されている。
- 30) 小川陽弘、長谷川和彦、芳村康男 : MMG 報告—V 操縦運動数学モデルの実験的検証と改良、同、第 616号、1980年10月。
- 31) A. Ogawa and H. Kasai : On the mathematical model of manoeuvring motion of ships, ISP, Vol.25, No.292, Dec. 1978.
- 32) 藤井 齊、津田達雄 : 自航模型船による舵特性の研究 (2)、造船協会論文集、第 110号、1961年12月。
- 33) 小瀬邦治、佐伯敏朗 : 操縦運動の新しい数学モデルについて、日本造船学会論文集、第 146号、1979年12月。
- 34) 佐伯敏朗 : 舵による流体力の船型による相違、第14回MMG資料、MMG 14-7、1980年 2月。
- 35) 岡田正次郎 : 舵特性に及ぼす推進器後流の影響について (舵の流体力学的研究 —— その3)、造船協会論文集、第 104号、1959年 1月。
- 36) 元良誠三 : 船体運動に対する附加質量および附加慣性モーメントについて ——その3 左右動に対する附加質量——、造船協会論文集、第 106号、1959年12月。

- 37) L. Wagner Smitt and M. S. Chislett : X'_{v_r} for models of a fast container vessel and two large tankers, measured with a planar motion mechanism, Materials for Reports in Preprints of 13th ITTC, Berlin/Hamburg, Sep. 1972.
- 38) G. van Leeuwen and J. M. J. Journée : Prediction of ship manoeuvrability, TNO Report, No.158S, 1972.
- 39) L. Wagner Smitt and M. S. Chislett : Large amplitude PMM tests and manoeuvring predictions for mariner class vessel, Proceedings of 10th Naval Hydrodynamics Symposium, Cambridge, U.S.A., June 1974.
- 40) 小川陽弘 : 外力を受ける船の操縦運動の計算(その2) —— 新しい数式モデルによる運動微係数の解析——、造船協会論文集、第134号、1973年12月。
- 41) 松本憲洋、末光啓二 : 拘束模型試験による操縦性の予測、関西造船協会誌、第176号、1980年3月。
- 42) 神中竜雄、深瀬 彊、湯室彰規、山崎禎昭 : 高速船型の旋回に関する二三の問題、造船協会論文集、第111号、1962年6月。
- 43) K. Kose : On a new mathematical model of maneuvering motions of a ship, ISP, (to be published), 1982.
- 44) 矢崎敦生 : 模型船による水槽試験から実船の伴流係数を推定するための図表について、日本造船学会誌、第480号、1969年6月。
- 45) (運輸省船舶技術研究所) : 舶用プロペラ設計資料(第1集)、運輸省船舶技術研究所報告、1962年7月。
- 46) 藤井 齊 : 船の操縦性における実船・模型の相関に関する一考

- 察、西部造船会々報、第62号、1981年 8月。
- 47) Y. Yoshimura, M. Ishii and T. F. Huang : Steering quality and scale effect on it for 564,000 DWT ULCC, J. of the Kansai Society of Naval Architects, Japan, No.183, Dec. 1981.
- 48) J. van Amerongen and H. R. van Nauta Lemke : Optimum steering of ships with adaptive autopilot, Proceedings of 5th Ship Control Systems Symposium, Vol.3, Annapolis, Oct.-Nov. 1978.
- 49) H. Eda and C. L. Crane : Steering characteristics of ships in calm water and waves, T. of SNAME, Vol.73, 1965.
- 50) 藤野正隆 : Sway・Yaw 運動を記述するための座標系に関する一考察、日本造船学会論文集、第 141号、1977年 6月。
- 51) 辻 豊治、高石敬史、菅 信、佐藤辰二 : 船体に働く風圧力に関する模型実験、運輸省船舶技術研究所報告、第 7巻、第 5号、1970年 9月。
- 52) R. M. Isherwood : Wind resistance of merchant ships, T. of RINA, Vol.115, 1973.
- 53) ㈱東京計器総合研究所 : 最近の船舶用オートパイロットの動向、日本航海学会航法研究部会資料、1974年10月。
- 54) M. I. Bech : Some aspects of the stability of automatic course control of ships, Proceedings of International Conference on Directional Stability and Control of Bodies Moving in Water, London and Hasler, April 1972.
- 55) 例えば、D. R. Broom, A. J. Keane and K. Marshall : The

effect of variations in ship operating conditions on an adaptive autopilot optimising function, Proceedings of Symposium on Ship Steering Automatic Control, Genova, June 1980.

- 56) 坪川毅彦、植村卓司、野本謙作 : 自動操舵に伴う推進馬力の損失について —— 針路不安定許容限界との関連 ——、日本造船学会論文集、第 151号、1982年 6月。
- 57) R. J. Kochenburger : A frequency-response method for analyzing and synthesizing contactor servomechanisms, T. of AIEE, Vol.69, Part I, 1950.
- 58) R. Oldenburger, R. C. Boyer : Effects of extra sinusoidal inputs to nonlinear systems, T. of ASME, Vol.84, Ser.D, 1962.
- 59) J. E. Gibson (堀井武夫訳) : 非線形自動制御系、p.462、コロナ社、1968.
- 60) 野本謙作、植村卓司、坪川毅彦 : 近似双入力記述関数による自、励船首揺解析、日本造船学会試験水槽委員会第2部会(第60回)資料 1980年 2月。

L I S T O F S Y M B O L S

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
A R	rudder area	$\frac{m^2}{m}$	Ld
A S	lateral projected area above water plane of a ship	$\frac{m^2}{m}$	
a	half width of weather adjust mechanism of an autopilot	deg	
a nn	thrust coefficient in speed equation (AII.4)	m	L
a nV	thrust coefficient in speed equation (AII.4)	-	
a rr	yawing resistance coefficient in speed equation (AII.4)	m	L
a VV	resistance coefficient in speed equation (AII.4)	1/m	1/L
a $\delta\delta$	steering resistance coefficient in speed equation (AII.4)	1/m	1/L
B,B m	moulded breadth of a ship	m	
C B	block coefficient of a hull	-	
C m	correction factor of longitudinal sway-yaw coupling term	-	
C N	coefficient of wind-induced yaw moment about the midship	-	
C P	empirical coefficient representing the effect of down wash in propeller inflow velocity	-	
C P	prismatic coefficient of a hull	-	
C Y	coefficient of lateral component of wind-induced force	-	
D	stability criterion of a ship	-	

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
D, D_P	propeller diameter	m	
d, d_m	draft of a ship	m	
E	energy necessary to convey a ship between two points	kgf m	
E.A.R.	expanded area ratio of a propeller	-	
F_N	rudder normal force	kgf	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
F_n	Froude number	-	
F_T	rudder force acting alongside a rudder	kgf	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
f_α	gradient of rudder normal force against attack angle in open water characteristics	-	
$f(\gamma)_A$	equivalent rudder coefficient due to wind force	deg rad	
$G, G(j\omega)$	transfer function [subscript] C : of a compass G : of a steering gear H : of a helmsman PD : of a PD autopilot PID : of an example of PID autopilot S : of a ship		
$g(J)$	function of advance ratio representing the coefficient of rudder inflow velocity	-	
$g(s)$	function of propeller slip ratio representing the coefficient of rudder inflow velocity	-	
$H, H(j\omega)$	response amplitude operator from yaw disturbance [subscript] δ : to rudder angle $\psi + \psi_N$: to yaw angle $\dot{\psi} + \dot{\psi}_N$: to yaw rate		
$H_{\psi w}(\omega), H_{\psi w e}(\omega)$	response amplitude operator from sea wave height to yaw amplitude	1/m	

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
H, H _R	rudder height	m	
H _v	observed height of sea wave	m	
H _{1/3}	significant height of sea wave	m	
J	advance ratio : $J = \frac{u}{nD}$ P	-	
J, J _E	performance criterion of an autopilot [subscript] L : the value at the linear control N : the value considering the reduction of steering due to nonlinear element excluding J O NL : the value at the nonlinear control O : the value by self-excited oscillation	%	
J _s	apparent advance ratio : $J = \frac{V}{nD}$ s	-	
j	unit of complex number : $j = -1$ 2		
K	steering quality index (static gain of rudder angle to yaw rate)	1/s	V/L
K _{CR}	counter-rudder gain index of a PID autopilot	-	
K _P	autopilot coefficient for proportional gain to yaw deviation	-	
K _R	rudder gain index of a PID autopilot	-	
K _T	thrust force coefficient : $K = \frac{T}{(\rho n D)^2}$ T	-	
K _{eq} , K _{eq} (x)	equivalent gain of nonlinear element in describing function method (x is an input.)	-	
K _{eq} (x,y)	equivalent gain of nonlinear element in approximate dual-input describing function method (x and y are inputs.)	-	

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
K(A ,B) 0	equivalent DC gain of nonlinear element in approximate dual-input describing function method (A is average level of low-frequency input and B is the amplitude of high-frequency input.)	-	
k	surface drag coefficient of wind referred to mean wind velocity at the height of 10m	-	
k x	correction factor of inflow velocity accelerated by a propeller at the position of a rudder from the value at the position of a propeller	-	
L,L PP	length between perpendiculars of a ship	m	
l P	empirical coefficient representing apparent sway velocity at the position of a propeller	m	L
l PP	x-coordinate of pivoting point of a ship	m	L
l R	empirical coefficient representing apparent sway velocity at the position of a rudder	m	L
M P	maximum magnitude of closed-loop system transfer function	-	
m	mass of a ship	kgf s/m ²	$\frac{1}{\rho L^3}$
m x	added mass in x-direction : $m_x = -X_u$	kgf s/m ²	$\frac{1}{\rho L^3}$
m Y	added mass in y-direction : $m_y = -Y_v$	kgf s/m ²	$\frac{1}{\rho L^3}$
N	yaw moment acting on a ship N :yaw moment about the midship m N :yaw moment about the center of G gravity	kgf m	$\frac{1}{\rho L^3} V^2$
N W	yaw moment due to wind acting on a ship	kgf m	$\frac{1}{\rho L^3} V^2$
N r	linear derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to yaw rate	kgf m s	$\frac{1}{\rho L^3} V^4$
N β	linear derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to sway angle	kgf m	$\frac{1}{\rho L^3} V^2$

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
N δ	linear derivative of hydrodynamic yaw moment with respect to rudder angle	kgf m	$\frac{1}{2} \rho L^3 V^2$
n	frequency	c/s	
n	low gain of "dual gain" nonlinear element	-	
n	propeller revolution	rps	
n(t)	remnant applied to a helmsman (t is time.)		
P	propeller pitch	m	$\frac{D}{P}$
r	yaw rate / rate of turn / of a ship	rad/s	L/V
R	ship resistance in straight running including rudder resistance with helm amidship	kgf	$\frac{1}{2} \rho L^2 V^2$
R rr	coefficient of resistance increment due to ship motions induced by steering	kgf s ²	$\frac{1}{2} \rho L^4$
R uu	resistance coefficient : $R_{uu} = R/V^2$	kgf s ² /m	$\frac{1}{2} \rho L^2$
R δδ	coefficient of resistance increment due to steering	kgf	$\frac{1}{2} \rho L^2 V^2$
S	sailing distance	m	
S	wetted surface area of a ship	m ²	
s	Laplace's operator	-	
s	propeller slip ratio : $s=1-(1-w)V/nP$	-	
S (ω) x	power spectrum of a signal x (x is an arbitrary variable number.)		
T,T P	propeller thrust force	kgf	$\frac{1}{2} \rho L^2 V^2$

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
T D	autopilot coefficient for differential gain to yaw deviation	s	
T E	time constant of a steering gear	s	L/V
T n	time constant for equation of propeller revolution	s	
T v	observed period of sea wave	s	
T ₁ , T ₂ , T ₃	steering quality time constants of a ship	s	L/V
T _{3β}	steering quality time constant for sway motion of a ship	s	L/V
t	thrust deduction factor	-	
t	time	s	L/V
t _R	correction factor of longitudinal steering resistance	-	
U A	apparent wind velocity	m/s	
U R	effective inflow velocity into a rudder	m/s	V
U T	true wind velocity	m/s	
U _*	friction wind velocity : $U_*^2 = kV_1^2$	m/s	
u	x-component of ship speed V	m/s	V
u P	propeller inflow velocity	m/s	V
u R	x-component of effective inflow velocity into a rudder	m/s	V
V	ship speed	m/s	

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
V 1	wind velocity at standard reference height of 10m	m/s	
v	sway velocity of a ship	m/s	
v P	apparent sway velocity at the position of a propeller	m/s	V
v R	y-component of effective inflow velocity into a rudder by ship motions	m/s	V
v RP	y-component of effective inflow velocity into a rudder by propeller revolution	m/s	V
w,w P	effective wake fraction at the position of a propeller [subscript] 0 : the value at the straight running m : the value of a ship model s : the value of a real ship	-	
w R	effective wake fraction at the position of a rudder [subscript] m : the value of a ship model s : the value of a real ship	-	
X	longitudinal hydrodynamic force acting on a ship	kgf	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
X rr	second order derivative of longitudinal hydrodynamic force with respect to yaw rate	kgf s ²	$\frac{1}{2} \rho L V^4$
X u	linear derivative of longitudinal hydrodynamic force with respect to ship speed u	kgf s/m	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
X. u	linear derivative of longitudinal hydrodynamic force with respect to ship speed acceleration u	kgf s/m	$\frac{1}{2} \rho L V^3$
X vr	second order derivative of longitudinal hydrodynamic force with respect to sway-yaw coupling motion	kgf s/m	$\frac{1}{2} \rho L V^3$
X vv	second order derivative of longitudinal hydrodynamic force with respect to sway angle	kgf s/m	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
x	coordinate of longitudinal direction of a ship	m	L
x G	x-coordinate of center of gravity of a ship	m	L
x P	x-coordinate at the position of a propeller	m	L

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
x R	x-coordinate at the position of a rudder	m	L
Y	lateral hydrodynamic force acting on a ship	kgf	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
Y r	linear derivative of lateral hydrodynamic force with respect to yaw rate	kgf s	$\frac{1}{2} \rho L V^3$
Y β	linear derivative of lateral hydrodynamic force with respect to sway angle	kgf	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
Y δ	linear derivative of lateral hydrodynamic force with respect to rudder angle	kgf	$\frac{1}{2} \rho L V^2$
Y	coordinate fixed to the lateral direction of a ship	m	
Z	number of a propeller blade		
α	steering quality index (nonlinear term coefficient of yaw rate)	s^2 / deg	$(L/V)^2$
α R	effective inflow angle of attack into a rudder	-	
β	sway angle of a ship	-	
Y	rectification factor of effective inflow angle of attack into a rudder due to ship motions (Fujii's definition)	-	
Y R	correction factor of effective inflow angle of attack into a rudder due to ship motions	-	
Y A	apparent wind direction from ship bow	deg	
Y T	true wind direction from ship bow	deg	
δ	rudder angle of a ship	deg rad	
δ c	half width of spiral loop in r'- δ steering characteristics	deg	
δ R	equivalent rudder angle which cancels the rudder normal force due to ship motions	deg	

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
δ W	equivalent rudder angle which cancels the ship yaw moment due to wind force	deg	
δ^*	commanded rudder angle of a ship	deg	
δ^{**}	output rudder angle at weather adjust mechanism	deg	
$\dot{\delta}$ max	maximum steering speed of a steering gear	deg/s	
ϵ	ratio of effective wake fraction at the position of a rudder to the value at the position of a propeller	-	
ϵ i	ratio of effective wake fraction of a ship model to that of a real ship	-	
η	ratio of propeller diameter to rudder height	-	
θ c	phase angle necessary for a controller to make the closed-loop system stable (short notation : phase angle to be compensated)	deg	
θ l	phase angle at the breakpoint of non-linear element in weather adjust mechanism, when sinusoidal input is applied	deg rad	
κ	ratio of correction factor of inflow velocity k to correction factor of effective wake fraction ϵ at the position of a rudder	-	
κ l	correction factor of inflow velocity accelerated by a propeller at the position of a rudder from the value at the position of a propeller (different definition from k)	-	
Λ	aspect ratio of a rudder	-	
λ, λ i	weighting factors of performance criterion of an autopilot ($i=1,2,3$)	-	
π	circle ratio	-	
ρ	density of fluid	kgf s/m ²	4

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
ρ_a	density of air	kgf s/m ^{2 4}	
σ	standard deviation		
τ	correction factor of propeller inflow velocity	-	
τ	sailing time	s	
τ_{CR}	time constant of counter-rudder index of a PID autopilot	s	
τ_D	time constant of filter of a PID autopilot	s	
τ_{PH}	time constant of permanent helm index of a PID autopilot	s	
$\Phi_{xy}(j\omega)$	cross spectrum of signal x to y (x and y are arbitrary variable numbers.)		
ϕ_c	phase angle at the gain-crossover frequency of a transfer function	deg	
ϕ_P	minimum phase lag of a transfer function	deg	
ϕ_m	maximum phase lead of an autopilot	deg	
ϕ_r	phase lag of yaw rate to rudder angle	deg	
ϕ_v	phase lag of sway velocity to rudder angle	deg	
χ	direction of sea wave from ship stern	deg	
ψ	yaw angle / heading angle / course of a ship	deg rad	
ψ_I	commanded ship course	deg	
ψ_N	yawing disturbance acting on a ship	deg rad	
ψ_ϵ	yaw deviation	deg rad	

NAME	MEANING	UNIT	NON-D. FACTOR
$\dot{\psi}$	yaw rate / rate of turn of a ship	deg/s rad/s	V/L
ω	circular frequency	rad/s	V/L
ω_c	gain-crossover frequency of a closed-loop transfer function	rad/s	
ω_e	encounter frequency with sea wave	rad/s	
ω_G	gain-crossover frequency of a transfer function	rad/s	
ω_P	frequency of a transfer function, where phase lag is minimum	rad/s	
ω_v	observed frequency of sea wave	rad/s	
ω_w	peak frequency of sea wave	rad/s	
∇	displacement of a ship	m^3	

O T H E R S U B S C R I P T S

NAME	MEANING
0	the value at the self-excited oscillation
0	the amplitude of a sinusoidal signal
0	the value at the straight running (V=V ₀)
rms	root-mean square of the variable
+, -, ±	(with or without 0) see Table 5.1

A P P E N D A G E S

NAME	SYMBOL	MEANING
caret x	\hat{x}	see Table 5.1
dashed x	\bar{x}	mean value of x
dashed square of x	$\overline{x^2}$	mean square of x
delta x	$\Delta x, dx$	increment of x
dotted x	\dot{x}	time rate of x
prime x	x'	non-dimensional form of x (see each notation of symbols)
tilde x	\tilde{x}	see Table 5.1
vector x	\vec{x}	see Table 5.1

NOTATION OF TEST CONDITION

NAME	MEANING
H	hull
P	propeller
R	rudder

Any of three can be combined; e.g.,
HR means the test was carried out by the
hull with rudder.

L I S T O F T A B L E S

Table 2.1	Examples of steering gear coefficients
Table 2.2	Steering indices of the simulator ship models (A Series)
Table 2.3	Steering indices of the simulator ship models (D Series)
Table 3.1	Principal particulars of model A, B and C
Table 3.2	Derivatives and coefficients of model A, B and C
Table 3.3	Principal particulars and derivatives (X , Y) of referred ship models v_r v
Table 3.4	Coefficients of effective wake fraction under ship motions (model A, B, and C)
Table 4.1	Steering indices of simulation ships (E Series)
Table 4.2	Ship and sea conditions in course keeping simulation (E Series)
Table 4.3	Maximum and minimum phase lead of a PID autopilot
Table 5.1	Symbol and mark definition used in Chapter 5.

L I S T O F F I G U R E S

- Figure 2.1 Block diagram of the course control system
- Figure 2.2 Difference between stable and unstable ship in gain characteristics
- Figure 2.3 Difference between stable and unstable ship in phase characteristics
- Figure 2.4 Phase characteristics of the simulation models (A10 Series)
- Figure 2.5 Phase characteristics of the simulation models (A40 Series)
- Figure 2.6 Spectrum of disturbance applied at the simulator study (Hiroshima University)
- Figure 2.7 Modelling of a helmsman in course control system
- Figure 2.8 Example of the quasi-linear transfer function of a helmsman (A10-4)
- Figure 2.9 Example of the quasi-linear transfer function of a helmsman (A40-20)
- Figure 2.10 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A10-4)
- Figure 2.11 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A10-10)
- Figure 2.12 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A10-20)
- Figure 2.13 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A40-4)
- Figure 2.14 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A40-10)
- Figure 2.15 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A40-20)
- Figure 2.16 Relation between the phase angle to be compensated and the root-mean-square of course error and rudder deviation (Hiroshima University)
- Figure 2.17 Relation between the phase angle to be compensated and the root-mean-square of course error and rudder deviation (SR151 Simulator : without noise)
- Figure 2.18 Relation between the phase angle to be compensated and the root-mean-square of course error and rudder deviation (SR151 Simalator : with noise)

- Figure 2.19 Map demonstrating ease of manual steering
- Figure 3.1 Sinusoidal yawing
- Figure 3.2 Coordinate system
- Figure 3.3 Body plan and bow and stern profile of model A
- Figure 3.4 Body plan and bow and stern profile of model B
- Figure 3.5 Body plan and bow and stern profile of model C
- Figure 3.6 Estimation chart of longitudinal v-r coupling term
- Figure 3.7 Resistance increment due to swaying measured by oblique towing test (model A)
- Figure 3.8 Resistance increment due to ship motions measured by CMT (model A)
- Figure 3.9 Resistance increment due to swaying measured by oblique towing test (model B)
- Figure 3.10 Resistance increment due to ship motions measured by PMM (model B)
- Figure 3.11 Resistance increment due to swaying measured by oblique towing test (model C)
- Figure 3.12 Resistance increment due to ship motions measured by CMT (model C)
- Figure 3.13 Example of phase lag of sway and yaw to rudder motion
- Figure 3.14 Resistance increment due to steering measured by steering test (model A)
- Figure 3.15 Resistance increment due to steering measured by steering test (model B)
- Figure 3.16 Resistance increment due to steering measured by steering test (model C)
- Figure 3.17 Effective rudder inflow velocity vs. propeller loadings (model A)
- Figure 3.18 Effective rudder inflow velocity vs. propeller loadings (model B)
- Figure 3.19 Effective rudder inflow velocity vs. propeller loadings (model C)
- Figure 3.20 Effective rudder inflow angle vs. ship motions (model A)
- Figure 3.21 Effective rudder inflow angle vs. ship motions (model C)

- Figure 3.22 Effective wake factor vs. ship motions (model A)
- Figure 3.23 Effective wake factor vs. ship motions (model B)
- Figure 3.24 Effective wake factor vs. ship motions (model C)
- Figure 3.25 Thrust deduction factor vs. ship motions (model A)
- Figure 3.26 Thrust deduction factor vs. ship motions (model B)
- Figure 3.27 Thrust deduction factor vs. ship motions (model C)
- Figure 3.28 Comparison of calculation and measurement of resistance increment due to steering (model C)
- Figure 3.29 Effect of ship size on weighting factors etc. (model A)
- Figure 3.30 Block diagram of "model reference" method to calculate ship pure motions by steering
- Figure 4.1 Block diagram of autopilot steering of ships
- Figure 4.2 Swaying amplitude in regular waves --- comparison of calculations by O.S.M. and Eda's method (Series 60 C =0.70)
B
- Figure 4.3 Yawing amplitude in regular waves --- comparison of calculation by O.S.M. and Eda's method (Series 60 C =0.70)
B
- Figure 4.4 Coordinate system and symbol definition
- Figure 4.5 Projected plans of simulation ship models (E Series)
- Figure 4.6 Wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations (E5, E10)
- Figure 4.7 Wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations (E25)
- Figure 4.8 Wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations (E50)
- Figure 4.9 Equivalent rudder coefficient by wind (E5, E10)
- Figure 4.10 Equivalent rudder coefficient by wind (E25)
- Figure 4.11 Equivalent rudder coefficient by wind (E50)
- Figure 4.12 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E5-5)
- Figure 4.13 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E5-10)

- Figure 4.14 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-5)
- Figure 4.15 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-10)
- Figure 4.16 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-20)
- Figure 4.17 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-25)
- Figure 4.18 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E25-10)
- Figure 4.19 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E25-20)
- Figure 4.20 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E25-25)
- Figure 4.21 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E50-10)
- Figure 4.22 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E50-25)
- Figure 4.23 Energy loss curves (E5-5)
- Figure 4.24 Energy loss curves (E5-10)
- Figure 4.25 Energy loss curves (E10-5)
- Figure 4.26 Energy loss curves (E10-10)
- Figure 4.27 Energy loss curves (E10-20)
- Figure 4.28 Energy loss curves (E10-25)
- Figure 4.29 Energy loss curves (E25-10)
- Figure 4.30 Energy loss curves (E25-20)
- Figure 4.31 Energy loss curves (E25-25)
- Figure 4.32 Energy loss curves (E50-10)
- Figure 4.33 Energy loss curves (E50-25)
- Figure 4.34 Distribution of r.m.s. values of ψ , δ and r' ---
effect of K and T (E10-10)
P D
- Figure 4.35 Spectra of heading angle (E10-10, $K = 1.0$)
P
- Figure 4.36 Spectra of rudder angle (E10-10, $K = 1.0$)
P

- Figure 4.37 Spectra of rate of turn (E10-10, $K_P = 1.0$)
- Figure 4.38 Permissible region of course stability of unstable ships (E10 Series)
- Figure 4.39 Contour map of phase margin and crossover frequency (E10-10)
- Figure 4.40 System transfer function of course keeping, excluding or including PD autopilot (unstable ship)
- Figure 4.41 Transfer functions of various autopilot controllers
- Figure 4.42 Phase lead of a PID autopilot by comparison with PD autopilot
- Figure 4.43 Contour map of energy loss (E5-5)
- Figure 4.44 Contour map of energy loss (E5-10)
- Figure 4.45 Contour map of energy loss (E10-5)
- Figure 4.46 Contour map of energy loss (E10-10)
- Figure 4.47 Contour map of energy loss (E10-20)
- Figure 4.48 Contour map of energy loss (E10-25)
- Figure 4.49 Contour map of energy loss (E25-10)
- Figure 4.50 Contour map of energy loss (E25-20)
- Figure 4.51 Contour map of energy loss (E25-25)
- Figure 4.52 Contour map of energy loss (E50-10)
- Figure 4.53 Contour map of energy loss (E50-25)
- Figure 5.1 Equivalent linear feedback system without external input
- Figure 5.2 Nyquist diagram of unstable ships with dead band (Kochenburger's method)

- Figure 5.3 Inverse-gain and frequency of self-excited oscillation (E10-10)
- Figure 5.4 Equivalent gain curves of dead band, back lash and dual gain
- Figure 5.5 Equivalent linear feedback system with external input
- Figure 5.6 Altered nonlinear characteristics (dead band)
- Figure 5.7 Equivalent linear feedback system with altered nonlinear characteristics
- Figure 5.8 Equivalent gain curves using approximate dual-input describing function method (dead band)
- Figure 5.9 Input and output relation of rudder angle with weather adjust mechanism
- Figure 5.10 Reduction of steering due to weather adjust mechanism (dead band, back lash and dual gain)
- Figure 5.11 Block diagram of autopilot steering with weather adjust mechanism
- Figure 5.12 Equivalent gain curve without or with wind disturbance (E10-10, $X=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
P
- Figure 5.13 Equivalent gain curve without or with wind disturbance (E10-10, $X=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
P
- Figure 5.14 Equivalent gain curve without or with wind disturbance (E10-10, $X=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P
- Figure 5.15 Effect of wind and/or wave disturbances on self-excited oscillation
- Figure 5.16 Equivalent gain curve with wave disturbance, without or with wind disturbance (E10-10, $X=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
P
- Figure 5.17 Equivalent gain curve with wave disturbance, without or with wind disturbance (E10-10, $X=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
P
- Figure 5.18 Equivalent gain curve with wave disturbance, without or with wind disturbance (E10-10, $X=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P

- Figure 5.19 Propulsive power losses due to self-excited oscillation
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
P
- Figure 5.20 Propulsive power losses due to self-excited oscillation
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
P
- Figure 5.21 Propulsive power losses due to self-excited oscillation
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P
- Figure 5.22 Reduction of steering due to weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
P
- Figure 5.23 Reduction of steering due to weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
P
- Figure 5.24 Reduction of steering due to weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P
- Figure 5.25 Input and output relations of rudder angle with weather adjust mechanism, when applying low and high frequency inputs
- Figure 5.26 Propulsive power losses due to wave-excited motions considering weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
P
- Figure 5.27 Propulsive power losses due to wave-excited motions considering weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
P
- Figure 5.28 Propulsive power losses due to wave-excited motions considering weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P
- Figure 5.29 Propulsive power losses considering weather adjust mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
P

- Figure 5.30 Propulsive power losses considering weather adjust
mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
P
- Figure 5.31 Propulsive power losses considering weather adjust
mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P
- Figure 5.32 Contour map of energy loss considering weather adjust
mechanism
(E10-10, $\chi=30^\circ$)
- Figure AI.1 Comparison of stable and unstable ships by Nyquist
diagram
- Figure AIII.1 Davenport wind spectra --- effect of average wind
speed
- Figure AIII.2 Davenport wind spectra --- effect of drag coefficient
- Figure AIV.1 Block diagram of feedback system

Table 2.1 Examples of steering gear coefficients

Kind of Ship	T_E (sec)	$ \dot{\delta}_{\max} $ (deg/sec)
Coast Guard Cutter	1.20	3.80
Car Ferry	2.29	3.50
Car Ferry	1.26	2.77
Container Carrier	2.00	2.70
V.L.C.C.	1.30	3.00
V.L.C.C.	2.90	2.25
V.L.C.C	2.72	2.49
V.L.C.C.	1.15	2.27

Table 2.2 Steering indices of the simulator ship models
(A Series)

Ship	(sec) L/V	(deg) $2\delta_C$	(sec ⁻¹) K	(sec) T_1	(sec) T_2	(sec) T_3	(sec) T_E	(deg) θ_C^*
A10-4	10	4	-0.219	-51.9	3.2	8.0	3.0	-6.07
A10-10	10	10	-0.104	-26.3	3.2	8.0	3.0	-13.87
A10-20	10	20	-0.057	-15.9	3.2	8.0	3.0	-22.17
A40-4	40	4	-0.055	-207.6	12.8	32.0	3.0	-11.52
A40-10	40	10	-0.026	-105.2	12.8	32.0	3.0	-6.13
A40-20	40	20	-0.014	-63.6	12.8	32.0	3.0	-0.06

*) Phase angle to be compensated

Table 2.3 Steering indices of the simulator ship models (D Series)

Notation	D5-5	D5-10	D5-25	D10-5	D10-10	D10-25	D25-S	D25-5	D5-10	D25-25	D50-5	D50-10	D50-25
L (m)	25	25	25	50	50	50	150	150	150	150	300	300	300
V _{kt} (kt)	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	11.7	11.7	11.7	11.7	11.7	11.7
L/V (s)	5.00	5.00	5.00	10.0	10.0	10.0	25.0	25.0	25.0	25.0	50.0	50.0	50.0
2δ _c	5°	10°	25°	5°	10°	25°	-	5°	10°	25°	5°	10°	25°
K'	-2.24	-1.30	-0.60	-2.24	-1.30	-0.60	1.60	-2.24	-1.30	-0.60	-2.24	-1.30	-0.60
T ₁ '	-4.48	-2.60	-1.20	-4.48	-2.60	-1.20	3.20	-4.48	-2.60	-1.20	-4.48	-2.60	-1.20
T ₂ '	0.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35	.35
T ₃ '	0.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60	.60
α' (deg ⁻²)	-0.00470	-0.00352	-0.00265	-0.00470	-0.00352	-0.00265	-0.0009	-0.00170	-0.00352	-0.00265	-0.00470	-0.00352	-0.00265
TE (sec)	2.5												
δ _{max} (%)	3.0												
a _{vr} (m ⁻¹)	1.3×10 ⁻³			6.4×10 ⁻⁴				2.9×10 ⁻⁴				1.4×10 ⁻⁴	
a _{rr} (m)	18.			37.				110.				207.	
a _{δδ} (m ⁻¹)	5.9×10 ⁻³			2.6×10 ⁻³				6.9×10 ⁻⁴				1.7×10 ⁻⁴	
a _{nv}	-2.6×10 ⁻³			-2.1×10 ⁻³				-9.9×10 ⁻⁴				-2.7×10 ⁻⁴	
a _{nn} (m)	3.8×10 ⁻³			6.8×10 ⁻³				8.6×10 ⁻⁴				4.8×10 ⁻⁴	
T _n (sec)	5.			5.				10.				10.	
k	3.2			3.2				3.2				3.2	
	cf. eqs. (AII.1) ~ (AII.6) g(s) = $\frac{1+k s^{1.5}}{1+k s_0^{1.5}}$												
	s : propeller slip ratio under ship motion												
	s ₀ : propeller slip ratio at straight running												

Table 3.1 Principal particulars of model A, B and C

ITEM \ MODEL NAME	model A	model B	model C
Kind of Ship	Cargo Ship	Tanker	Tanker
HULL			
L_{PP} (m)	4.000	3.000	4.000
B_m (m)	0.571	0.467	0.800
d_{\boxtimes} (m)	0.229	0.181	0.253
C_B	0.700	0.700	0.827
L/B	7.00	6.42	5.00
B/d	2.50	2.60	3.16
$C_B/(L/B)$	0.100	0.126	0.165
RUDDER			
$A_R/(Ld)$	1/66.7	1/67.4	1/41.3
Δ	2.17	1.40	—
PROPELLER			
D (m)	0.160	0.0805	0.1109
P/D	1.100	0.730	0.700
E.A.R.	0.500	0.575	0.649
Z	4	5	6
direction of revolution	right	right	right

Table 3.2 Derivatives and coefficients of model A, B and C

ITEM \ MODEL NAME	model A	model B	model C
kind of ship	Cargo Ship	Tanker	Tanker
f_{α}	3.01	2.35	1.96 *
ϵ	0.868	1.817	1.759
κ_1	0.675	0.056	0.059
K_T **	0.209	0.251	0.241
J **	0.741	0.274	0.300
1-w **	0.665	0.395	0.497
$-Y_{\dot{v}}' \times 10^3$	11.40	13.16	15.98
$X_{vr}' \times 10^3$	-1.95	-1.88	-1.92
$X_{vv}' \times 10^3$	-2.56	-2.73	—
$X_{rr}' \times 10^3$	-0.802	0.673	2.03
$R_{uu}' \times 10^3$	0.796	1.193	1.35

* : obtained from experiments

** : ship propulsion point

Table 3.3 Principal particulars and derivatives (X_{vr} , Y_v) of referred ship models

KIND OF SHIP	ITEM	L_{PP} (m)	B_m (m)	d_{\square} (m)	C_B	$X_{vr}' \times 10^3$	$-Y_v' \times 10^3$	C_m	Data Source
RO/RO		3,000	0,580	0,132	0,530	-2,90	6,62	0,56	Hiroshima University
Car Ferry		1,500	0,241	0,061	0,531	-2,87	5,21	0,45	SRI 42)
RO/RO		3,000	0,568	0,132	0,541	-3,91	5,21	0,44	Hiroshima University
Container		5,000	0,726	0,243	0,562	-3,10	7,04	0,56	NKK 44)
Cargo		6,437	0,927	0,299	0,597	-2,07	7,40	0,72	HY-A 41)
Container		7,583	0,895	0,305	0,597	-3,89	6,60	0,41	HY-A 39)
Cargo		4,000	0,571	0,299	0,700	-2.93 -1.95	11.40	0.77 0.83	Hiroshima University 43) *
Tanker		4,018	0,538	0,227	0,797	-1,29	10,72	0,88	TNO 40)
Tanker		7,652	1,333	0,471	0,799	-5,80	15,30	0,62	HY-A **
Tanker		3,000	0,467	0,181	0,810	-1,88	13,16	0,86	Hiroshima University
Tanker		4,000	0,800	0,400	0,827	-1,92	15,98	0,88	Hiroshima University
Tanker		7,684	1,318	0,542	0,829	-4,41	20,23	0,78	HY-A 39)
Tanker		7,684	1,318	0,542	0,829	-5,22	20,12	0,74	HY-A 39)
Tanker		8,190	1,231	0,423 0,493	0,836 0,813	-2,46 -4,23	12,21 15,91	0,80 0,73	HY-A ***

* upper row : CMT data / lower row : PMM data

** Hy-A commercial tests

*** Hy-A commercial tests / upper row :ballast / lower row : full

Table 3.4 Coefficients of effective wake fraction under ship motions (model A, B, and C)

Ship	model A		model B		model C				
	+	-	+	-	0.195		0.340		0.487
J_s	0.904	1.30, 1.60	0.694		0.195		0.340		0.487
V'_p	+	-	+	-	+	-	+	-	+
τ	1.9 ~ 2.0	5.7 ~ 5.8	44.39	0.551	-15.83	8.37	2.44	8.27	9.86
C_p	-0.6 ~ -0.7	-1.0 ~ -1.1	-2.28	5.09	-2.55	-3.16	-2.47	-2.48	-2.43
I'_p	-0.42		---		-0.425		-0.475		-0.496

Table 4.1 Steering indices of simulation ships (E Series)

Sub Number	5	10	15	20	25
Loop Width (deg)	5	10	15	20	25
K'	-2.24	-1.30	-0.93	-0.73	-0.60
T_1'	-4.48	-2.60	-1.86	-1.45	-1.20
T_2'	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
T_3'	0.60	0.60	0.60	0.60	0.60
α' (deg ⁻²)	-0.00470	-0.00352	-0.00305	-0.00282	-0.00265
T_E (sec)	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
$ \delta_{\max} $ (deg/sec)	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0

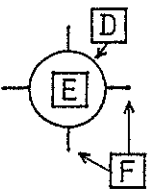
Table 4.2 Ship and sea conditions in course keeping simulation
(E Series)



Ship	L (m)	V (m/s)	λ_1	λ_2	λ_3	γ_T (deg)	U_A (m/s)	γ_A (deg)	$f(\gamma_A)$ (deg)
E5	50	9.96	50	258	1943	-150	5.17	-75.5	0.256
						-60	17.29	-30.1	0.083
E10	50	5.09	50	326	1802	-150	6.14	-125.5	0.399
						-60	13.30	-40.6	0.146
E25	200	7.97	50	129	802	-150	5.05	-97.9	0.266
						-60	14.34	-54.9	0.190
E50	300	7.03	50	319	1293	-150	5.26	-108.1	0.707
						-60	14.82	-35.8	0.247




Table 4.3 Maximum and minimum phase lead of a PID autopilot

K_{CR}	1	2	3	4	5	6	7	8
φ_{cmax} (deg)	0	19.5	30.0	36.9	41.8	45.6	48.6	51.1
φ_{cmin} (deg)	0	18.4	26.6	31.0	33.7	35.5	36.9	37.9

Table 5.1 Symbol and mark definition used in Chapter 5.

General Form	Meaning
SYMBOL : $\frac{\boxed{C}}{x^2 \boxed{A} \boxed{B}}$	\boxed{C} -part of mean square of x under \boxed{A} -disturbances with or without \boxed{B} -weather adjust.
MARK : 	Mark contour \boxed{D} expresses the width of weather adjust. Shade \boxed{E} denotes the condition of disturbances. Cross bars \boxed{F} is attached, when data is obtained with interference correction.

\boxed{A}	\boxed{E} in case of \bigcirc	Disturbances	\boxed{B}	\boxed{D}	kind of weather adjust		
+		Wind	NUL	\bigcirc	Linear		
-		Wave	0	\triangle	\square	Dead Band	
\pm	\bigcirc	Wind & Wave	0	∇	\diamond	Back Lash	
NUL	\bullet	No Noise	0	\triangleleft	\diamond	Dual Gain	
				1	2	3	width of weather adjust a (deg)

\boxed{C}	Meaning	Spectrum map in case of wind & wave
\sim	Partial mean square by self-excited oscillation	$S(\omega)$ 
\wedge	Ditto as above, but with interference correction.	$S(\omega)$ 
\Rightarrow	Partial mean square by wive excited motion	$S(\omega)$ 

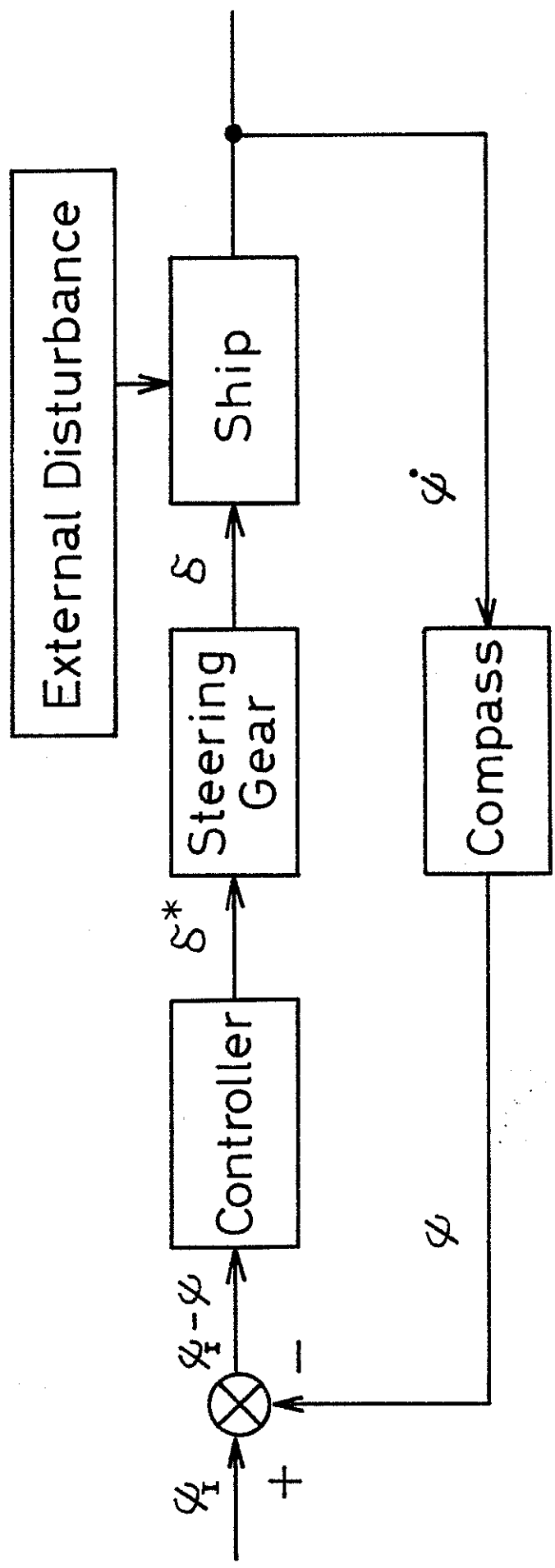


Figure 2.1 Block diagram of the course control system

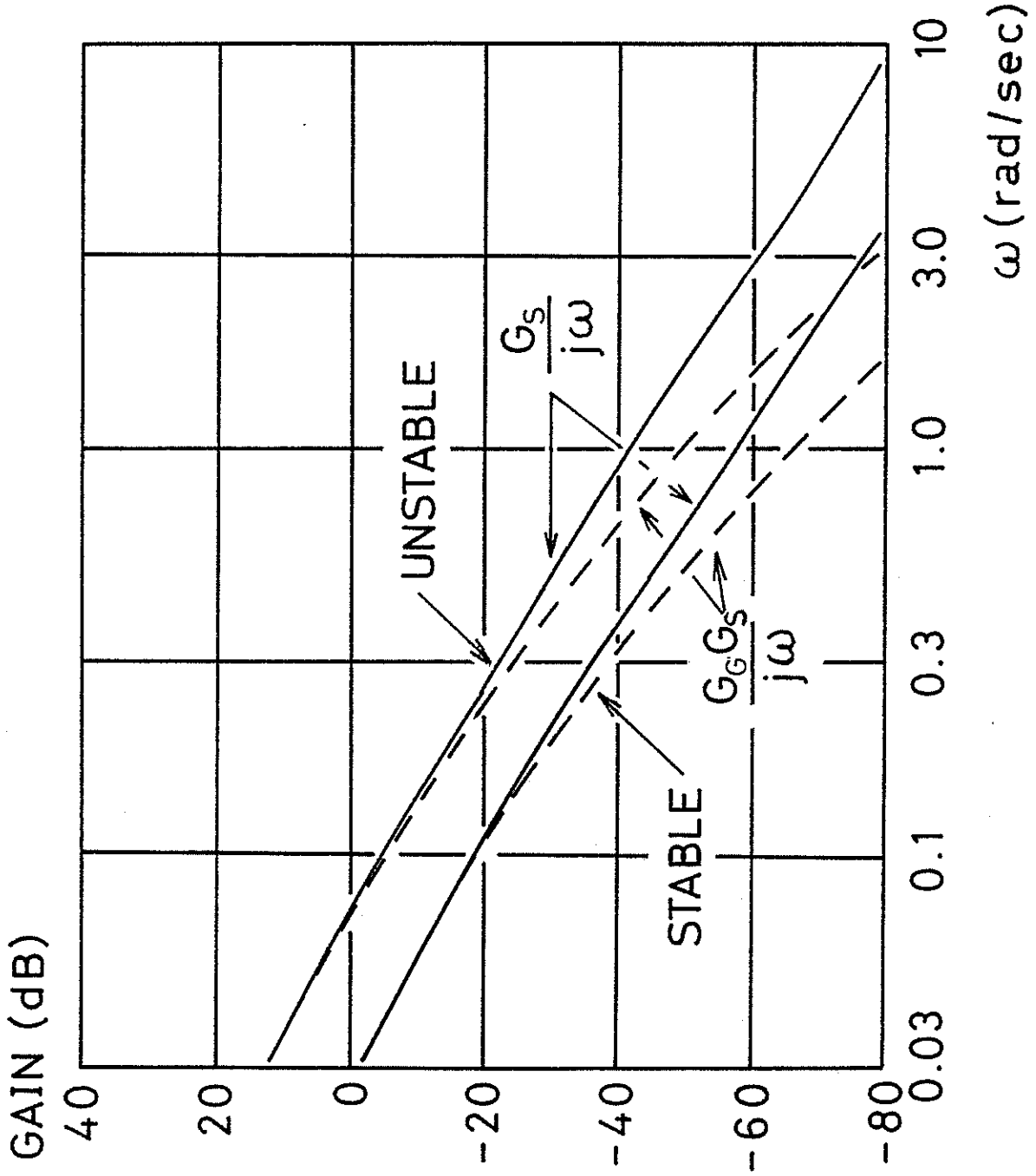


Figure 2.2 Difference between stable and unstable ship in gain characteristics

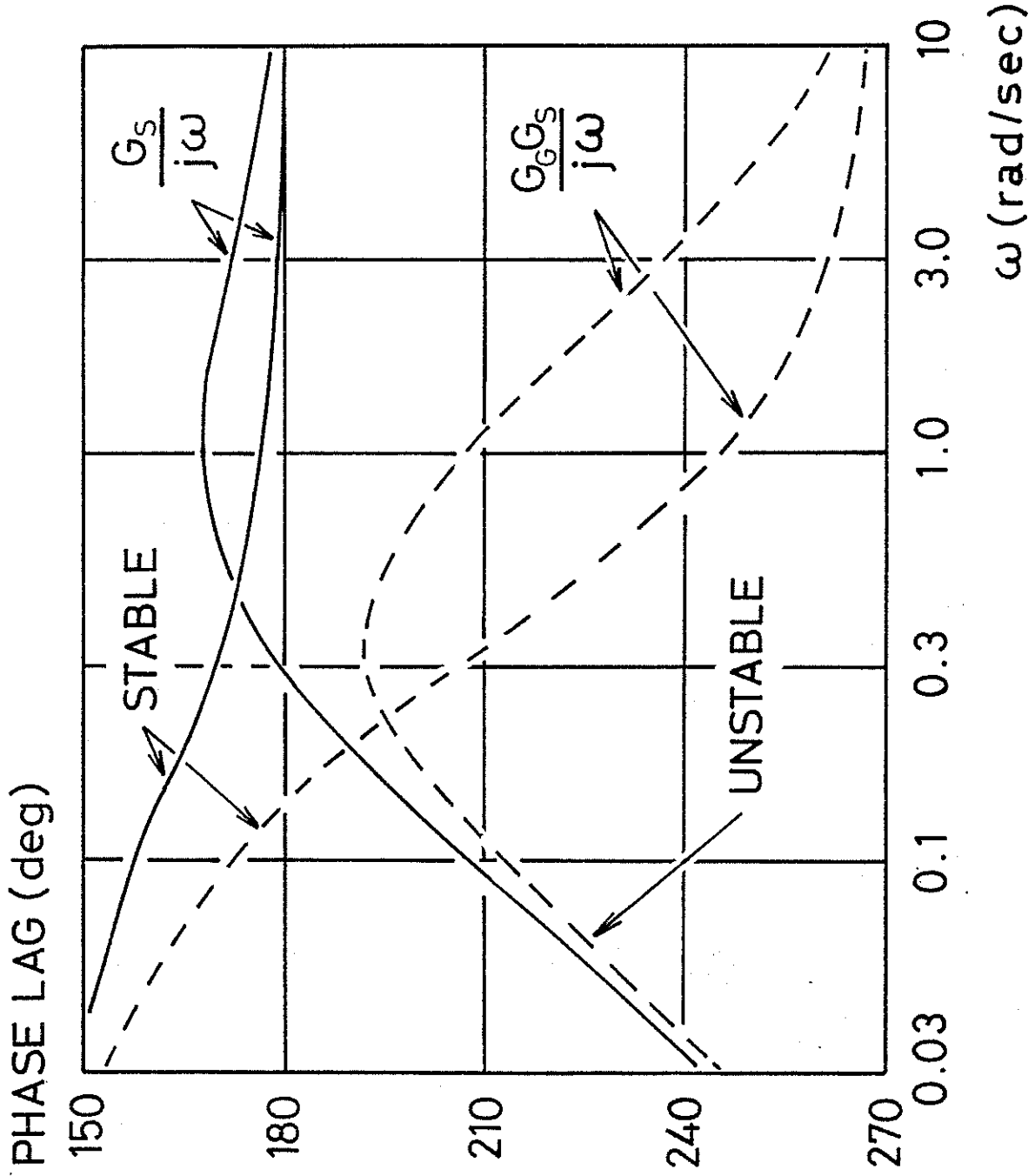


Figure 2.3 Difference between stable and unstable ship in phase characteristics

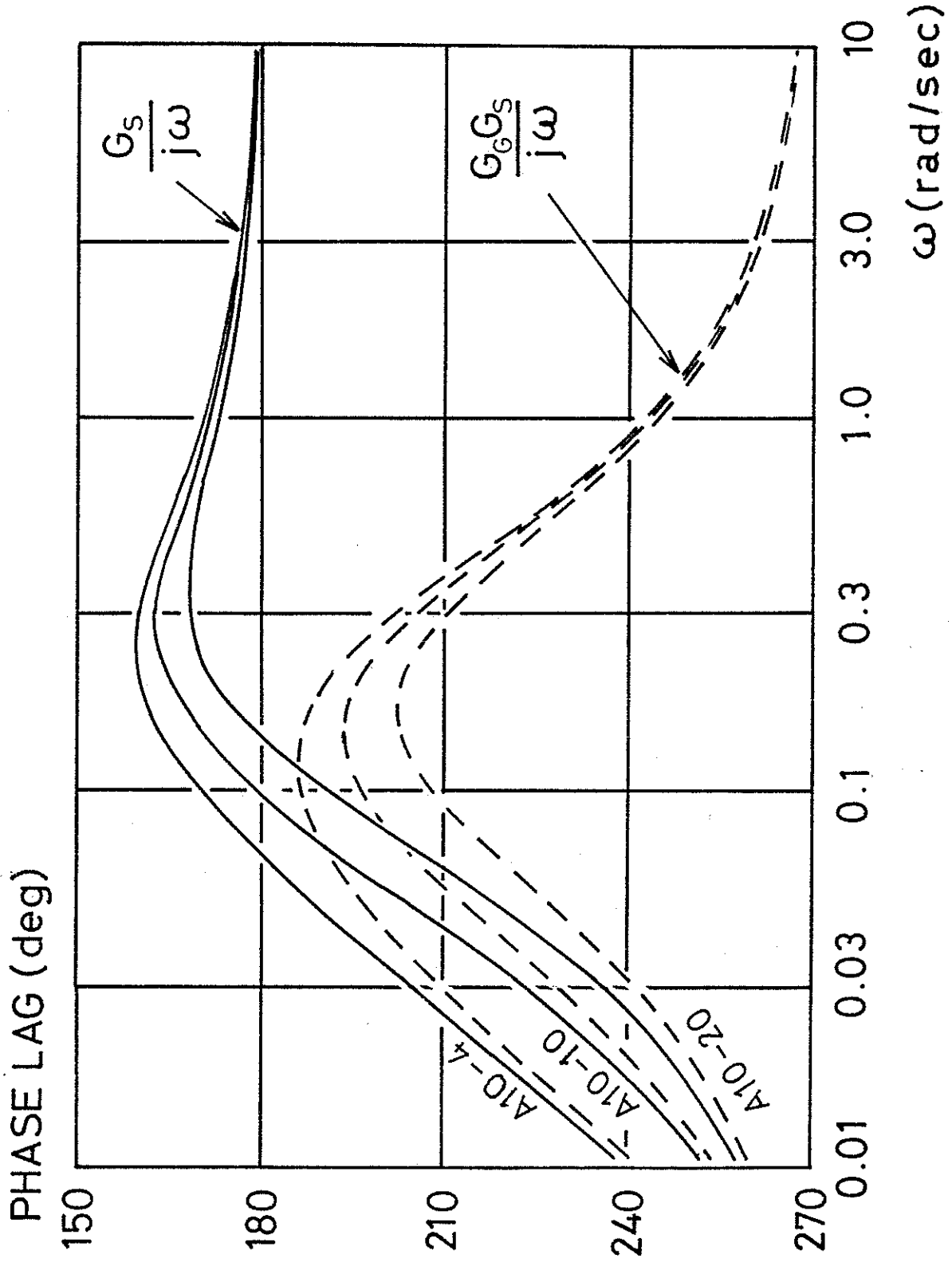


Figure 2.4 Phase characteristics of the simulation models (A10 Series)

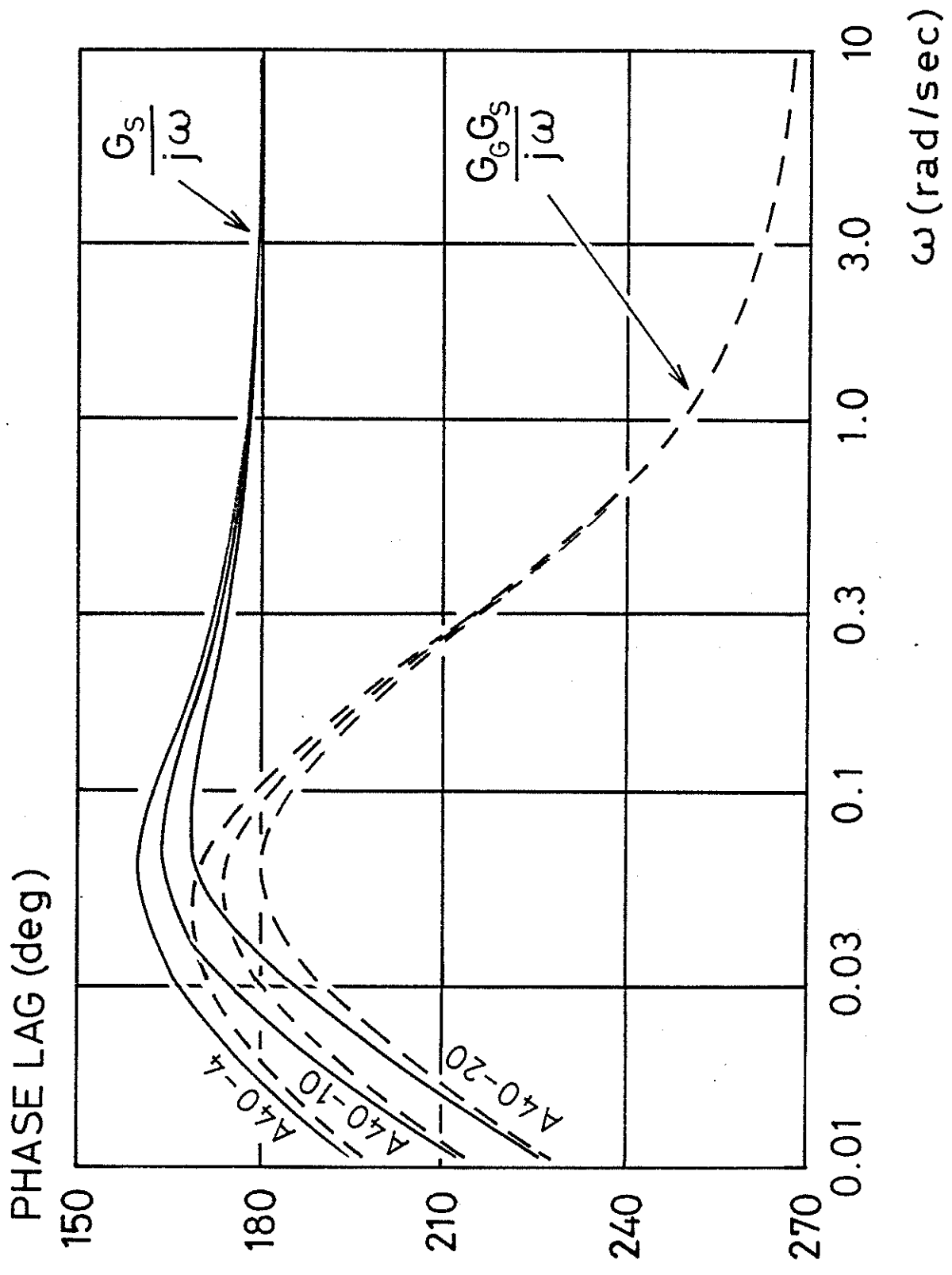


Figure 2.5 Phase characteristics of the simulation models (A40 Series)

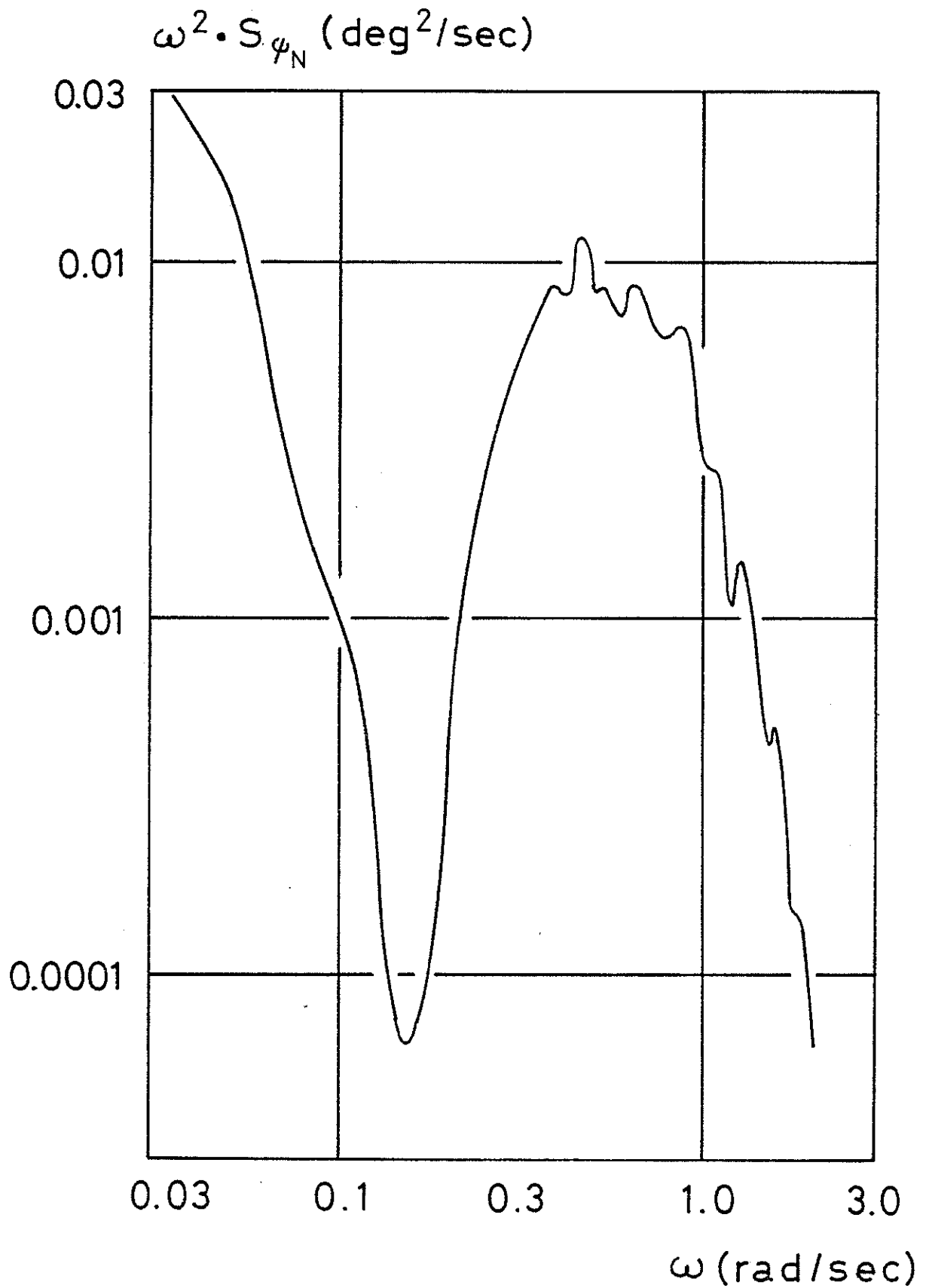


Figure 2.6 Spectrum of disturbance applied at the simulator study (Hiroshima University)

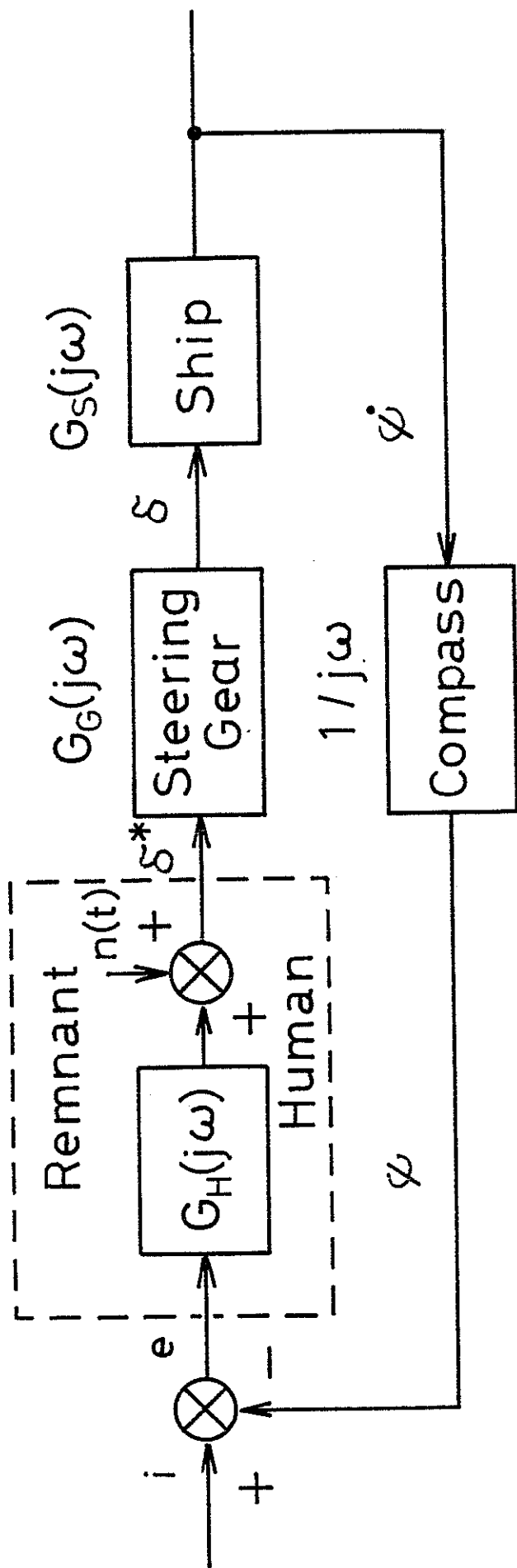


Figure 2.7 Modelling of a helmsman in course control system

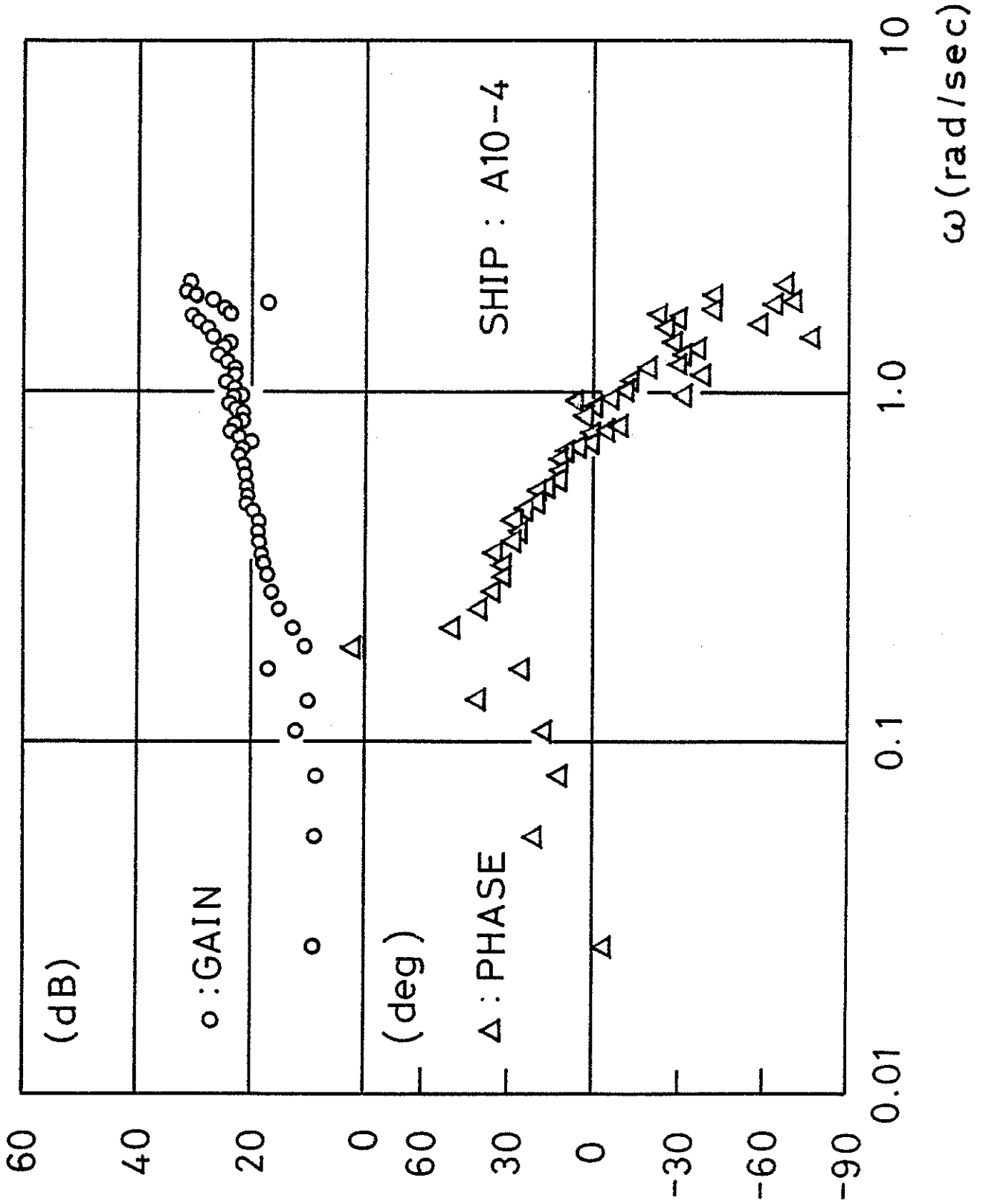


Figure 2.8 Example of the quasi-linear transfer function of a helmsman (A10-4)

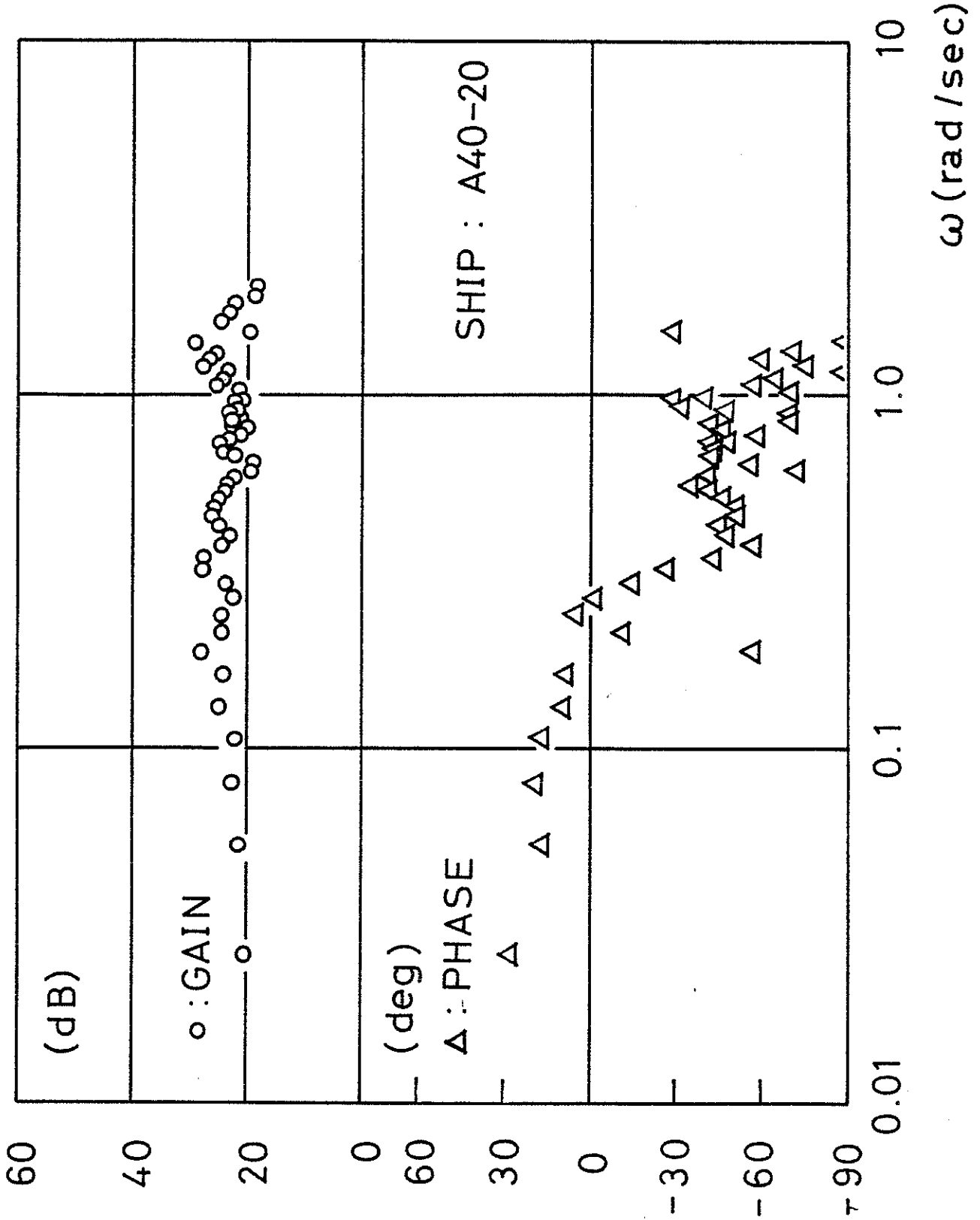


Figure 2.9 Example of the quasi-linear transfer function of a helmsman (A40-20)

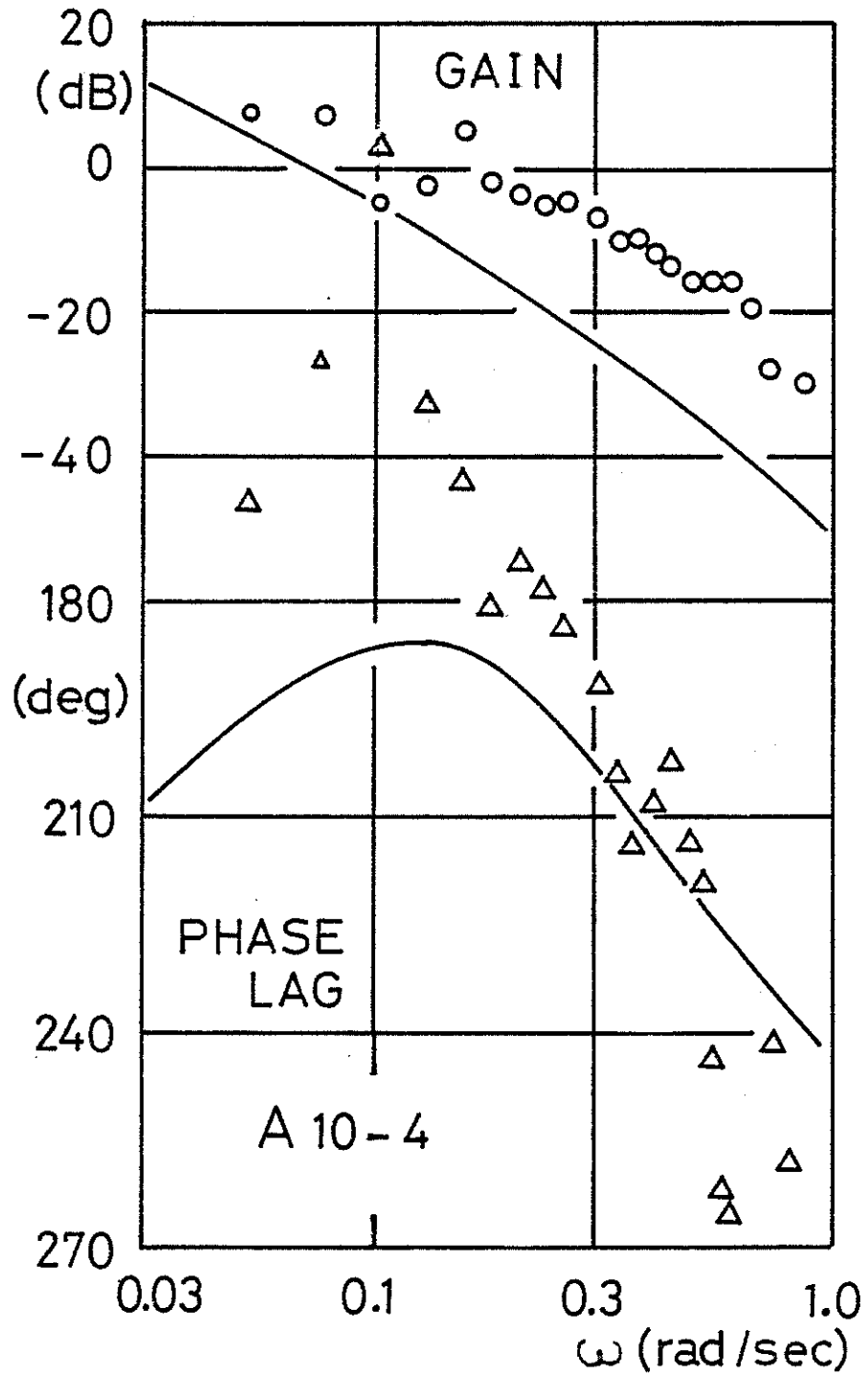


Figure 2.10 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A10-4)

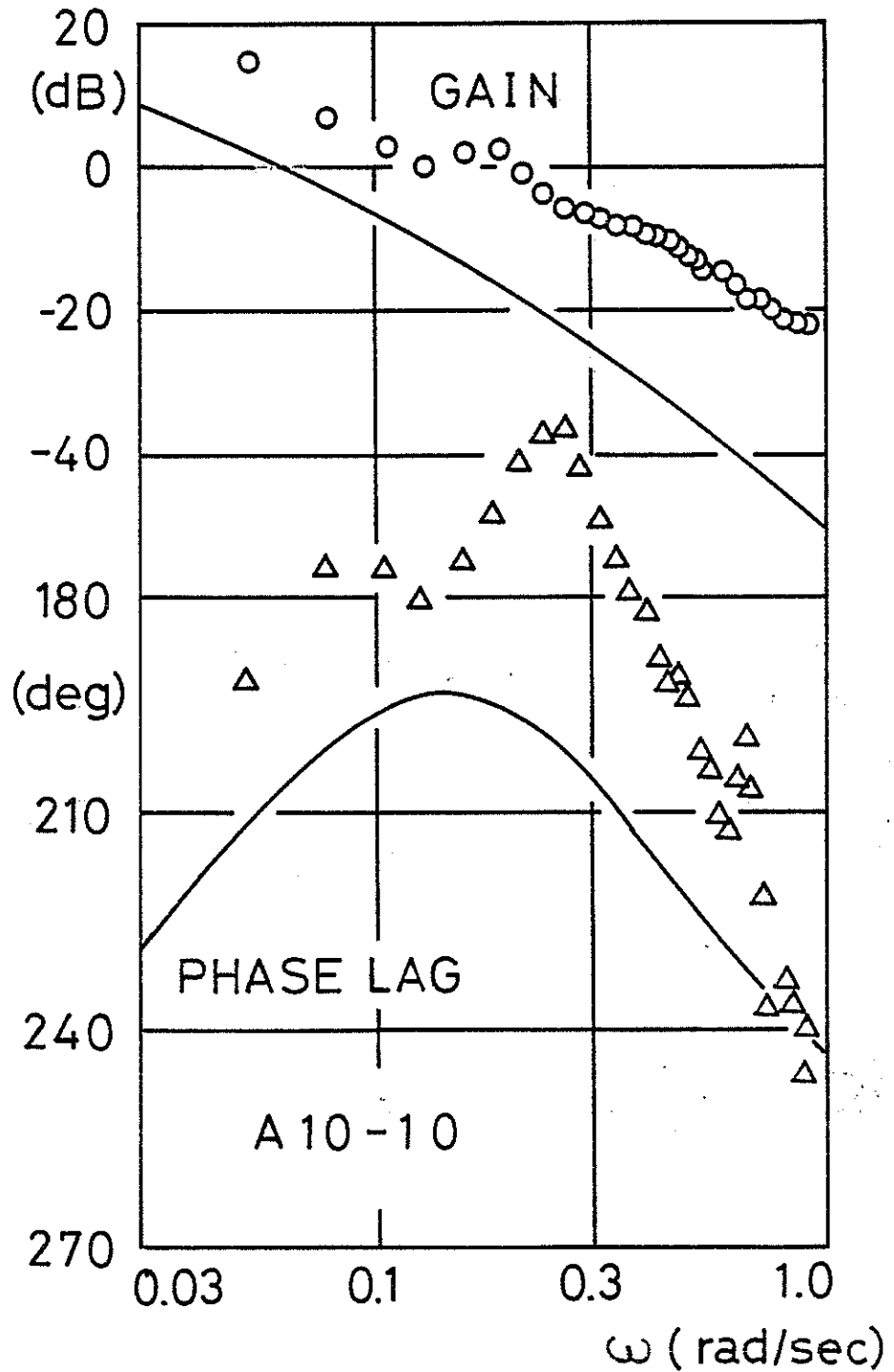


Figure 2.11 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A10-10)

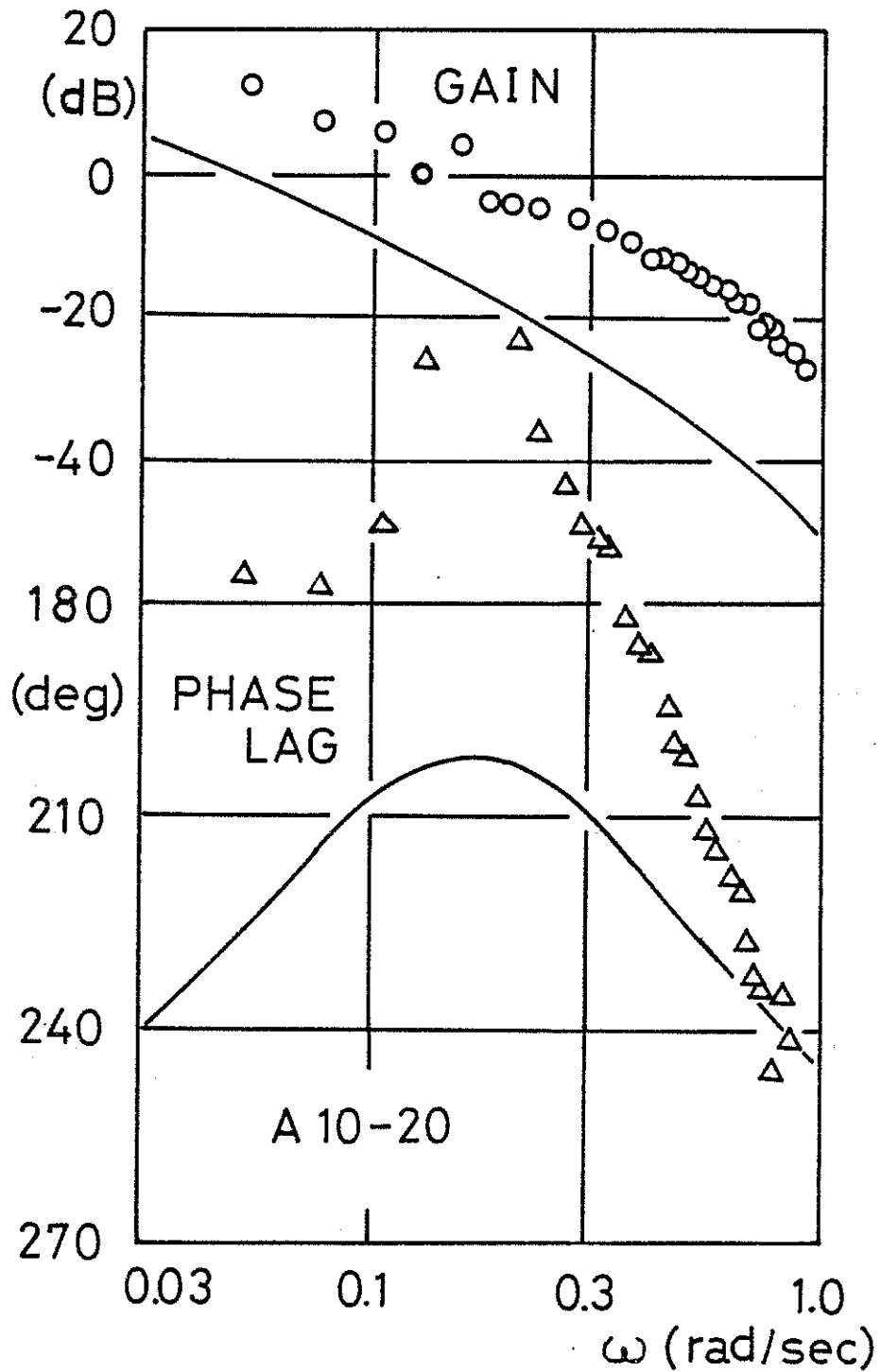


Figure 2.12 Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A10-20)

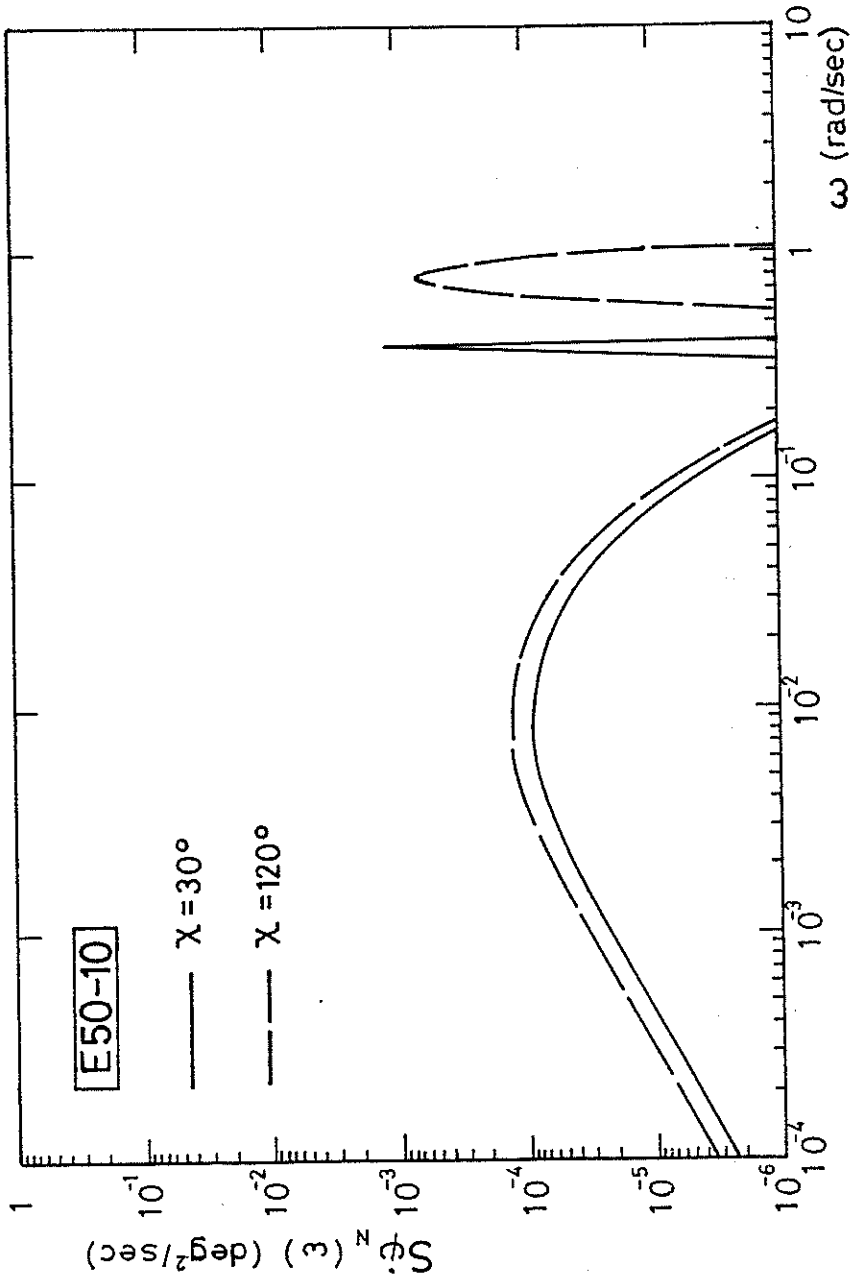


Figure 4.21 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E50-10)

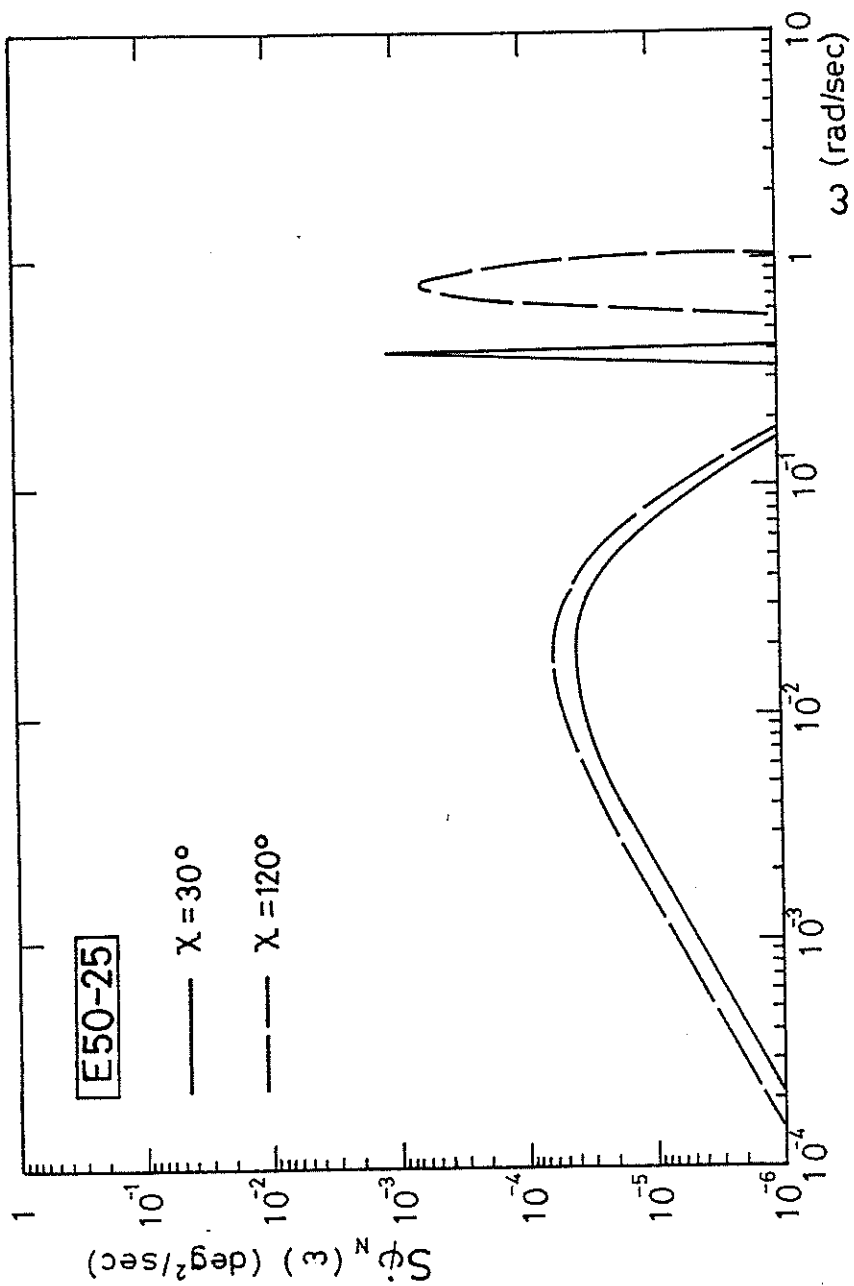


Figure 4.22 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E50-25)

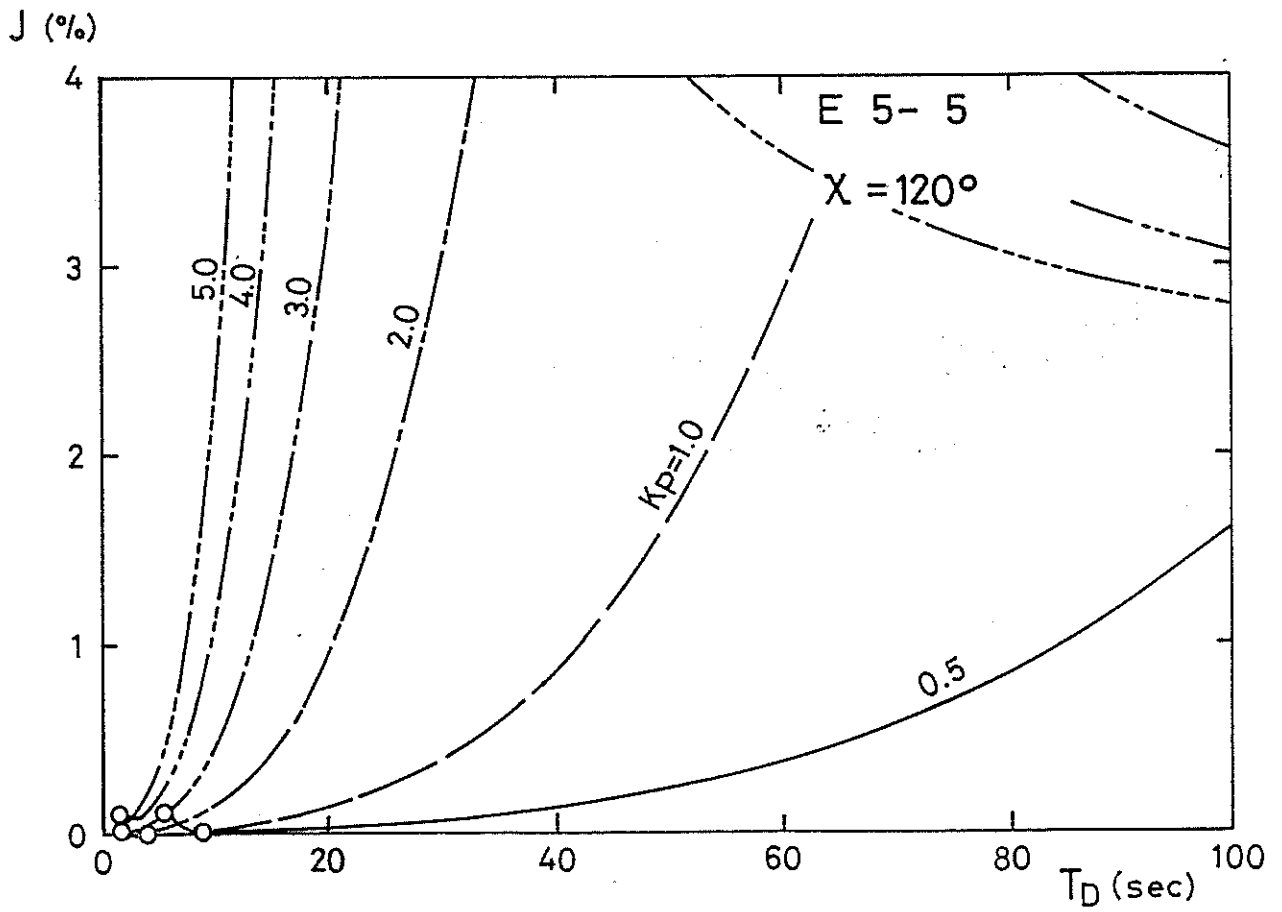
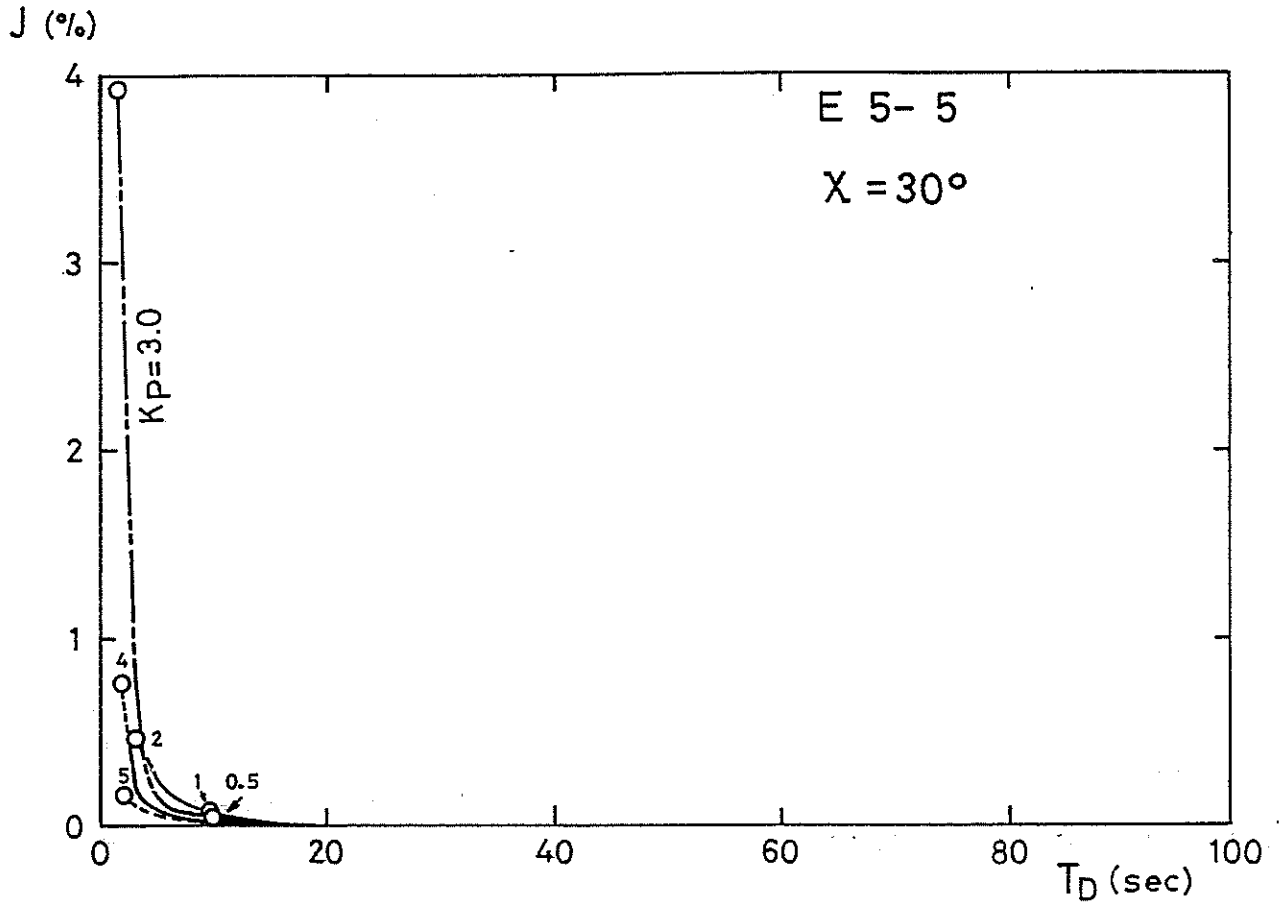


Figure 4.23 Energy loss curves (E5-5)

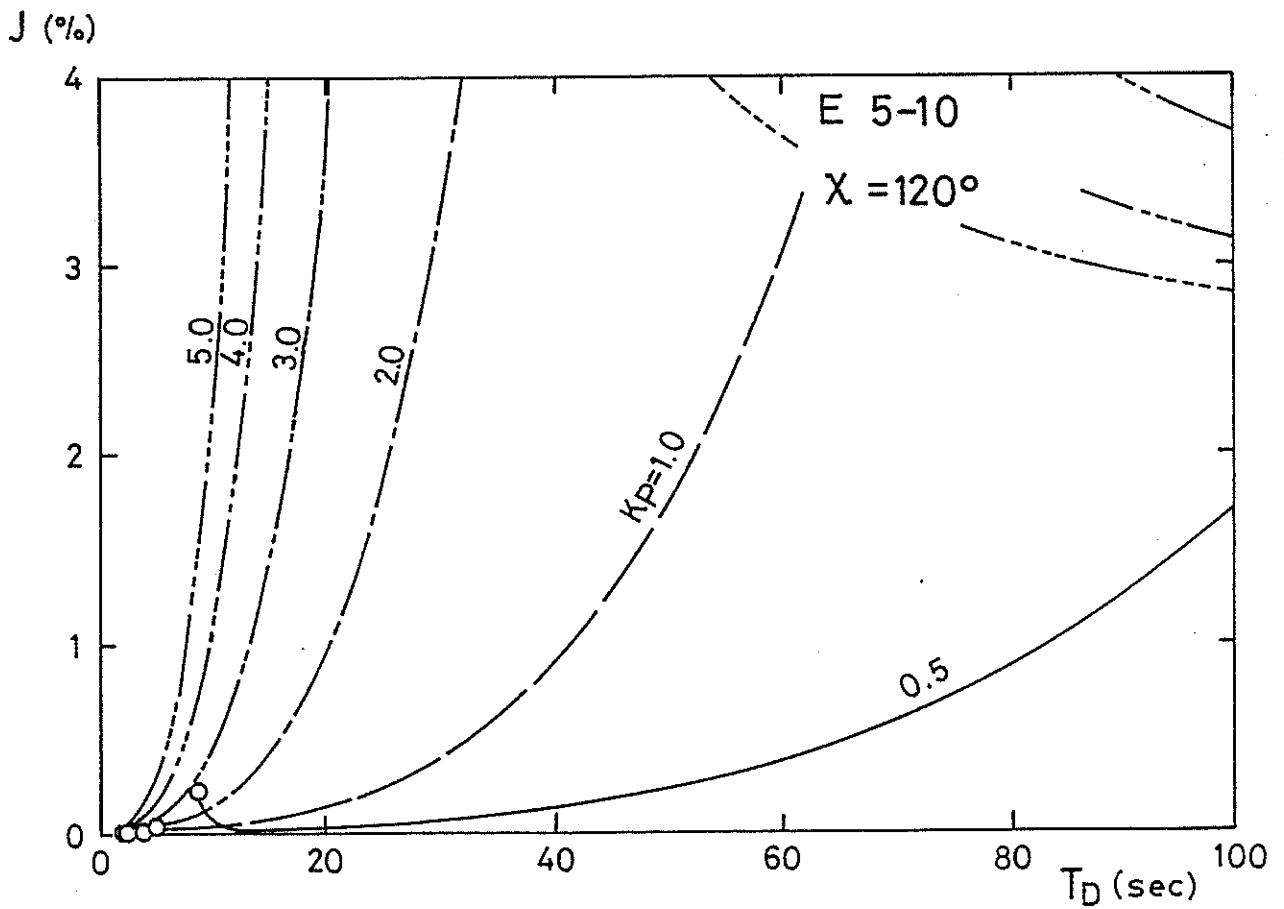
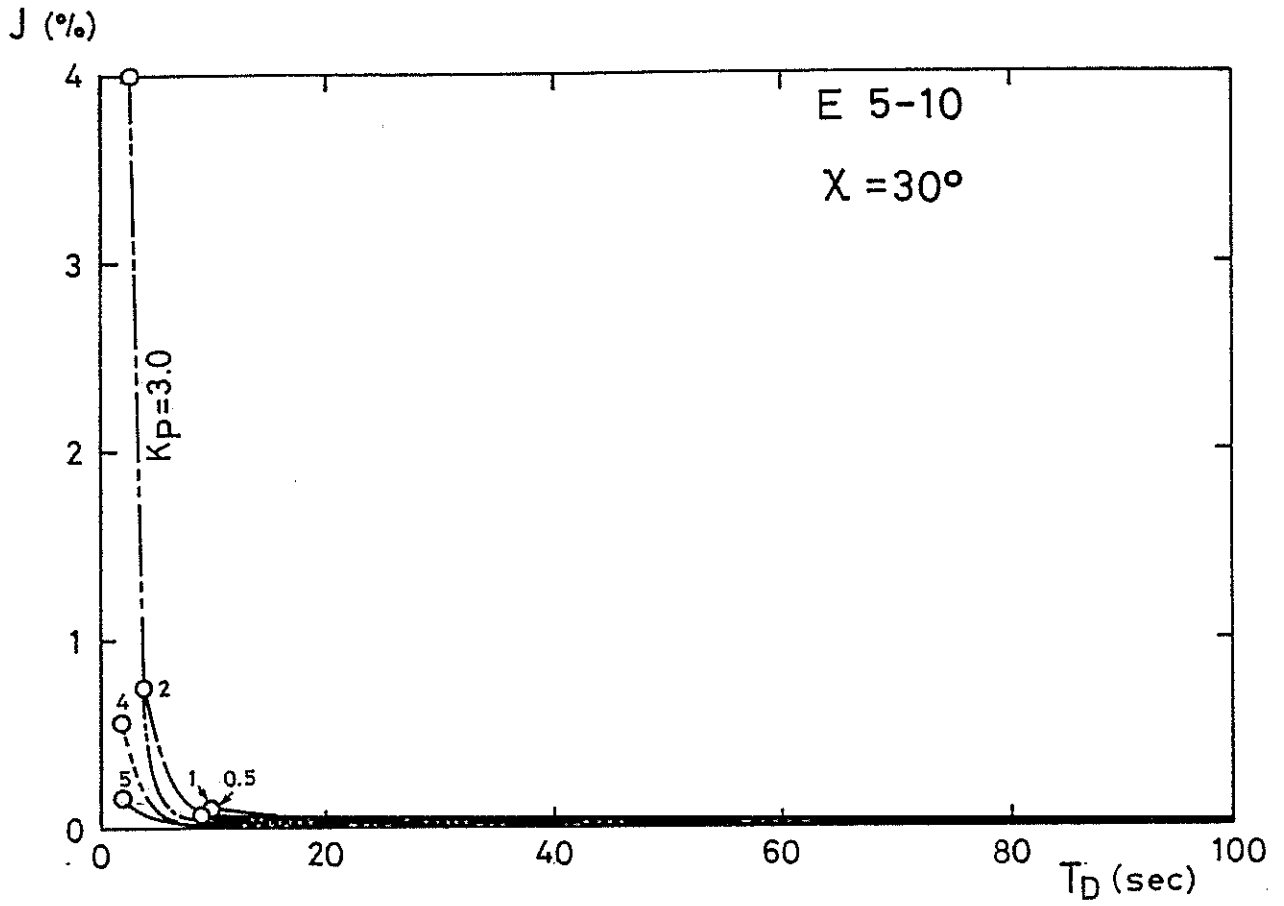


Figure 4.24 Energy loss curves (E5-10)

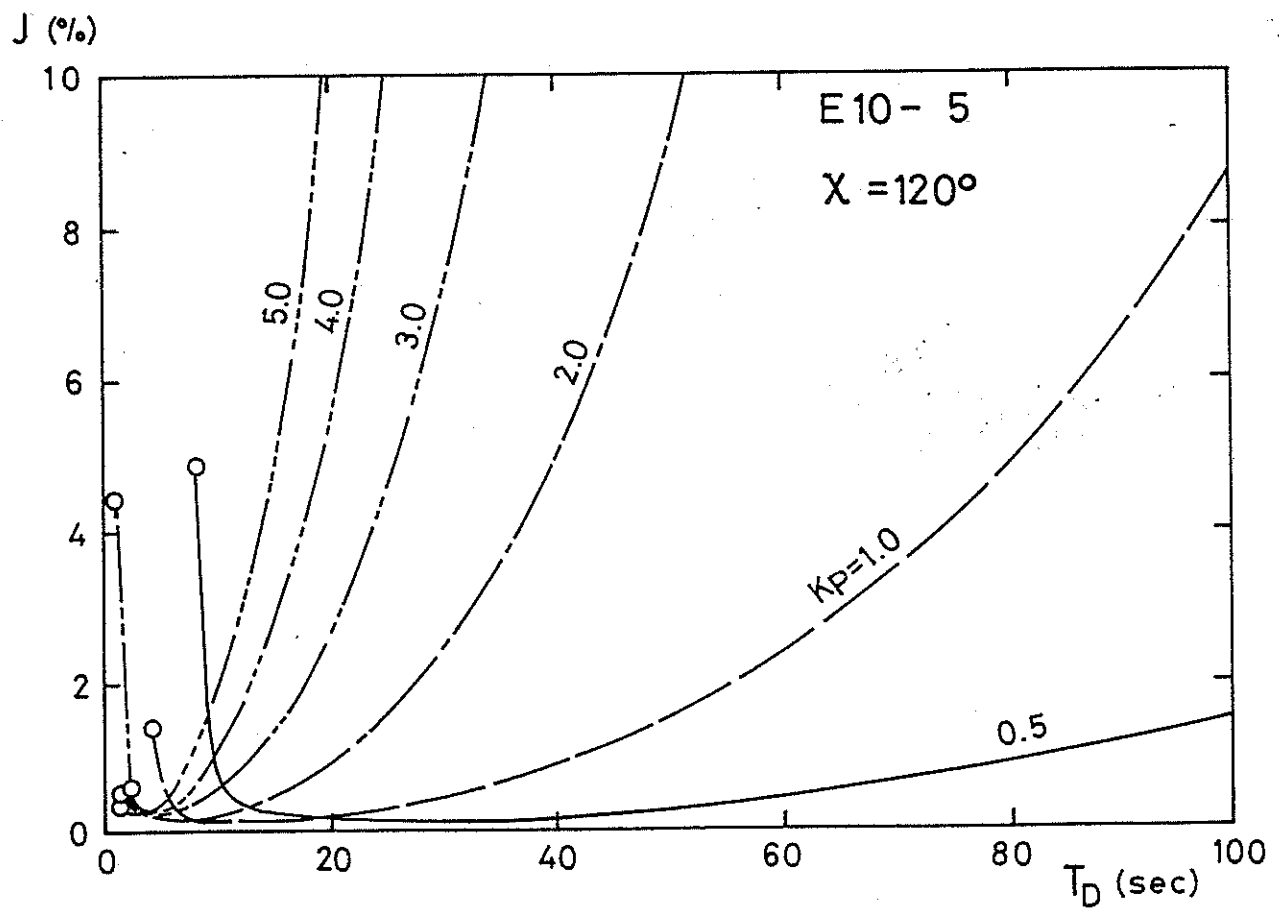
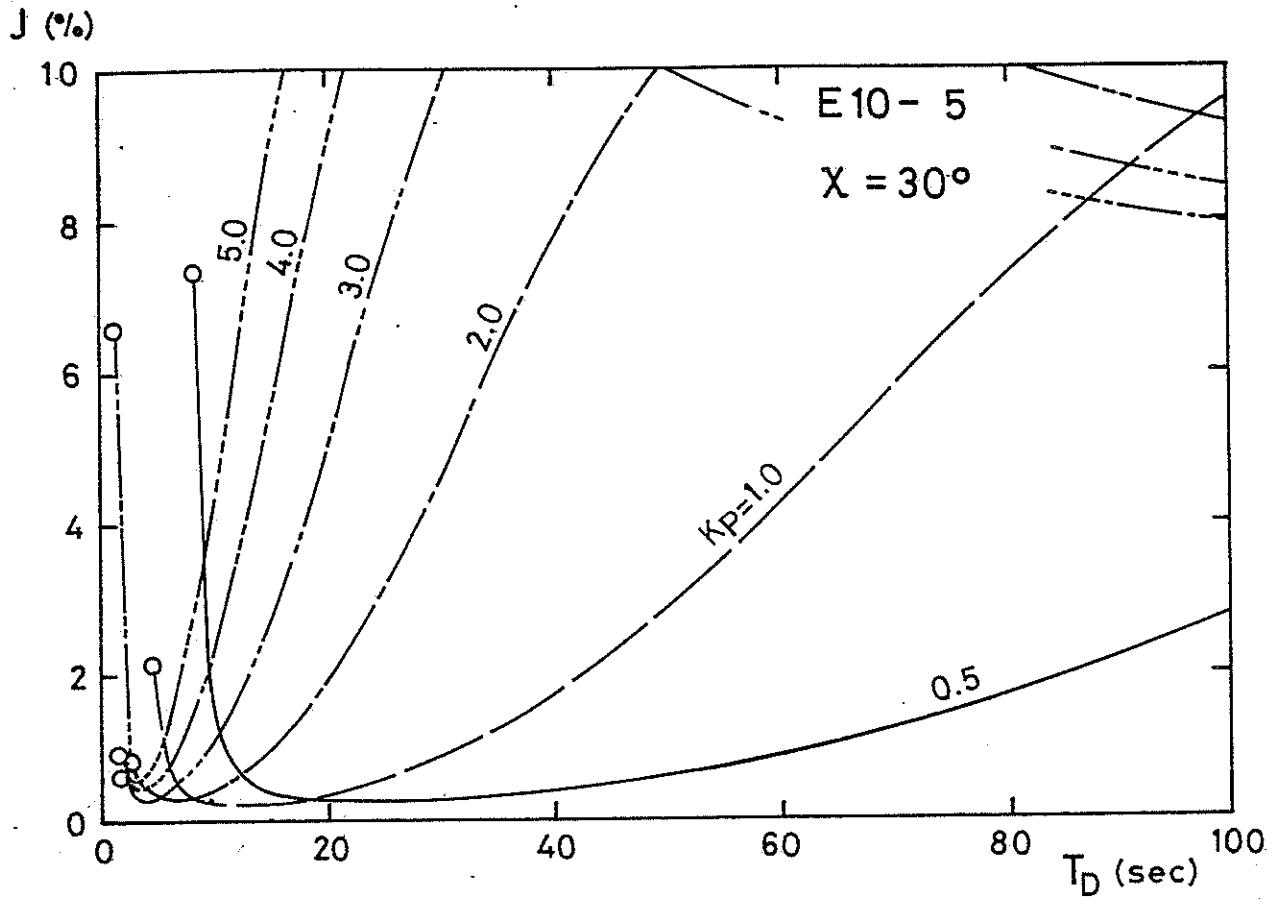


Figure 4.25 Energy loss curves (E10-5)

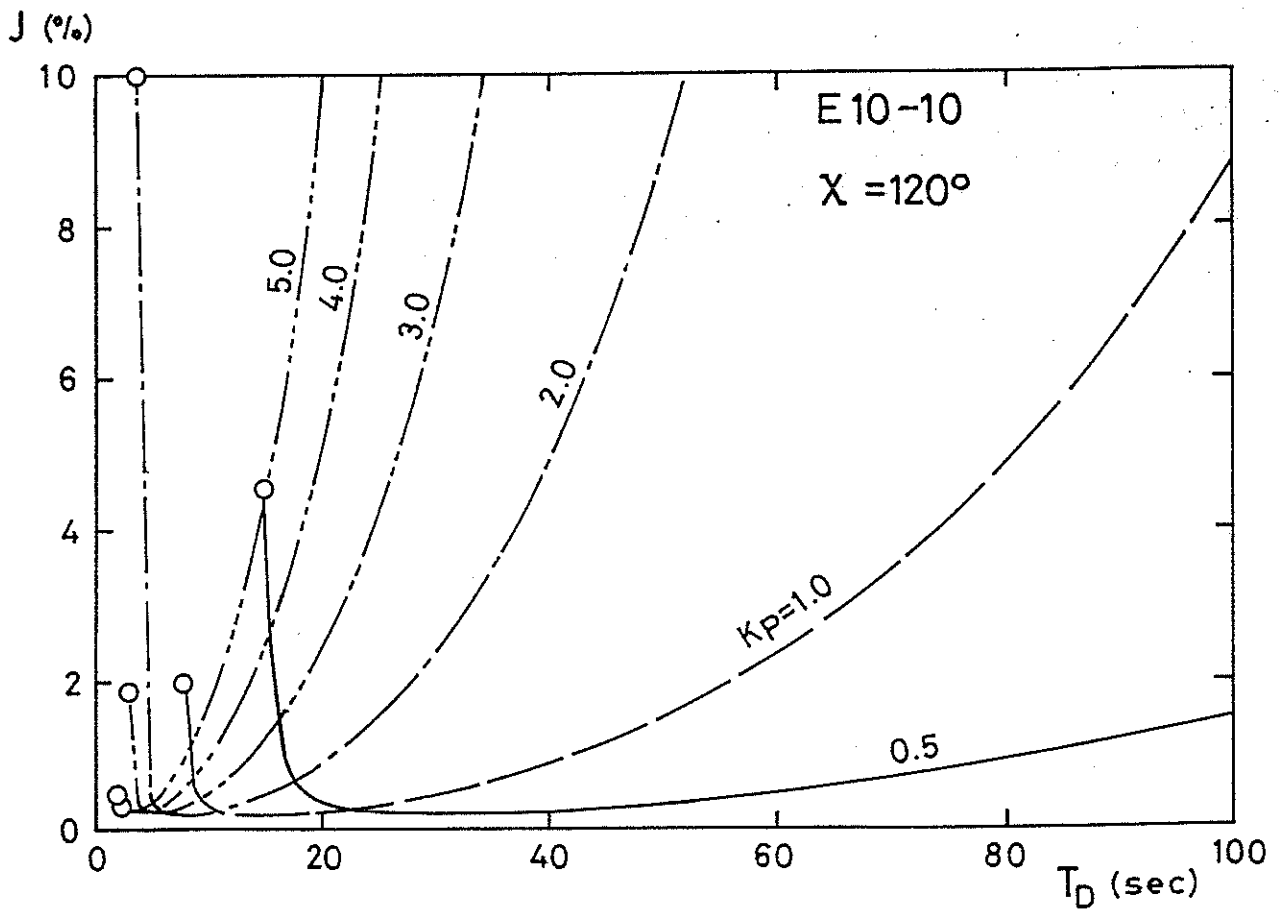
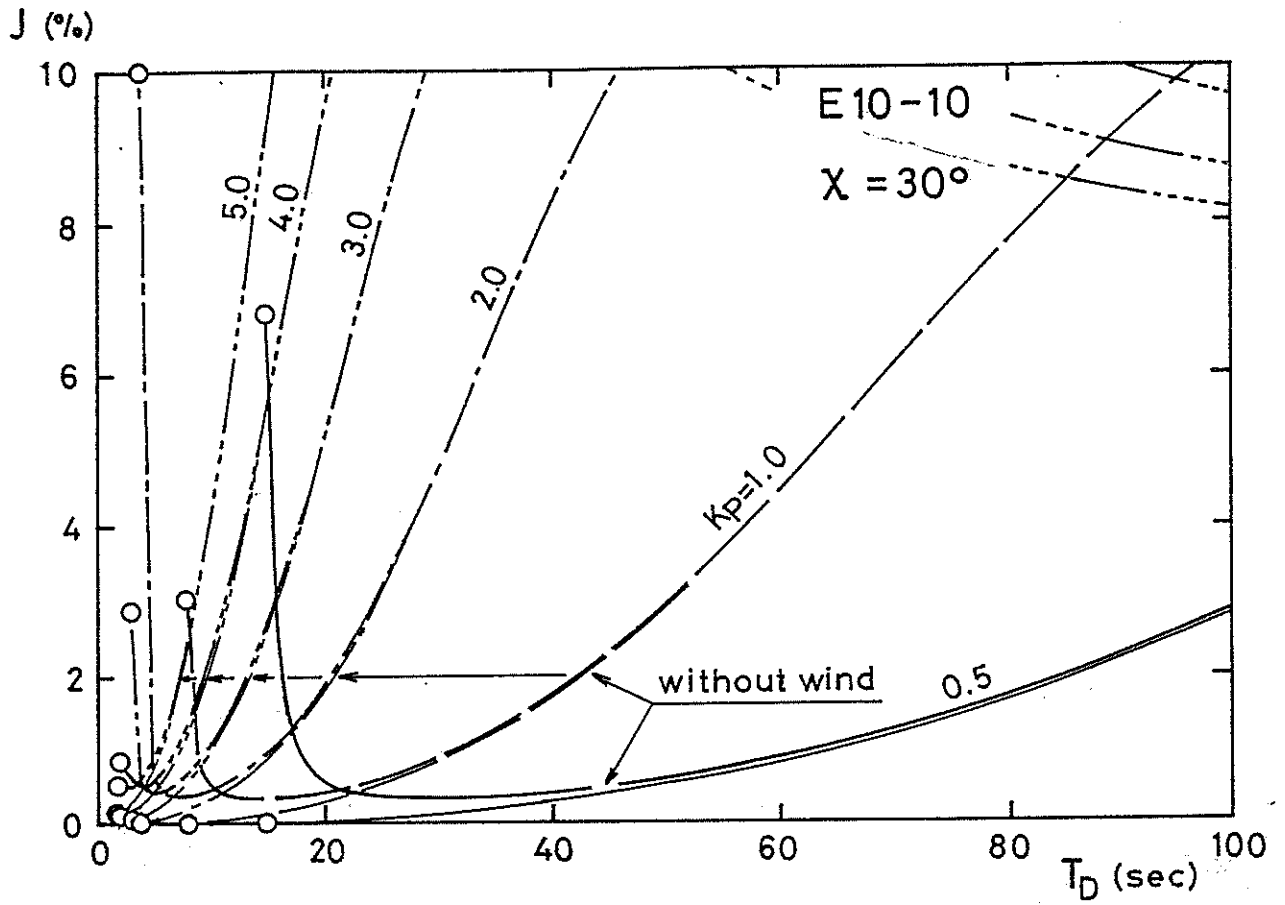


Figure 4.26 Energy loss curves (E10-10)

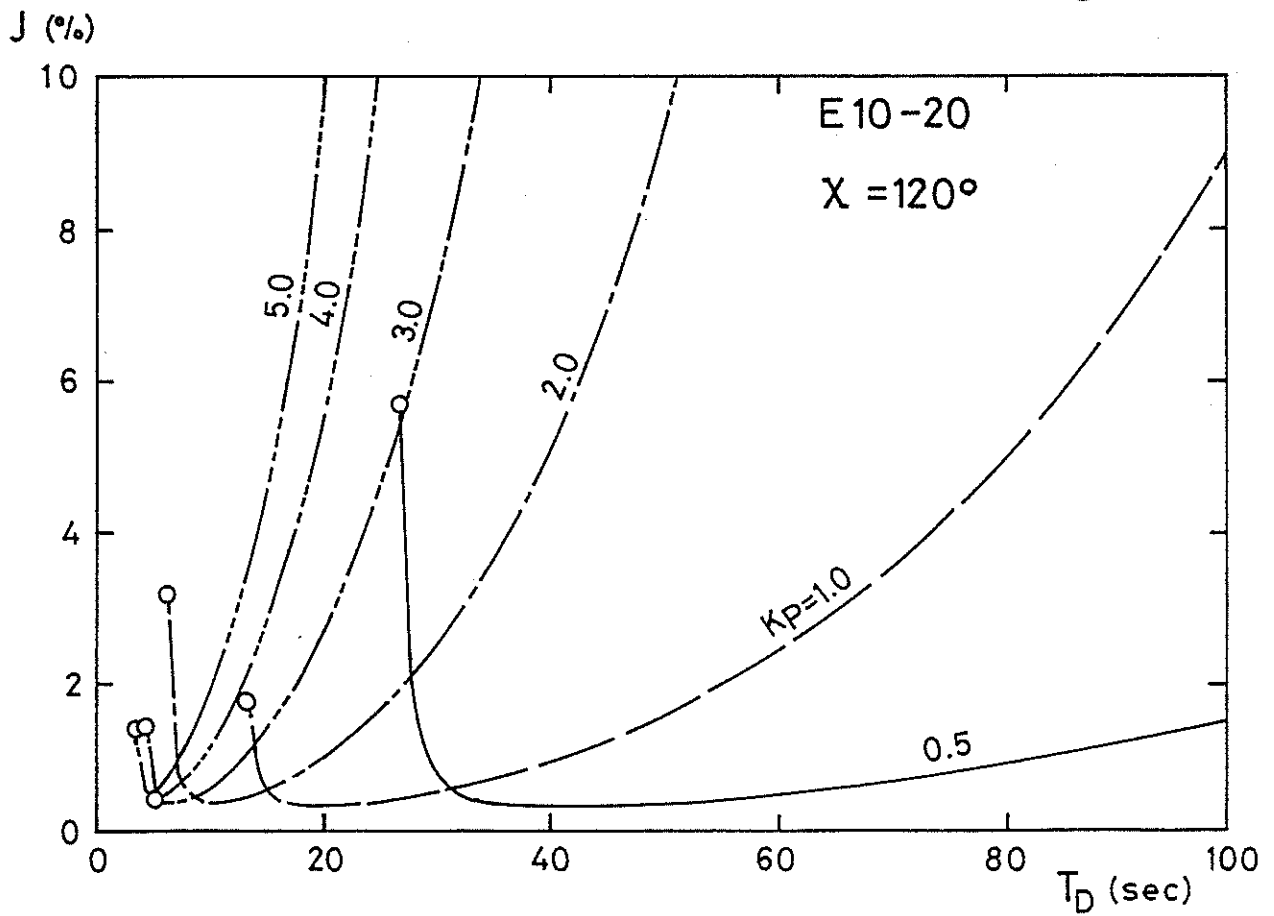
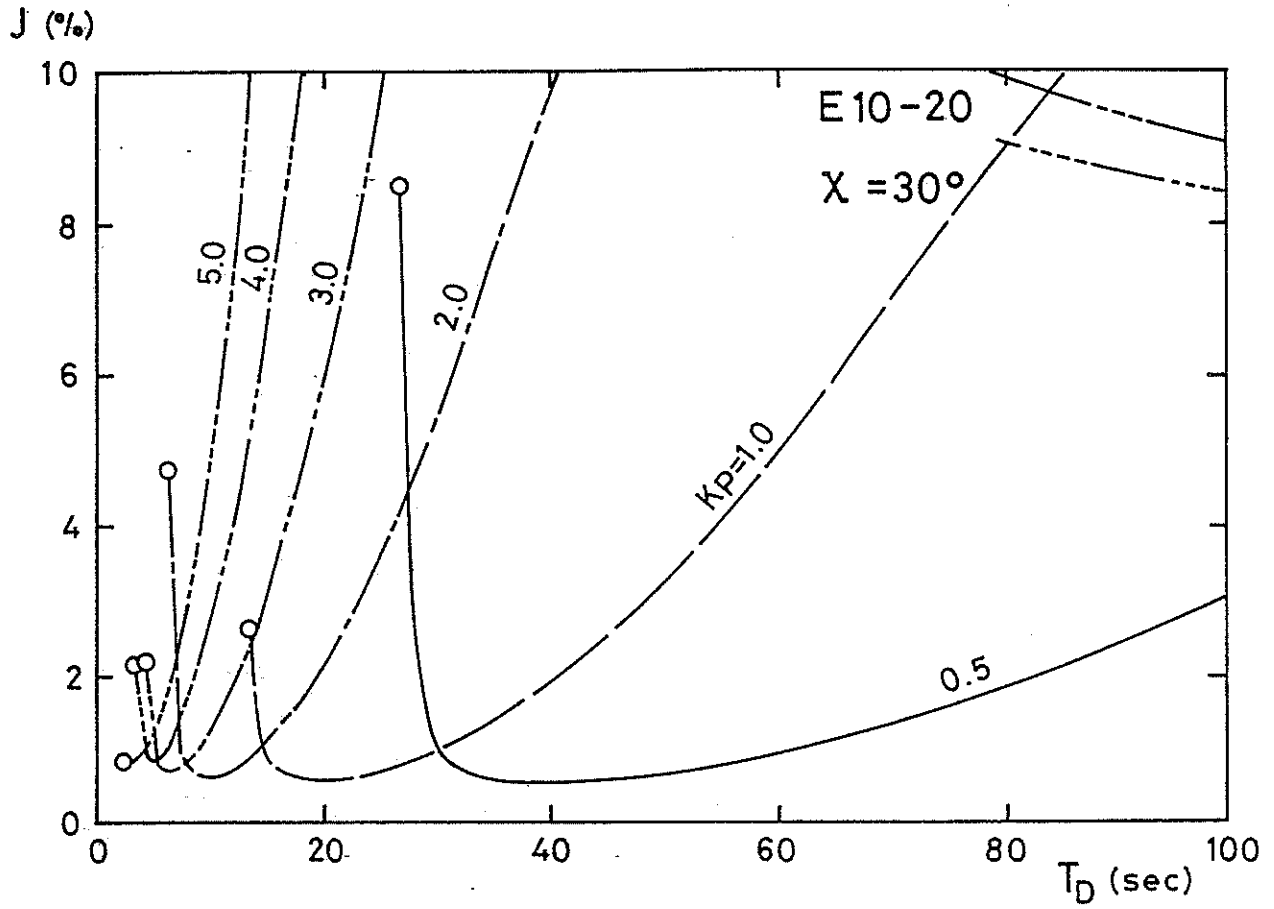


Figure 4.27 Energy loss curves (E10-20)

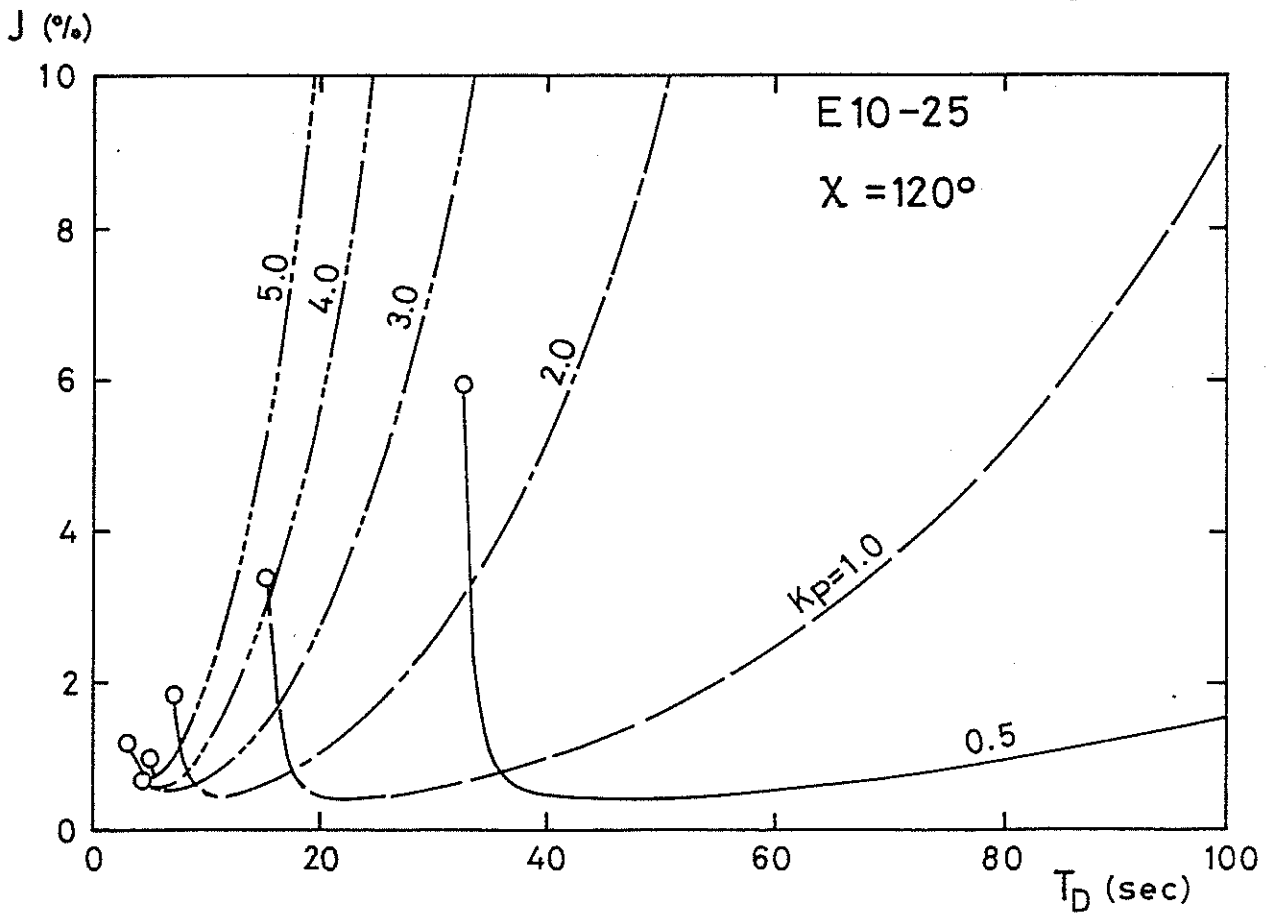
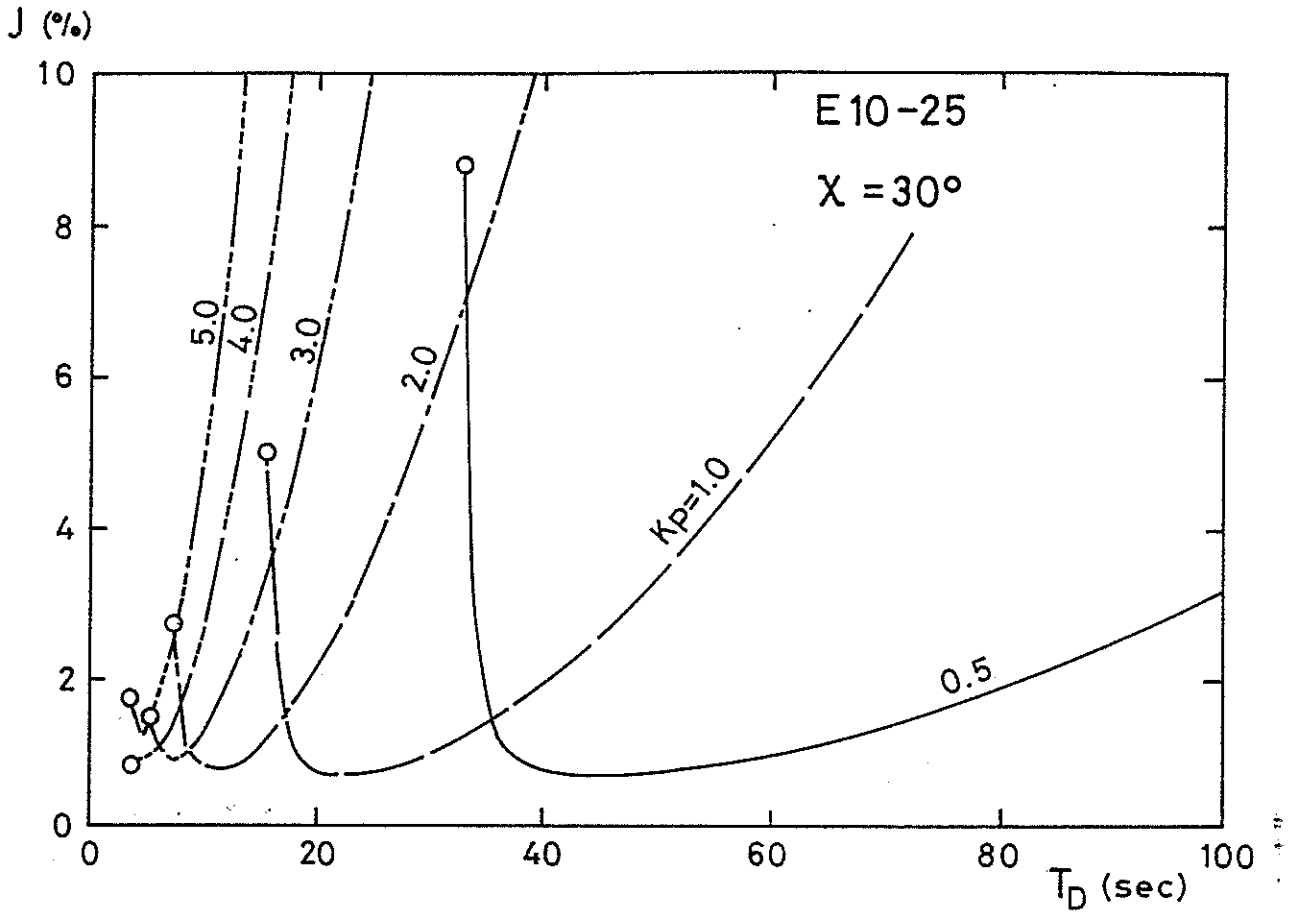


Figure 4.28 Energy loss curves (E10-25)

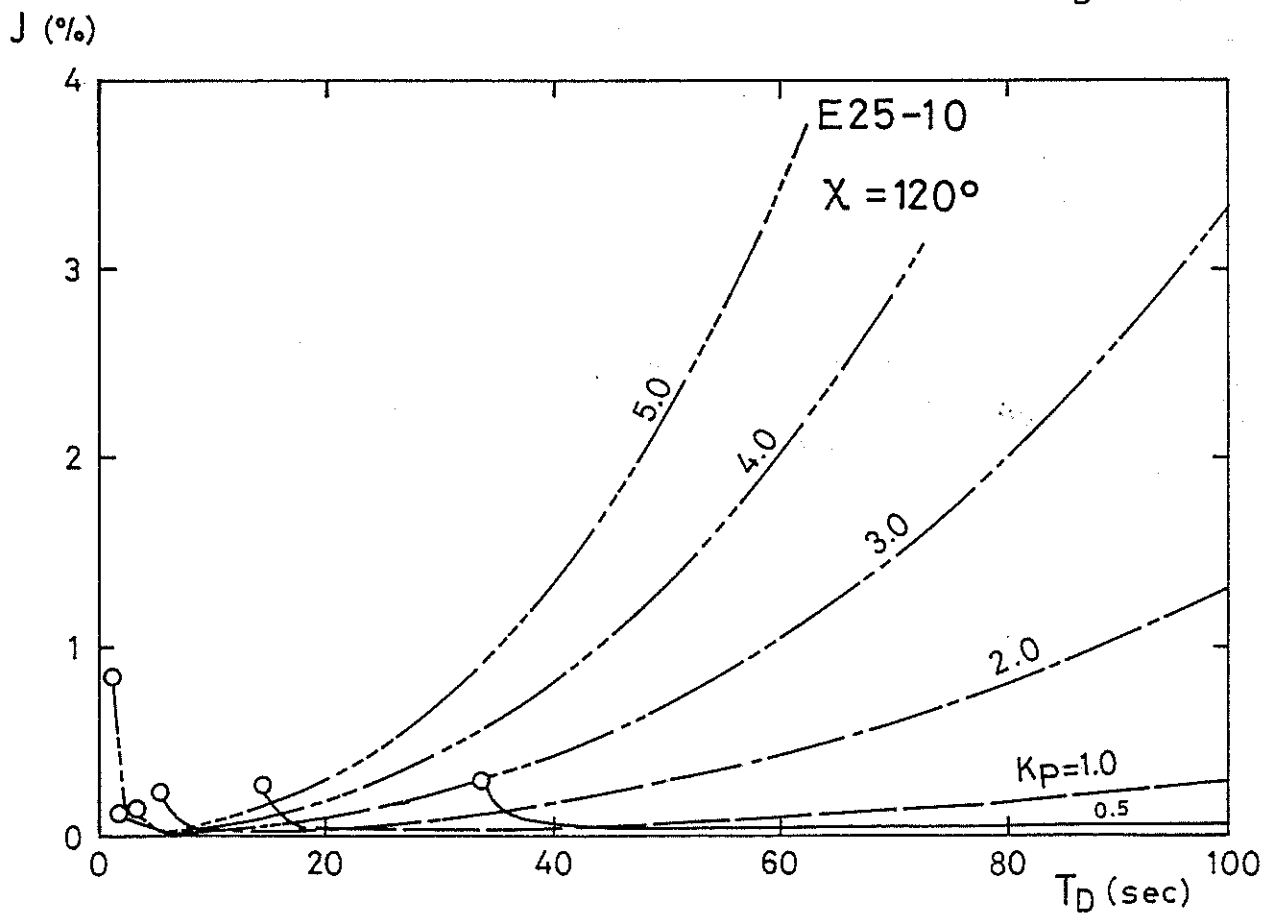
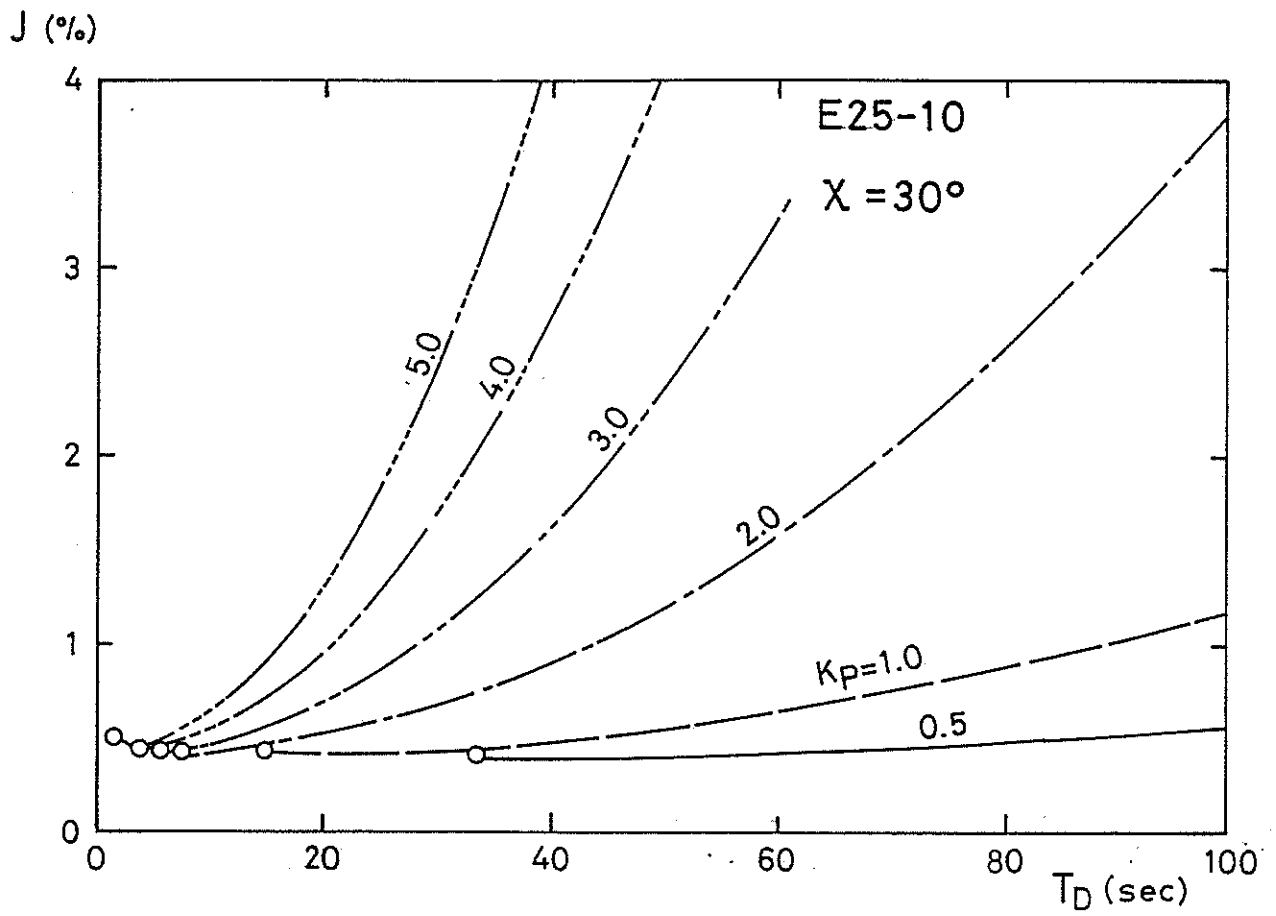
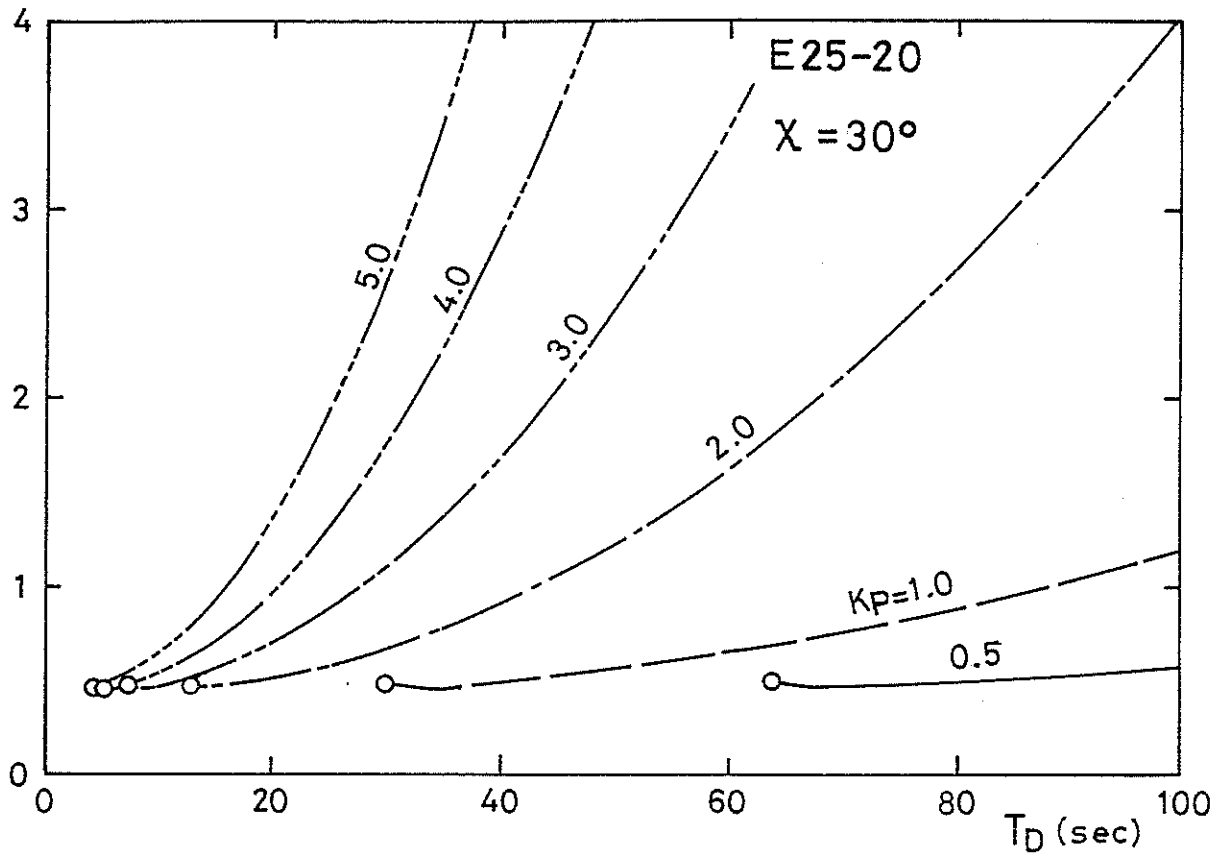


Figure 4.29 Energy loss curves (E25-10)

J (%)



J (%)

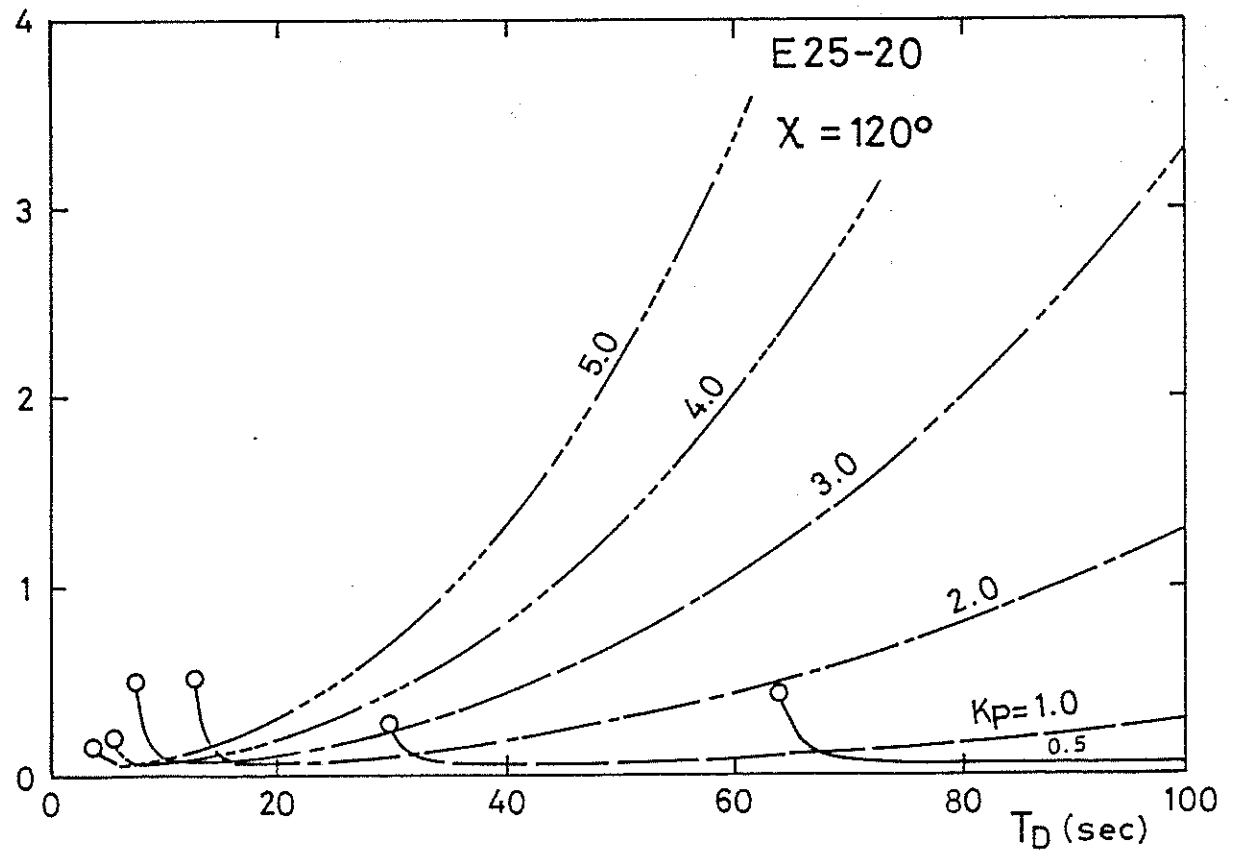


Figure 4.30 Energy loss curves (E25-20)

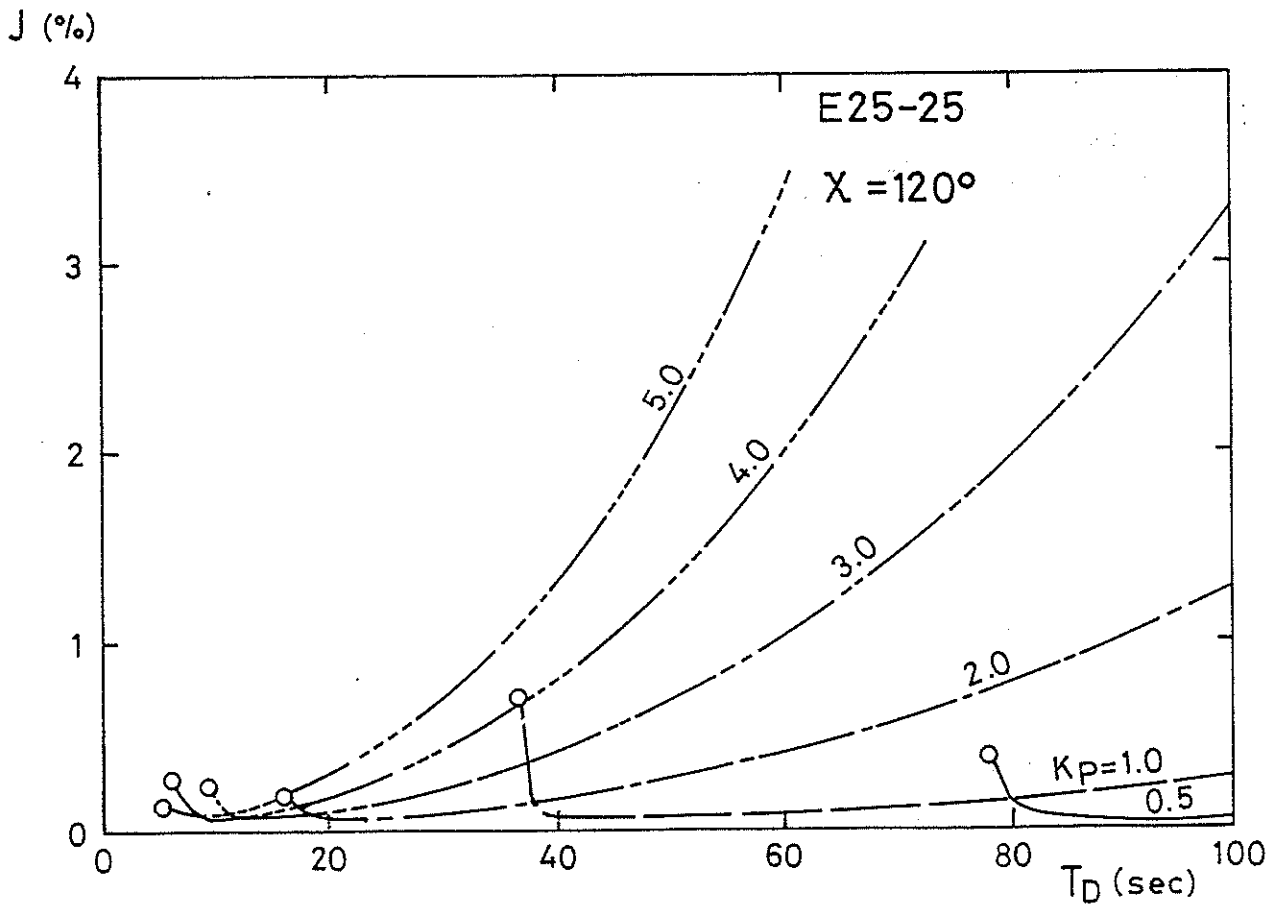
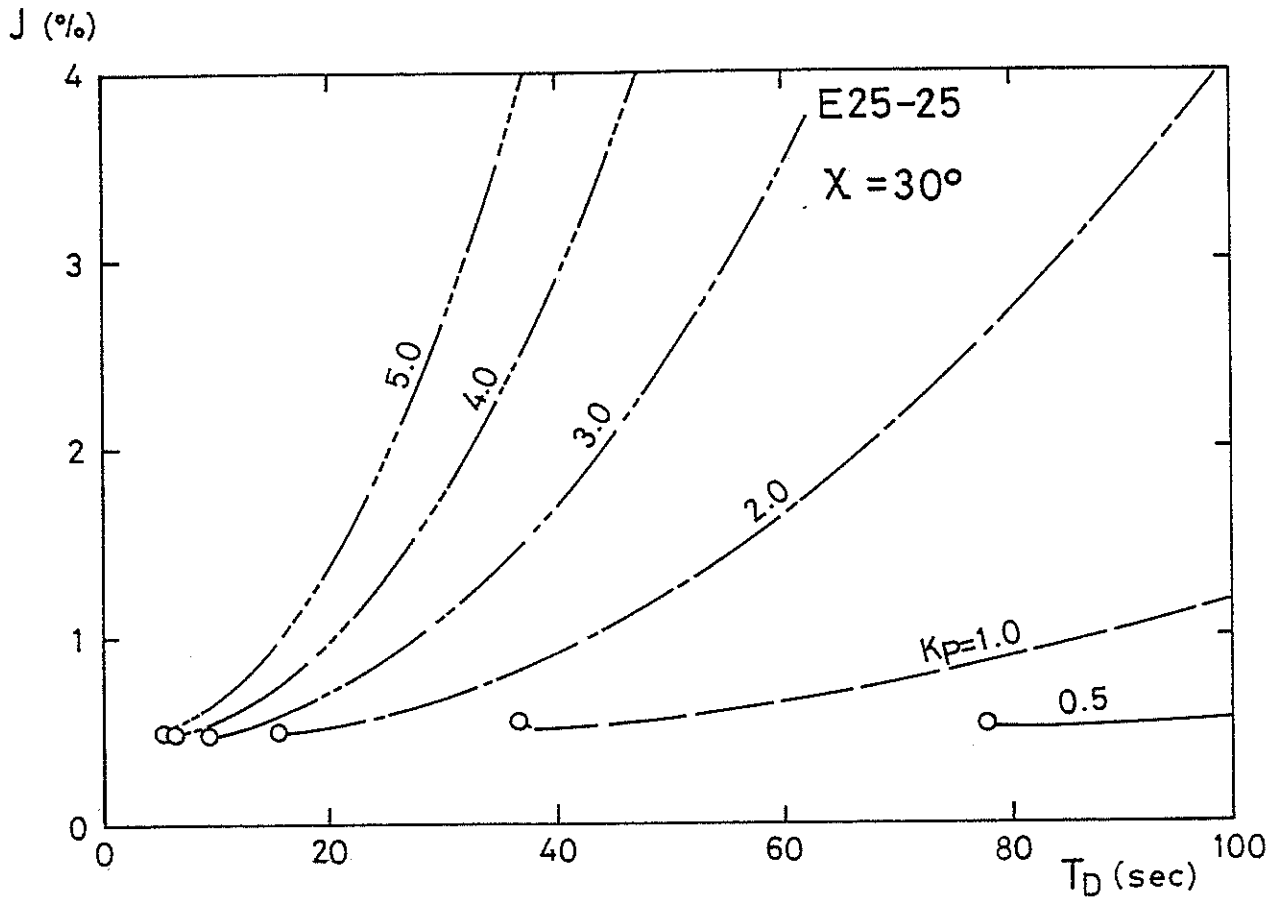


Figure 4.31 Energy loss curves (E25-25)

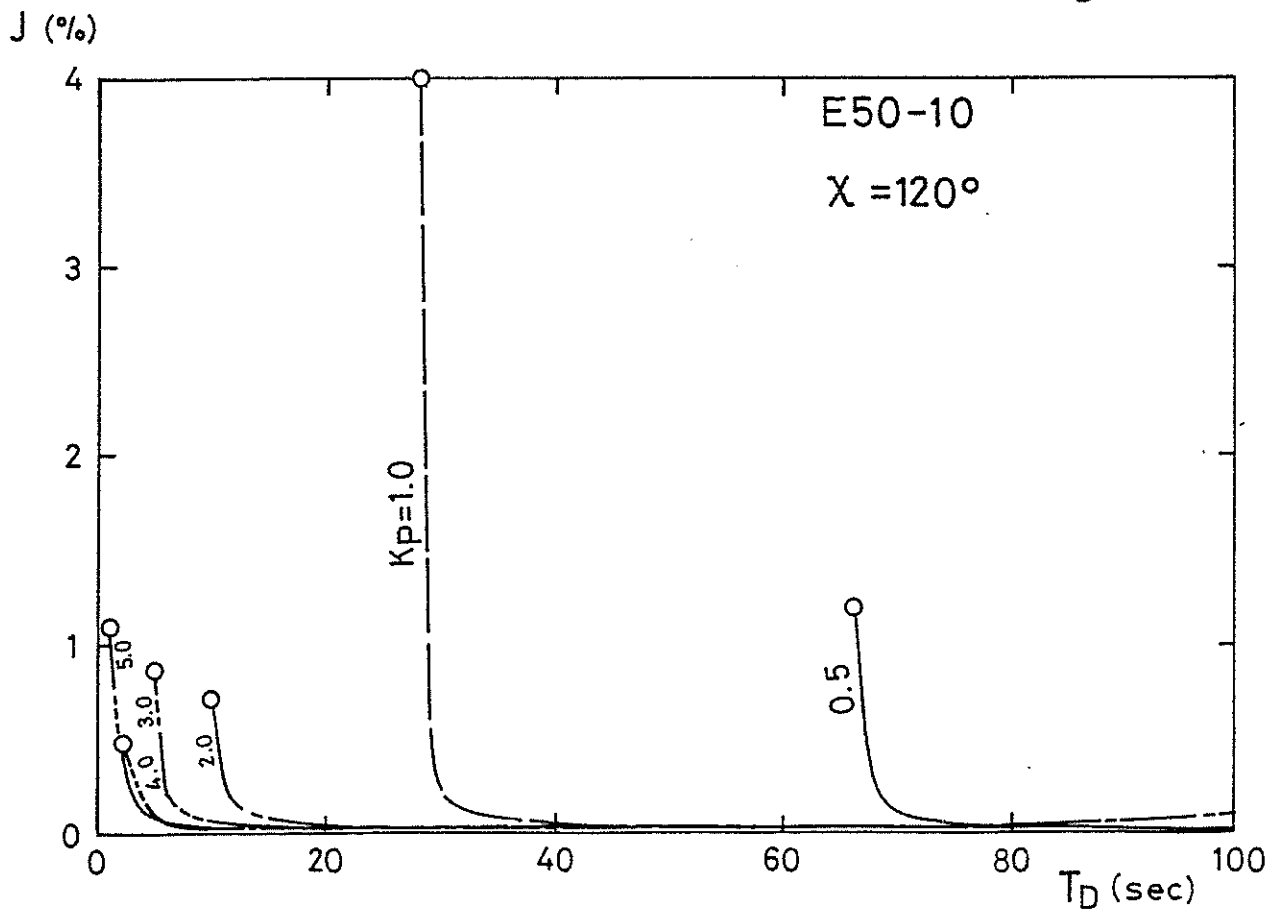
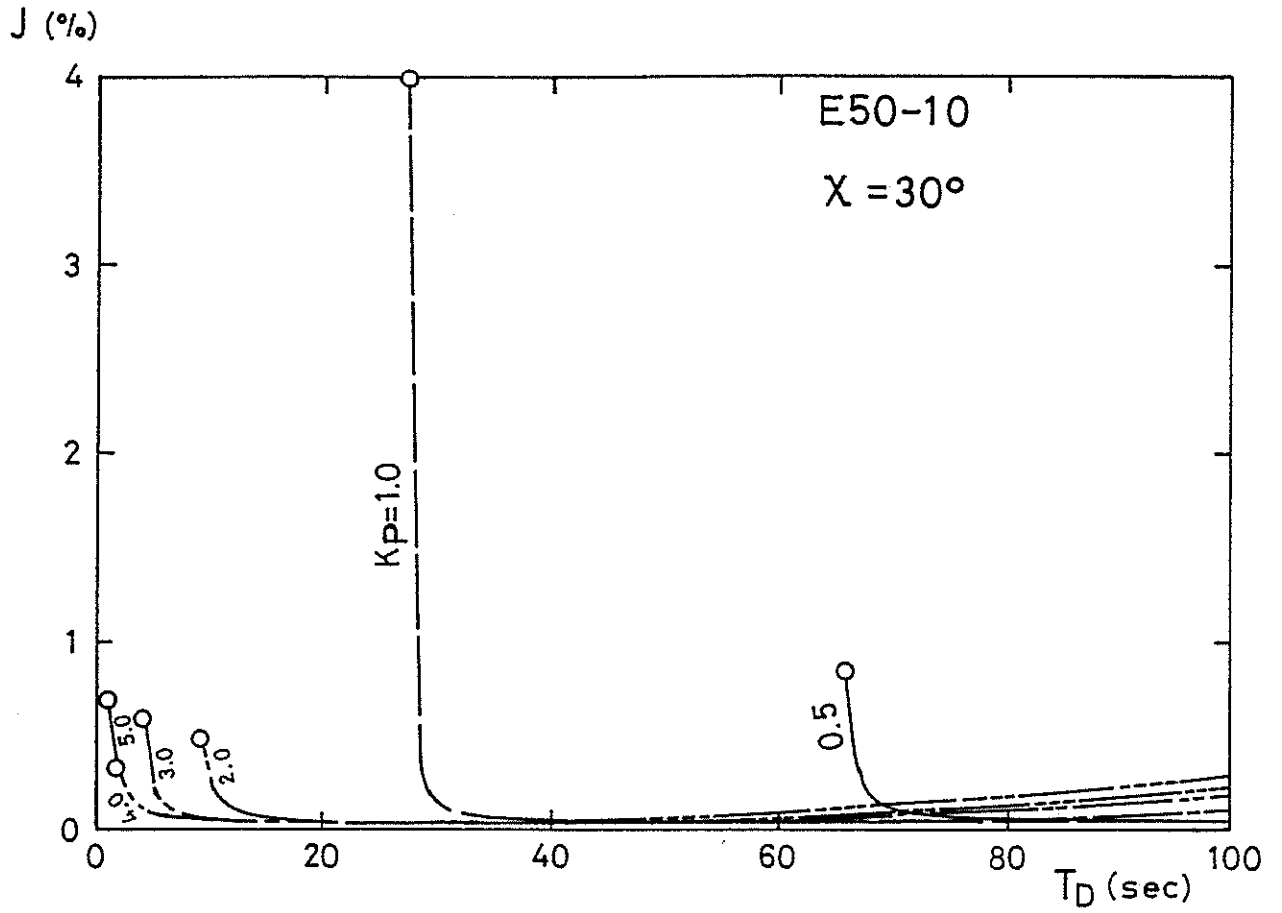


Figure 4.32 Energy loss curves (E50-10)

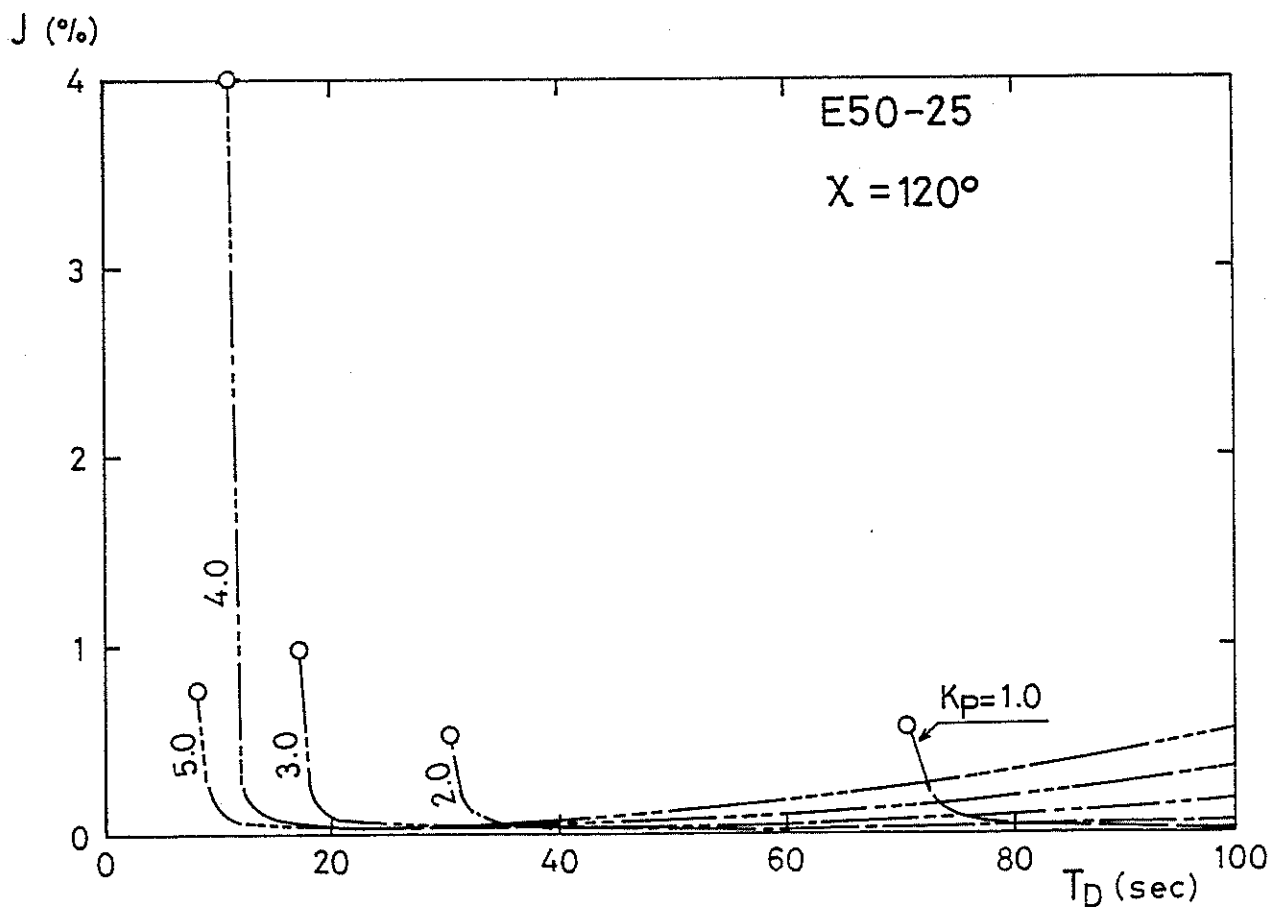
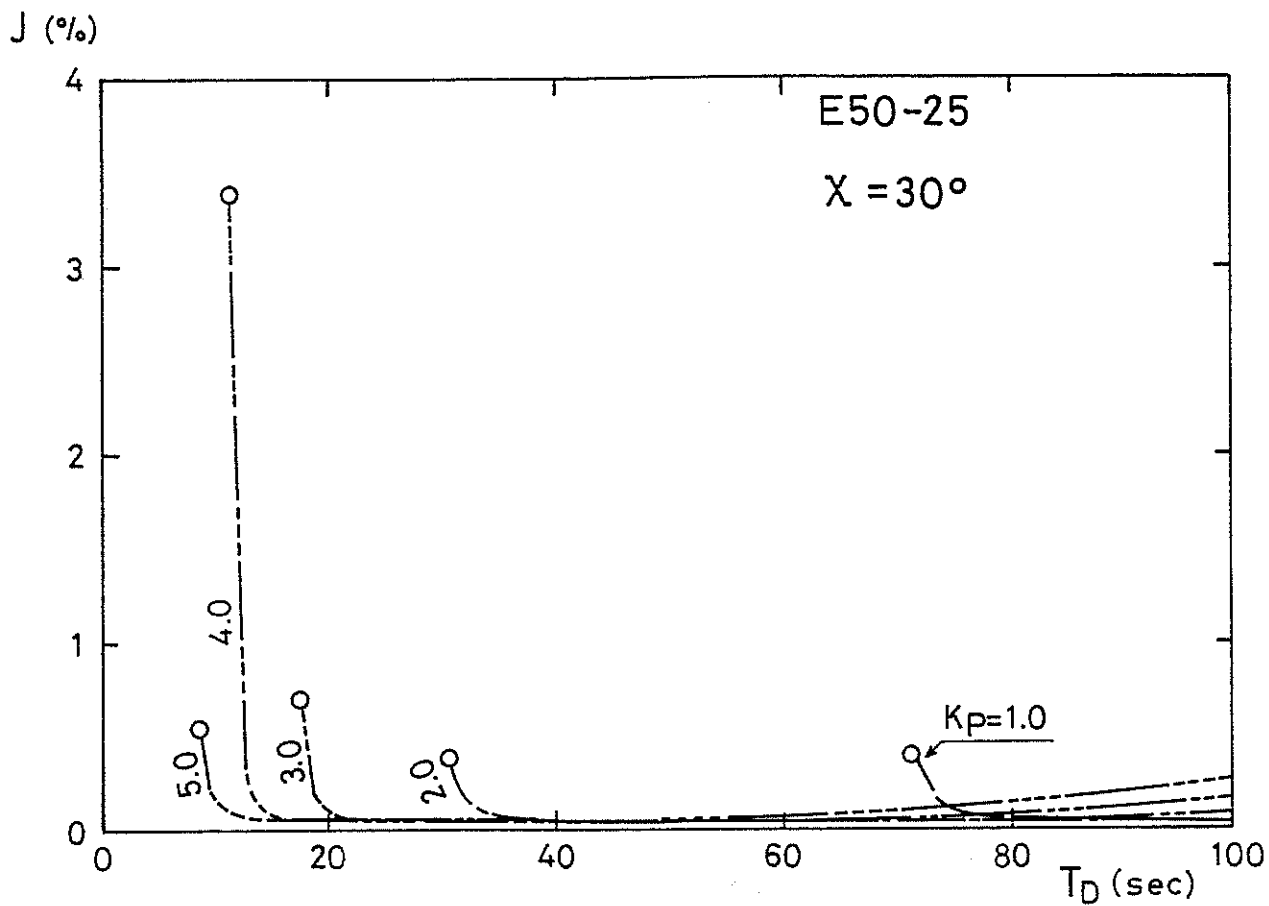


Figure 4.33 Energy loss curves (E50-25)

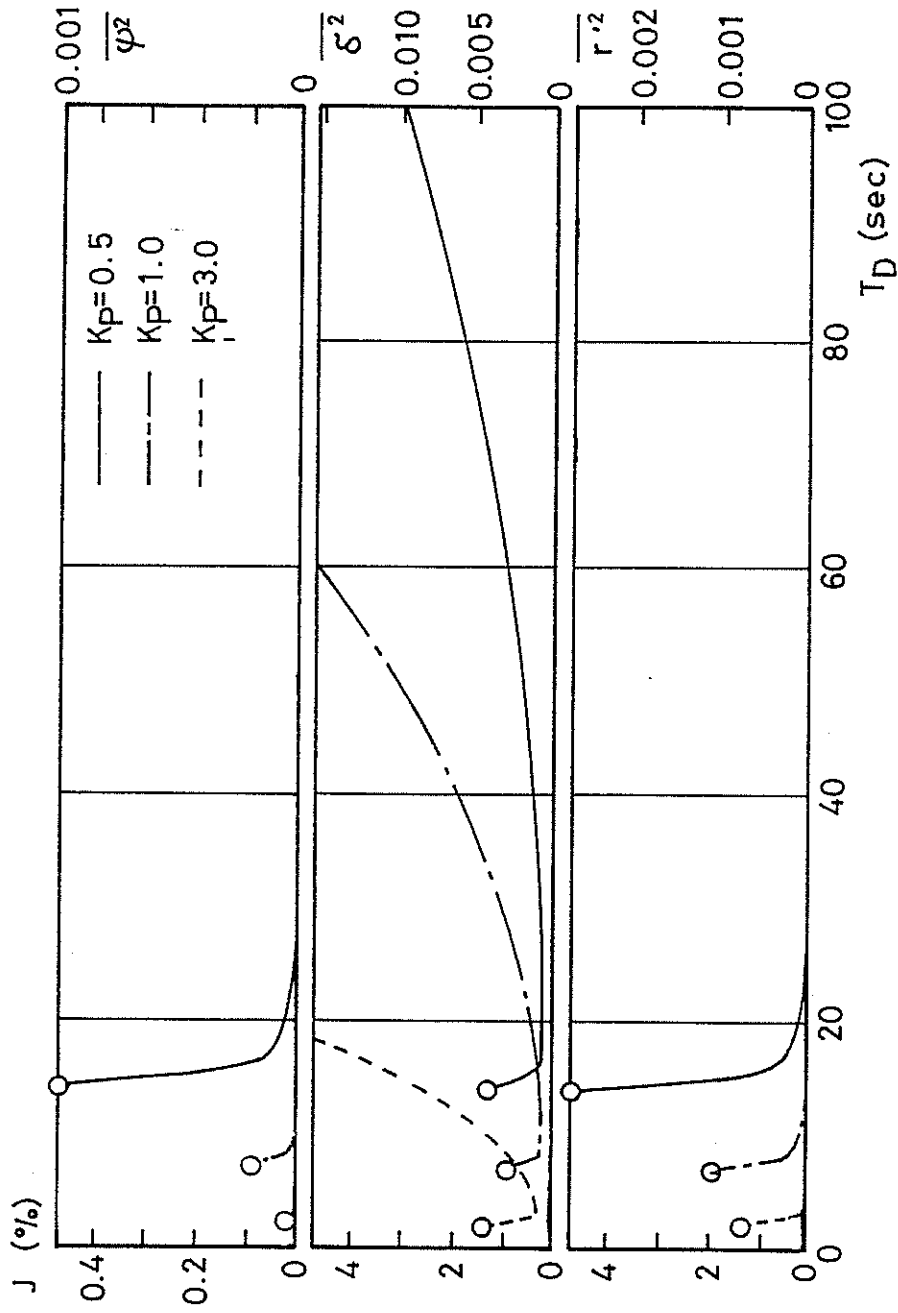
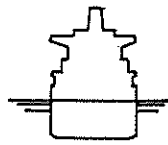
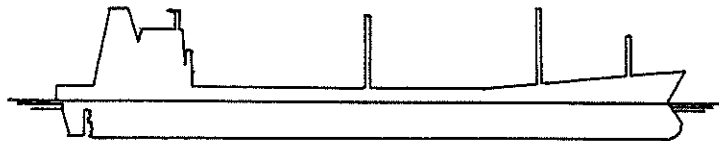


Figure 4.34 Distribution of r.m.s. values of ψ , δ and r' ---
 effect of K and T_D (E10-10)

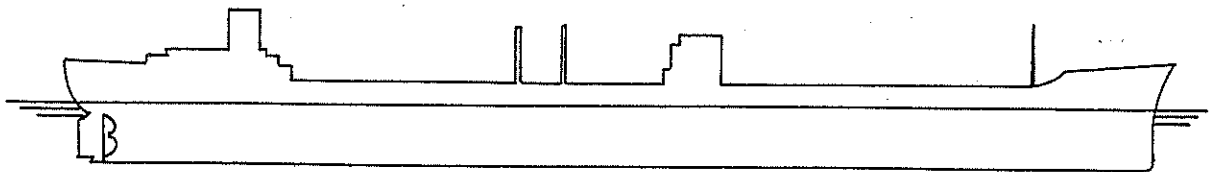
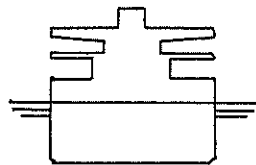
E5, E10



1/2000



E25



E50

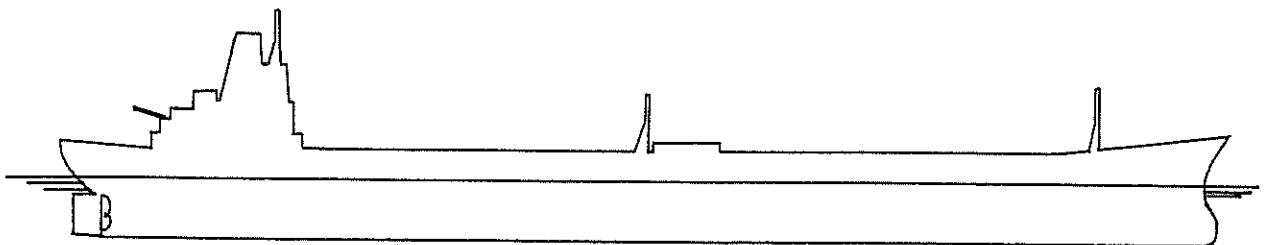
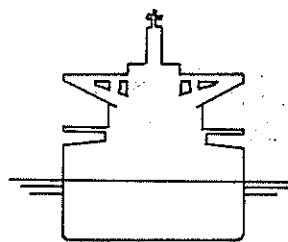


Figure 4.5 Projected plans of simulation ship models (E Series)

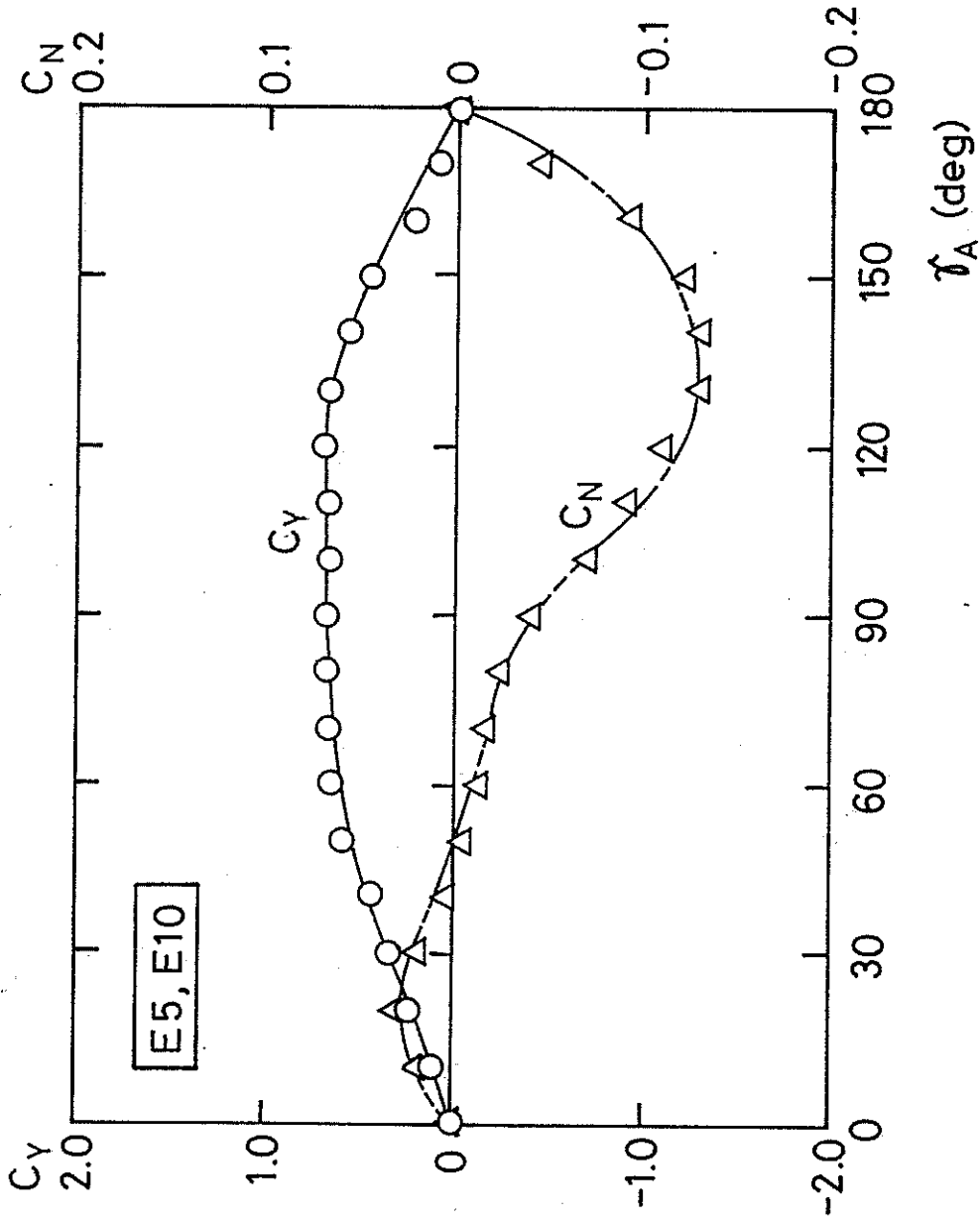


Figure 4.6 Wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations (E5, E10)

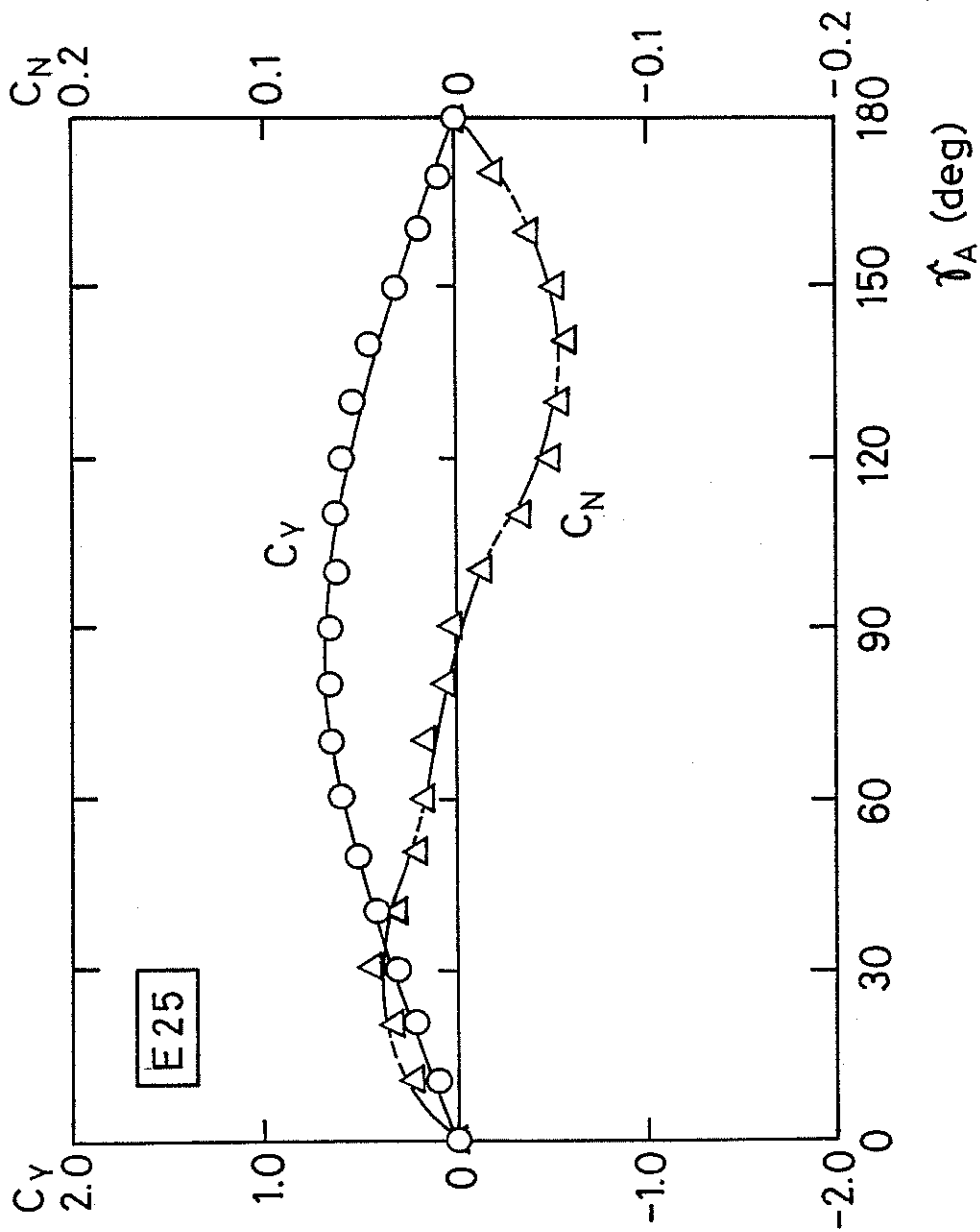


Figure 4.7 Wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations (E25)

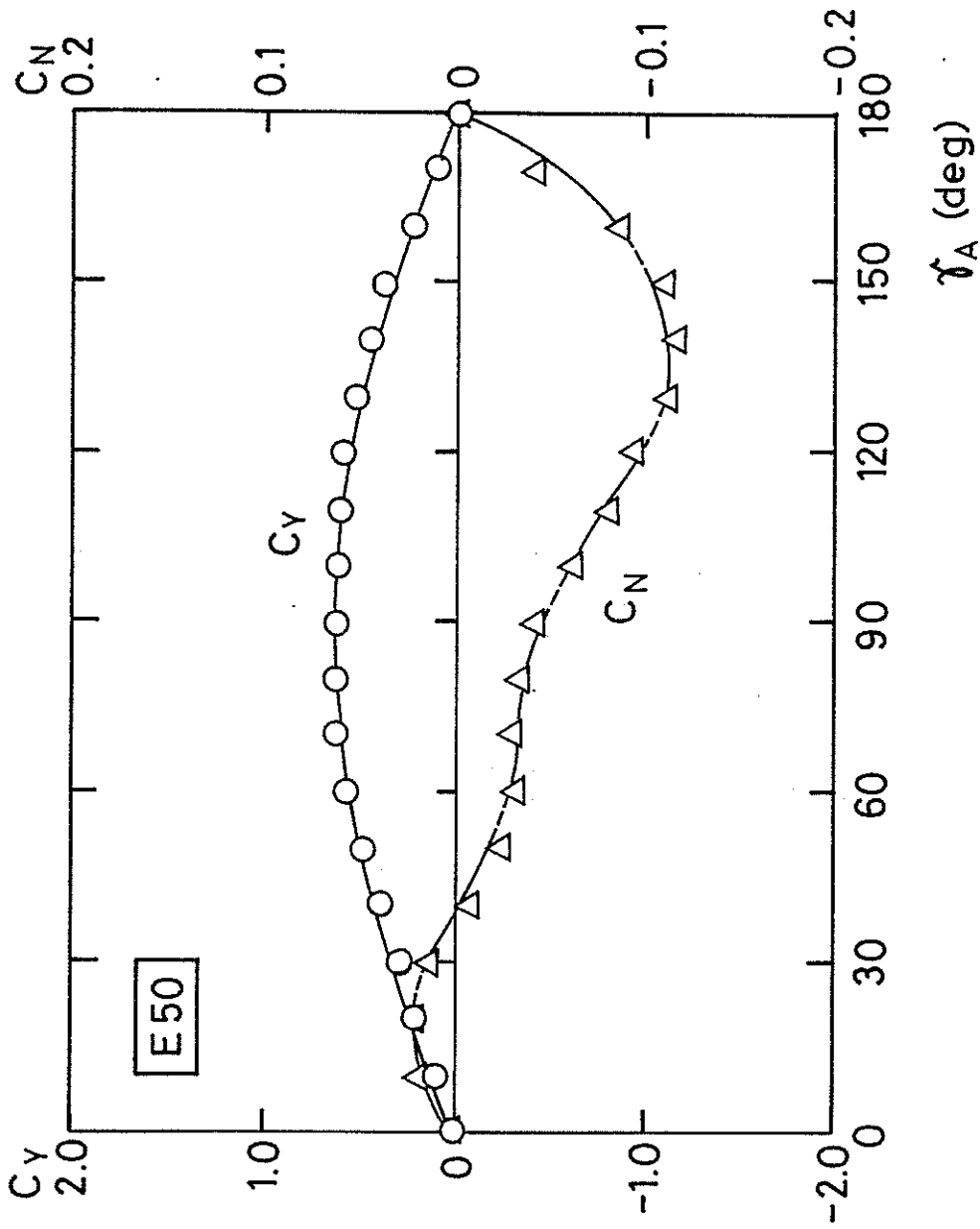


Figure 4.8 Wind force and moment coefficients estimated by Isherwood's empirical equations (E50)

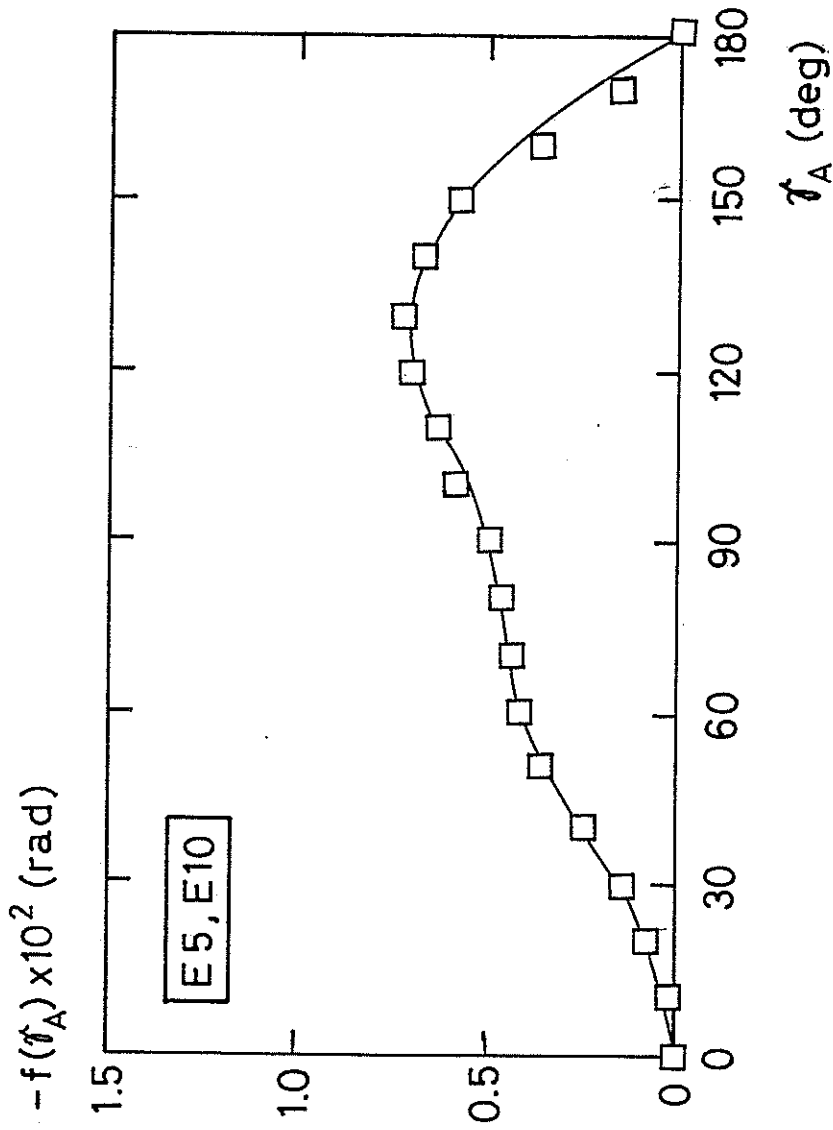


Figure 4.9 Equivalent rudder coefficient by wind (E5, E10)

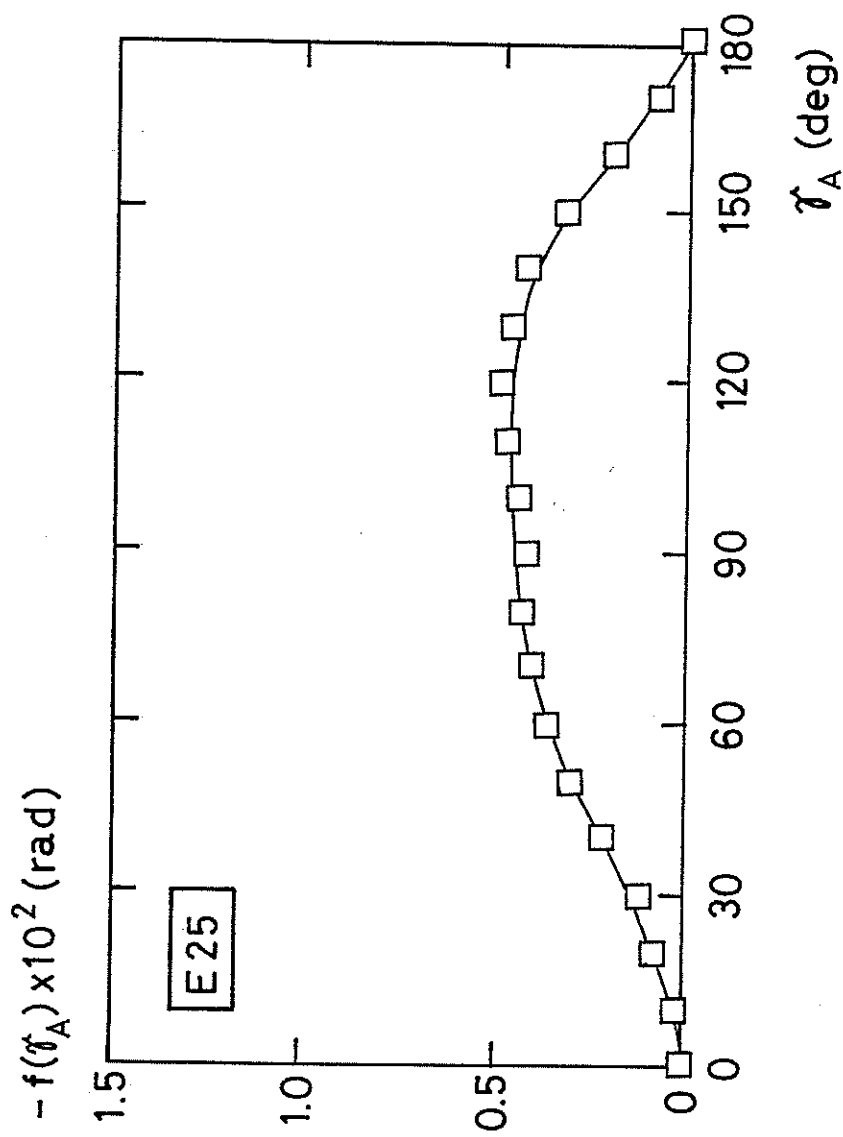


Figure 4.10 Equivalent rudder coefficient by wind (E25)

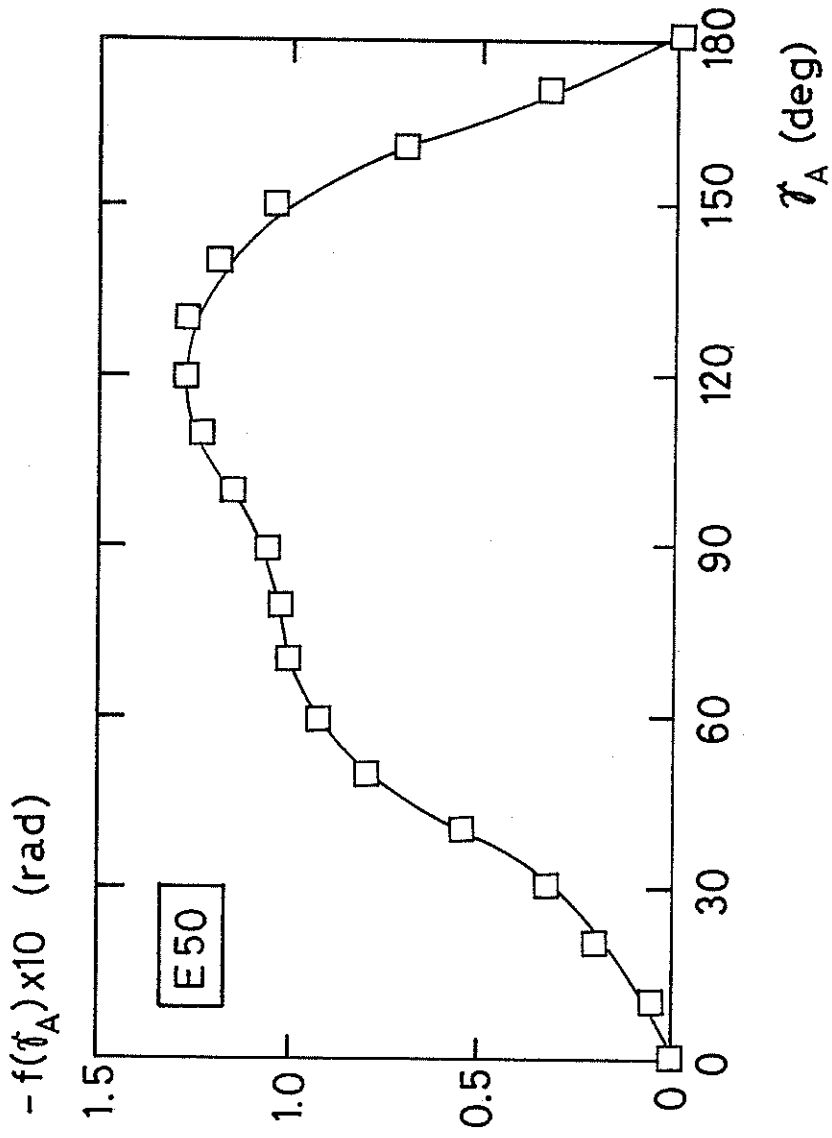


Figure 4.11 Equivalent rudder coefficient by wind (E50)

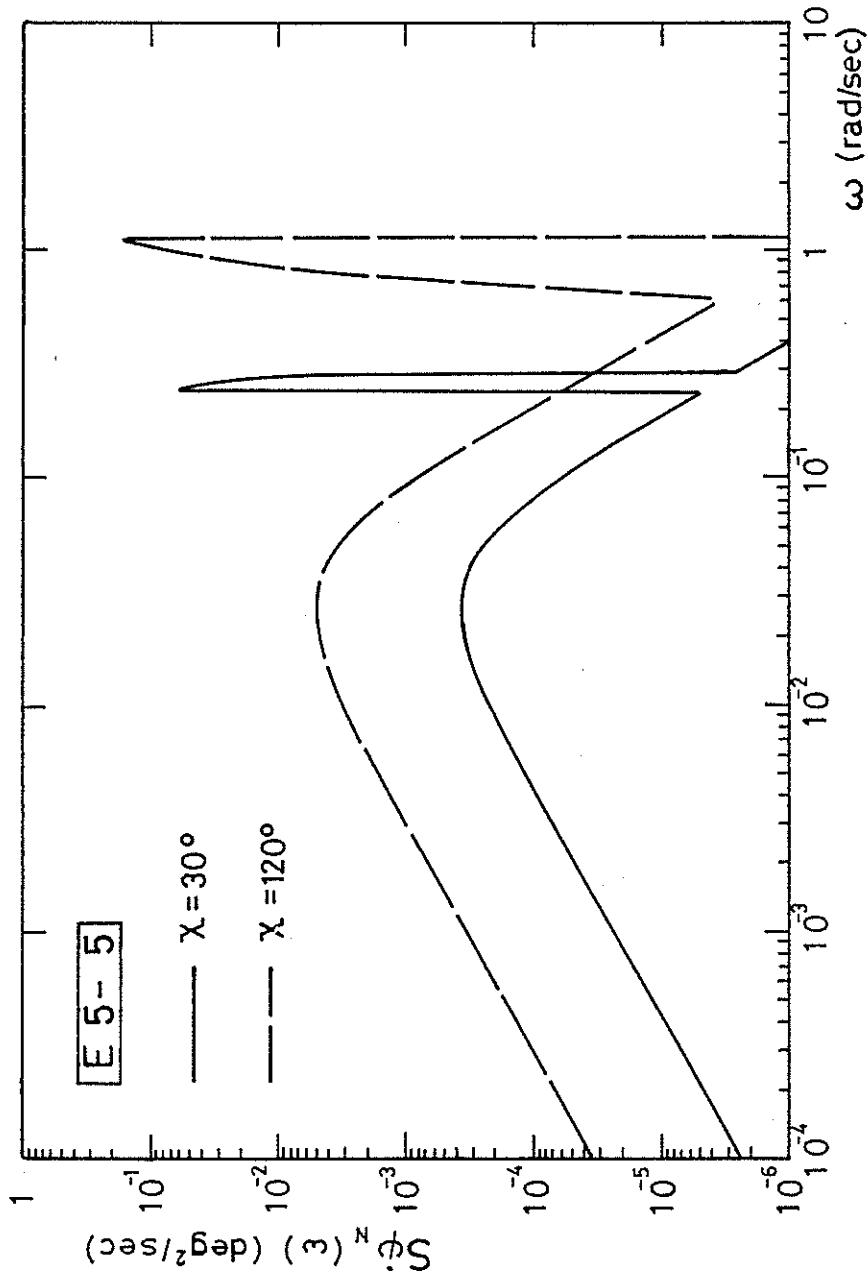


Figure 4.12 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E5-5)

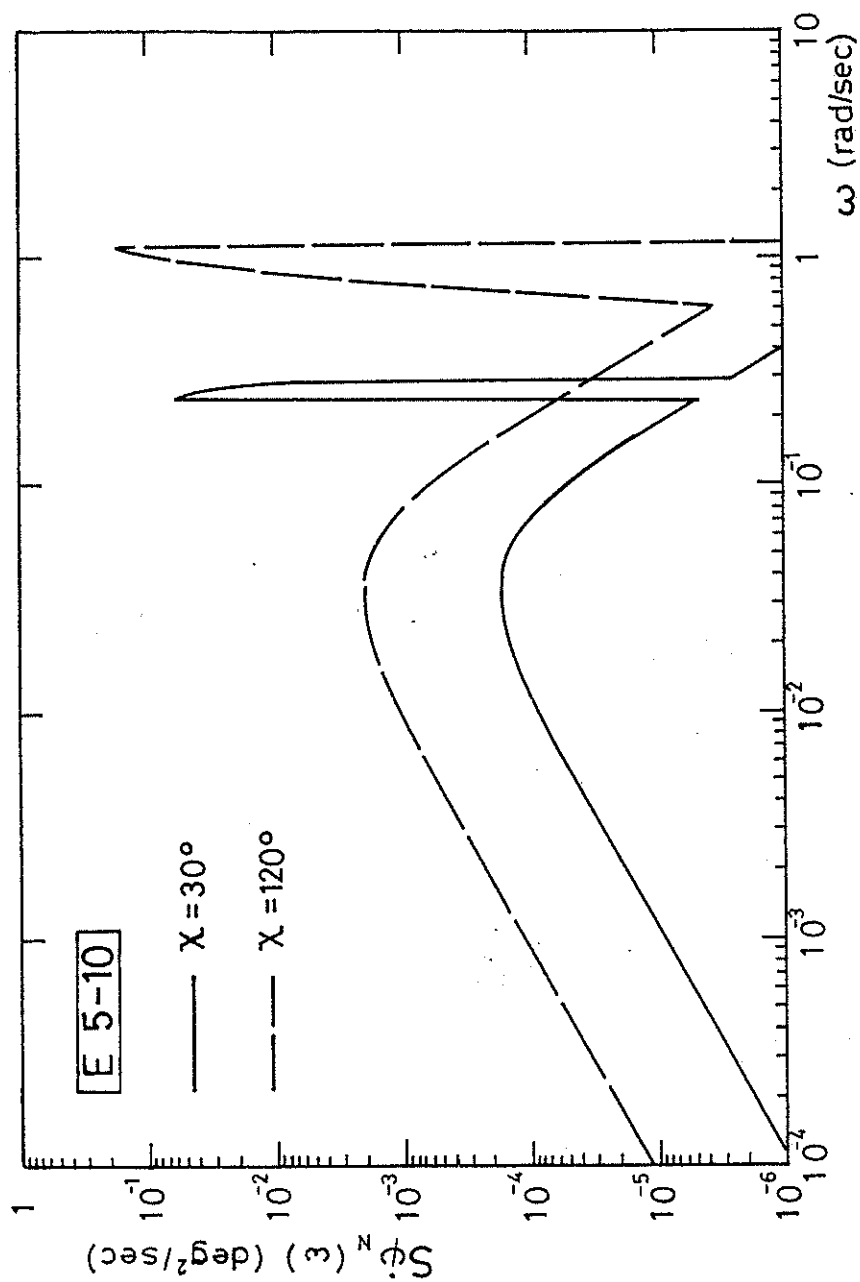


Figure 4.13 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E5-10)

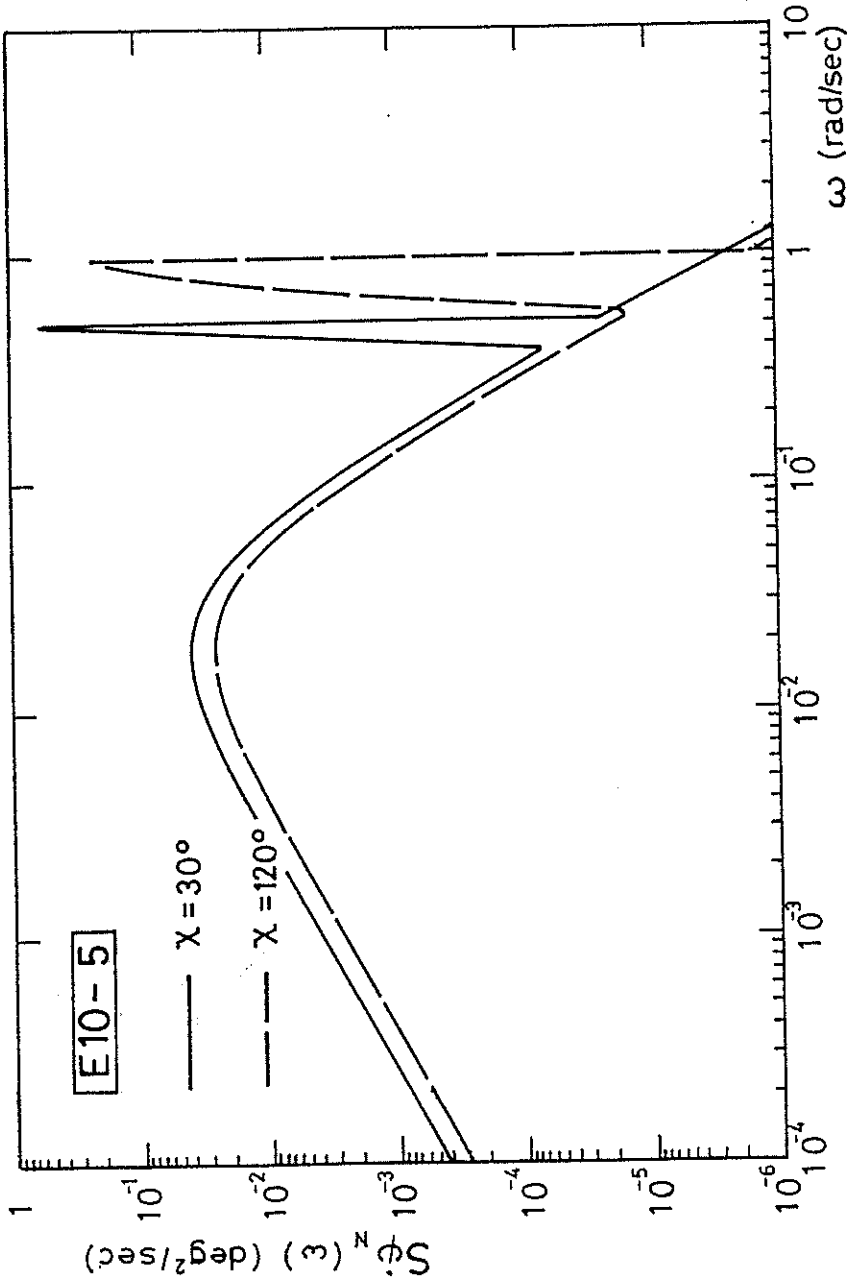


Figure 4.14 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-5)

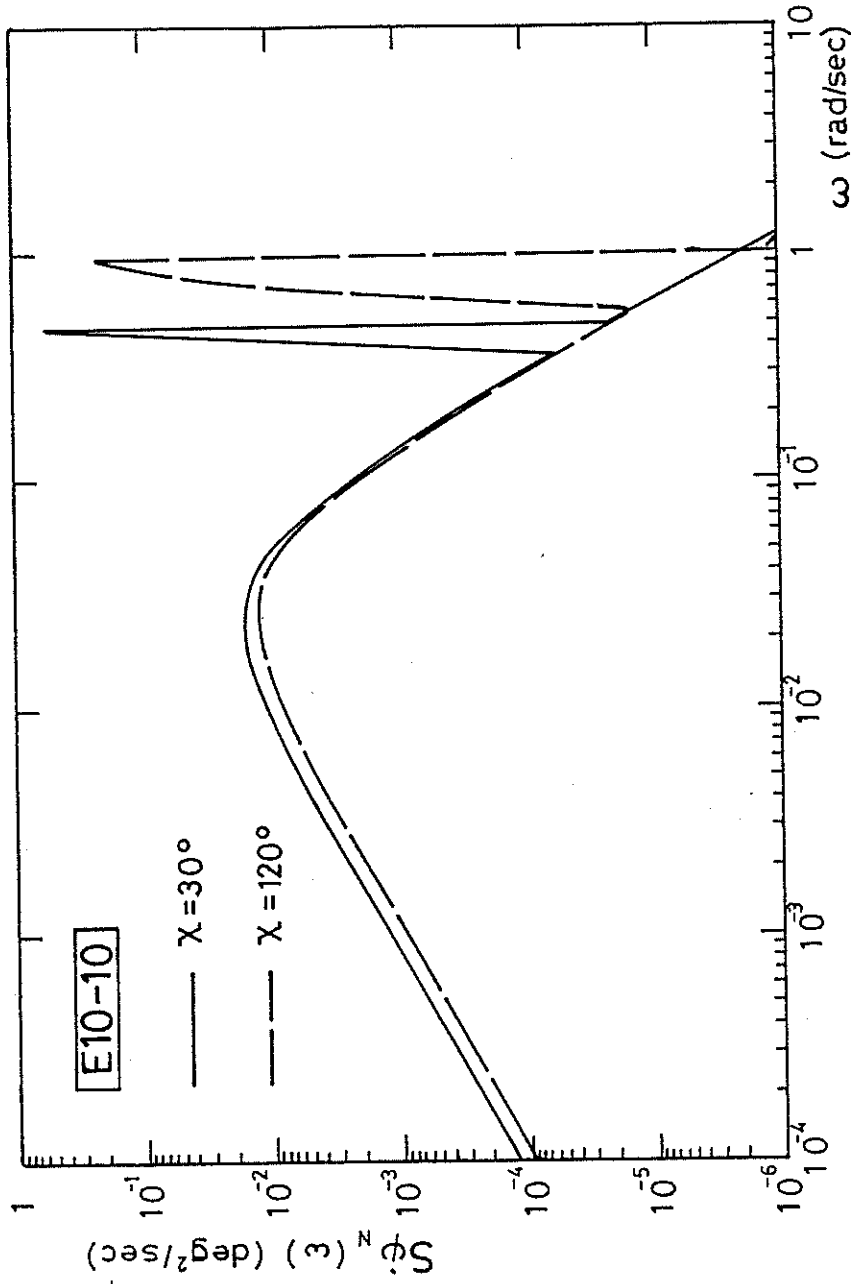


Figure 4.15 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-10)

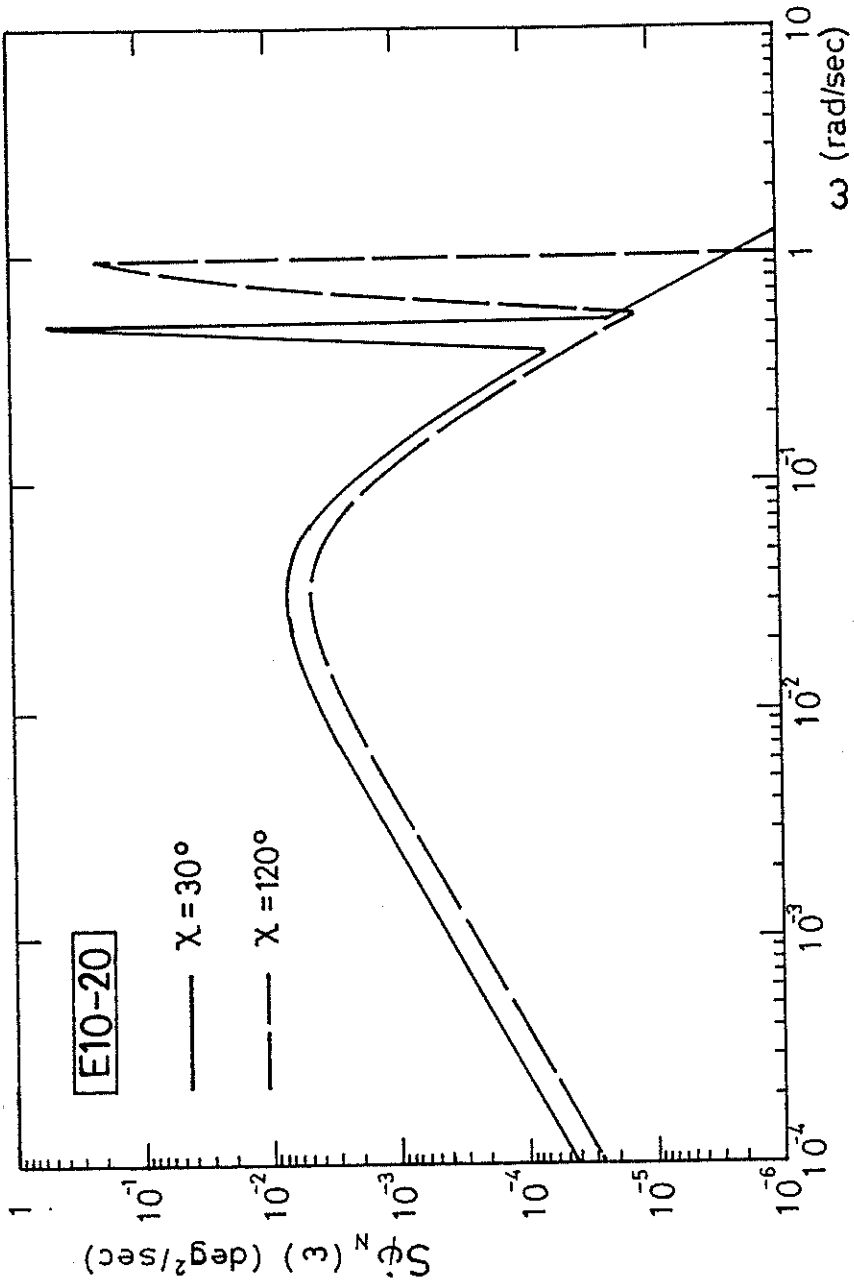


Figure 4.16 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-20)

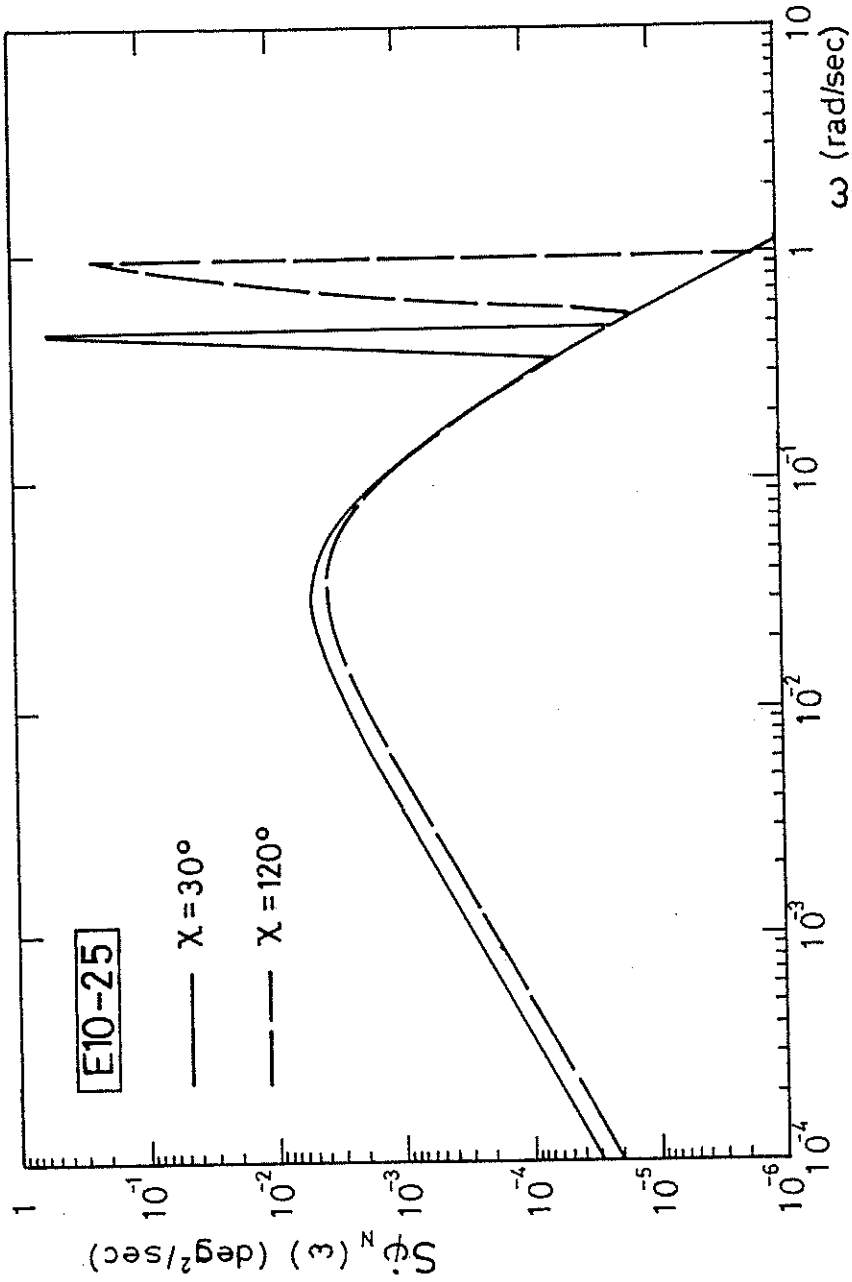


Figure 4.17 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E10-25)

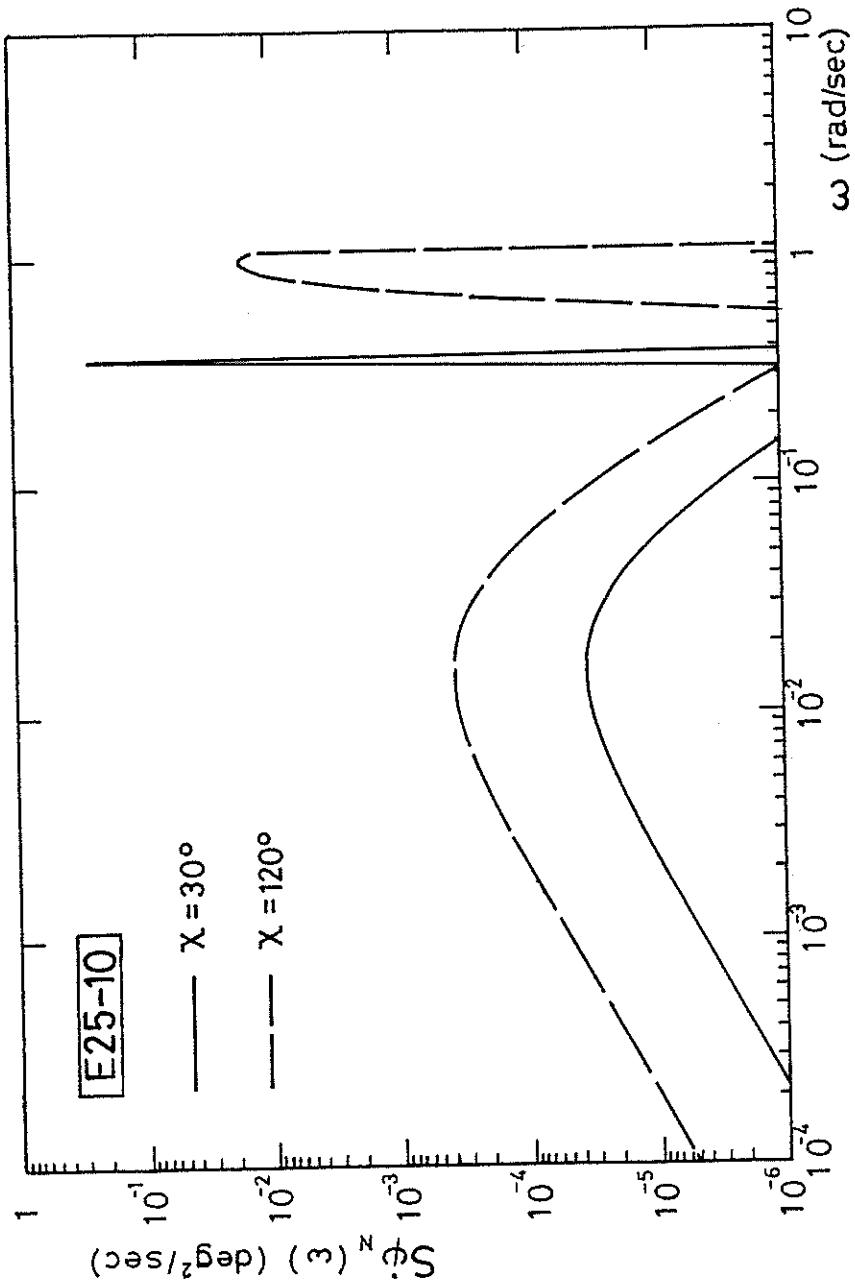


Figure 4.18 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E25-10)

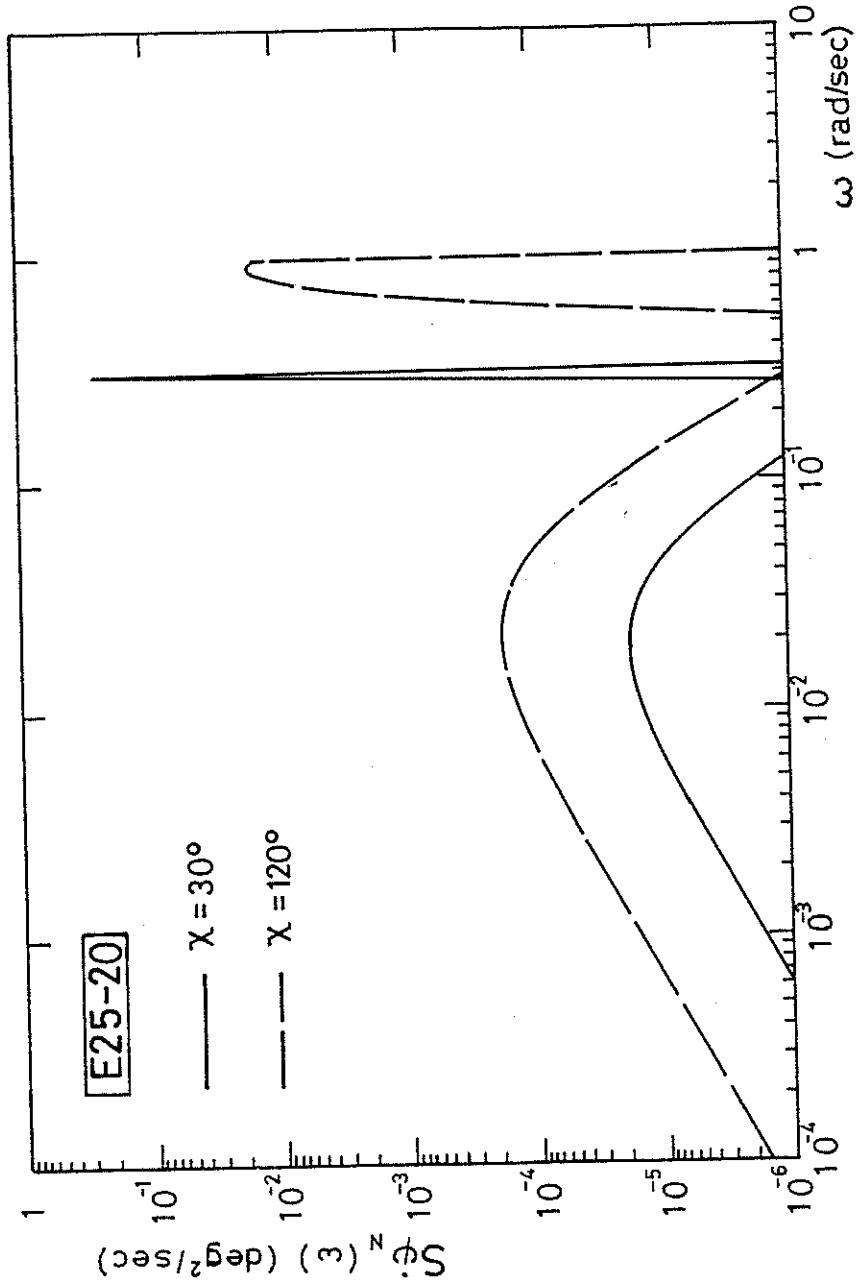


Figure 4.19 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E25-20)

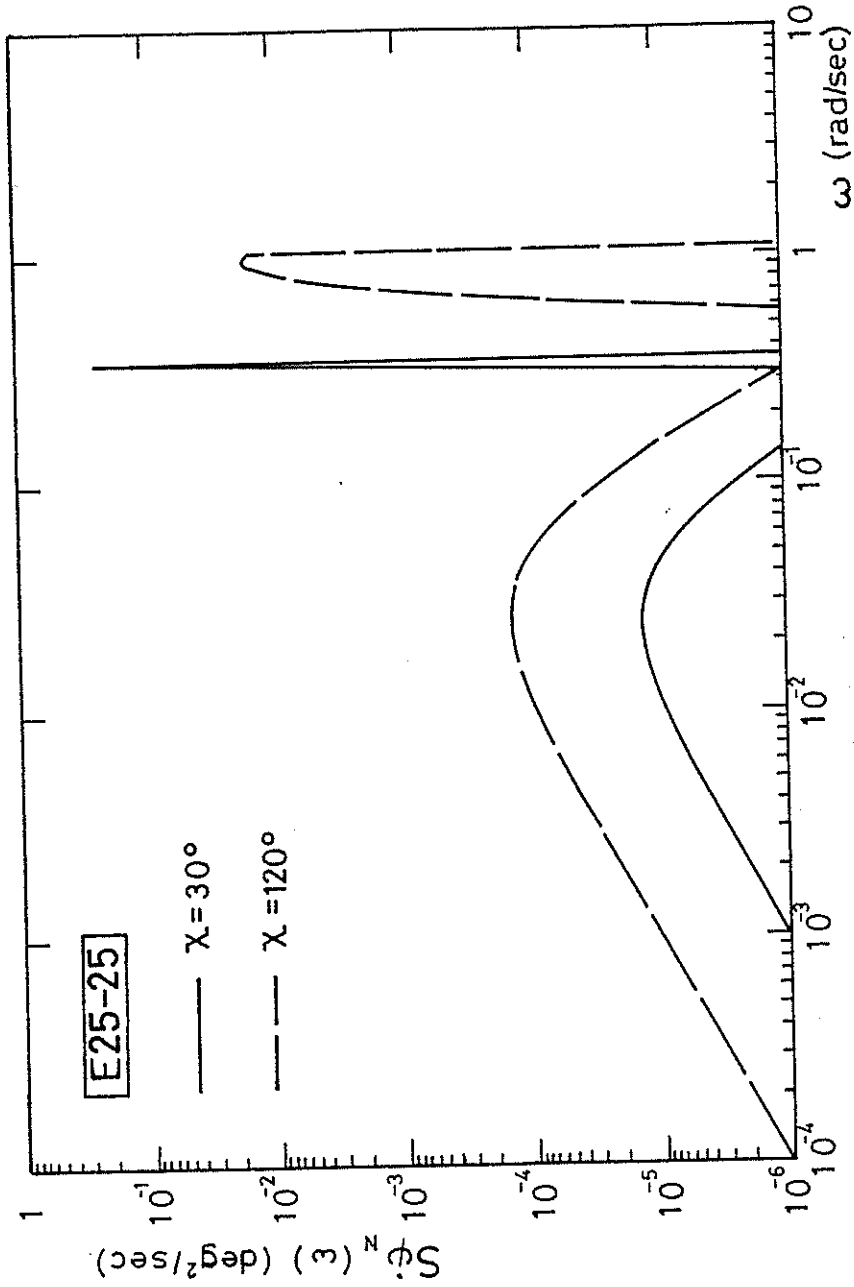


Figure 4.20 Spectra of rate of turn induced by wave and wind (E25-25)

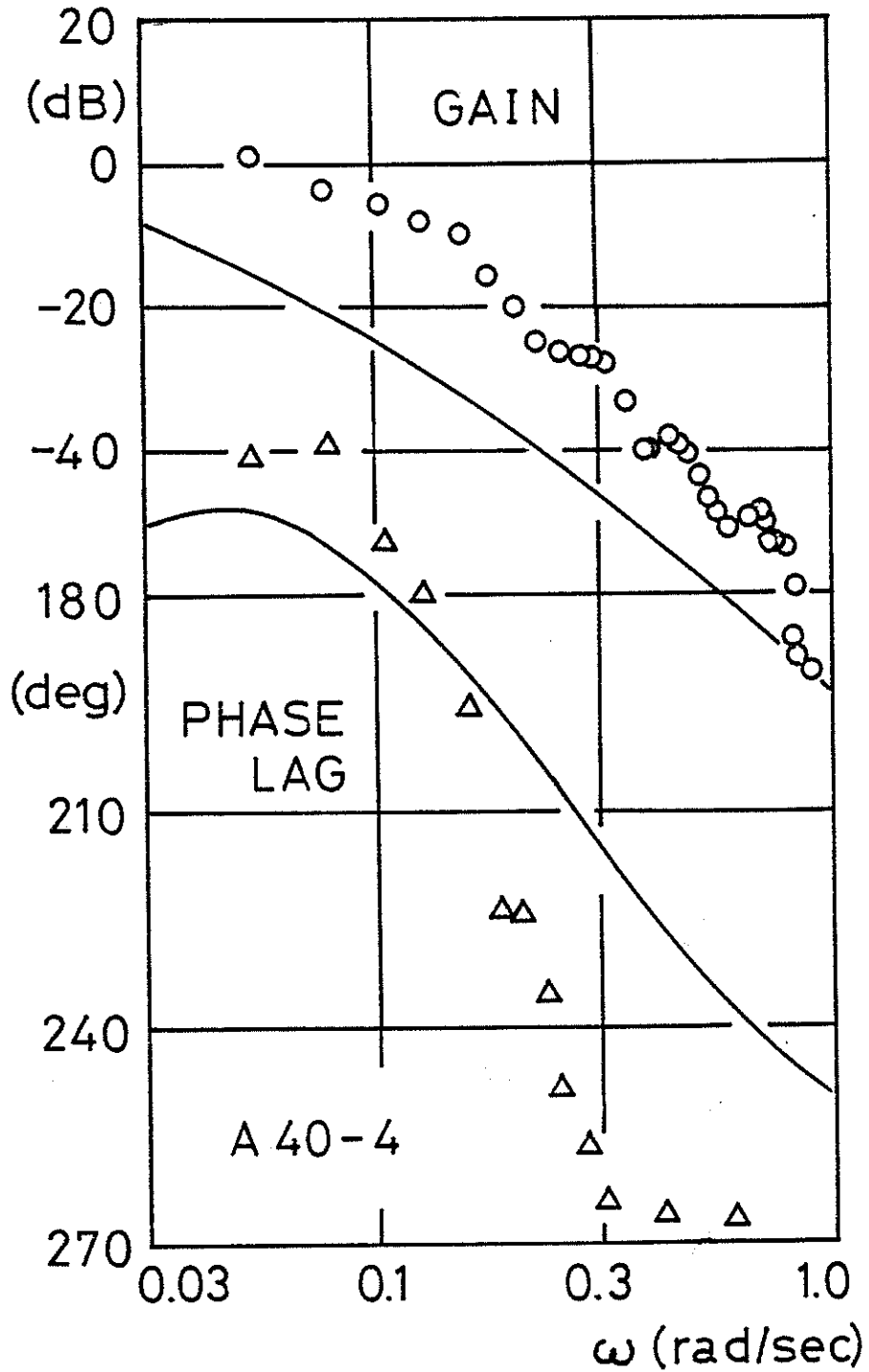


Figure 2.13

Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A40-4)

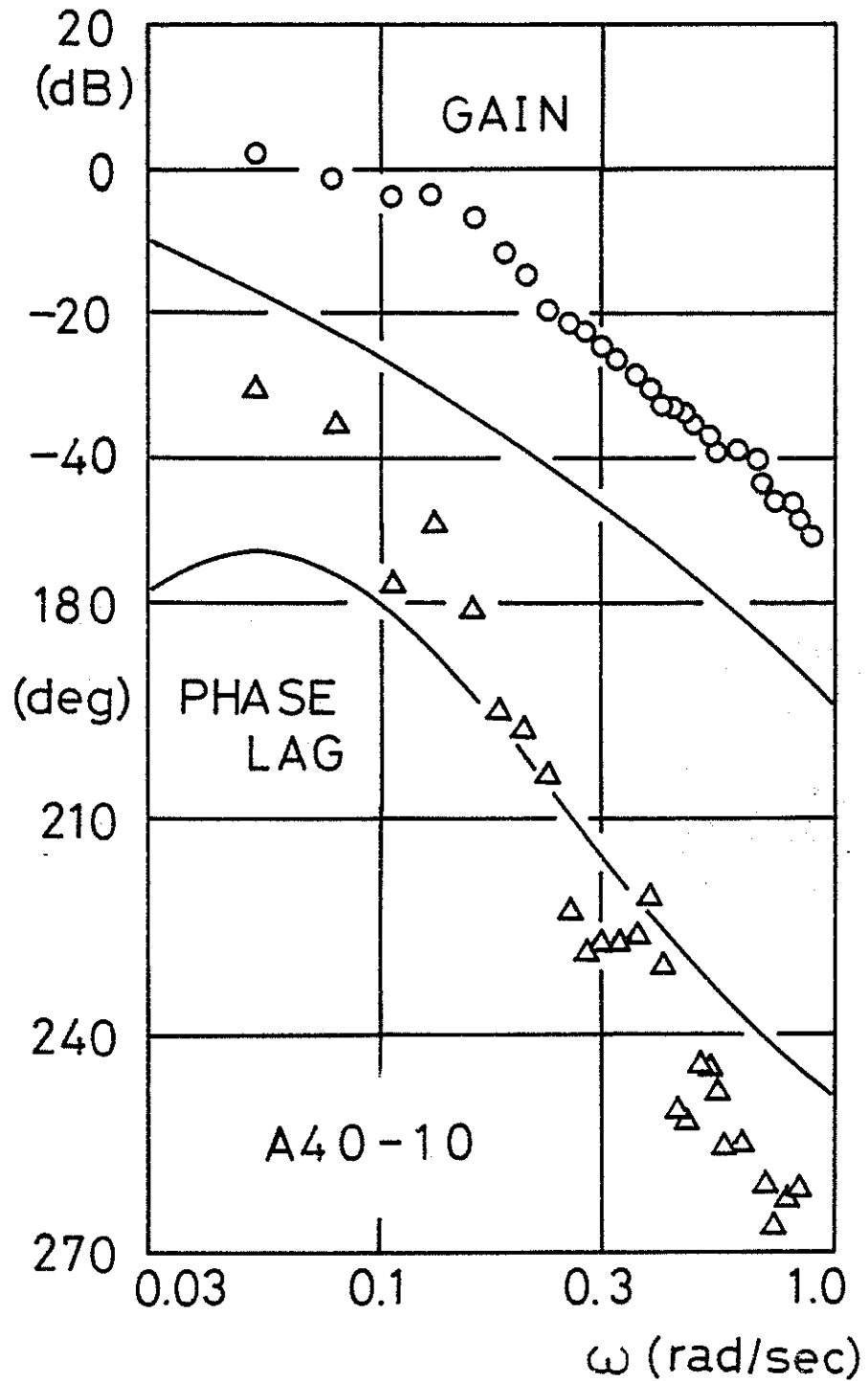


Figure 2.14

Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A40-10)

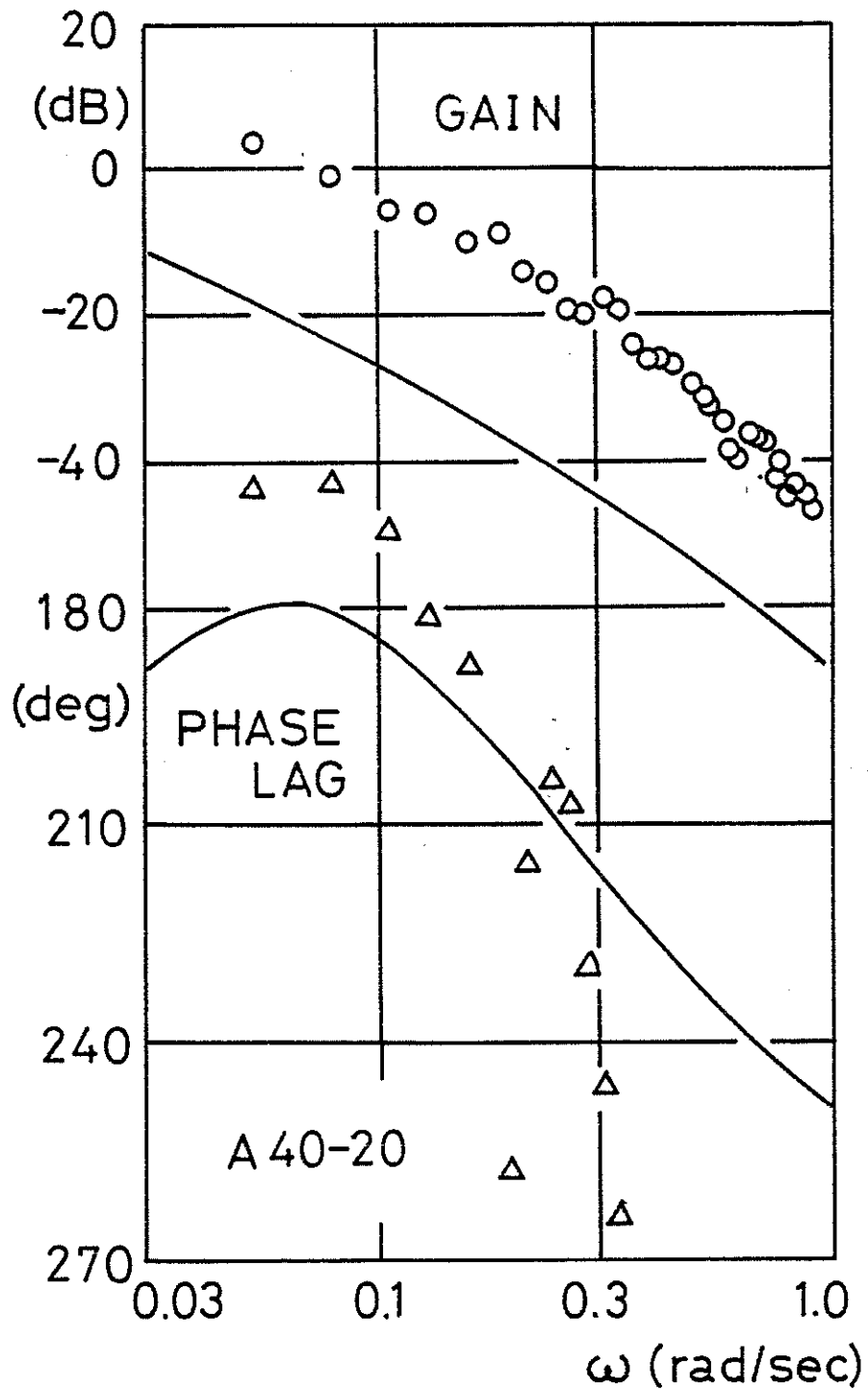


Figure 2.15

Example of the loop gain and phase lag of course control system under manual steering (A40-20)

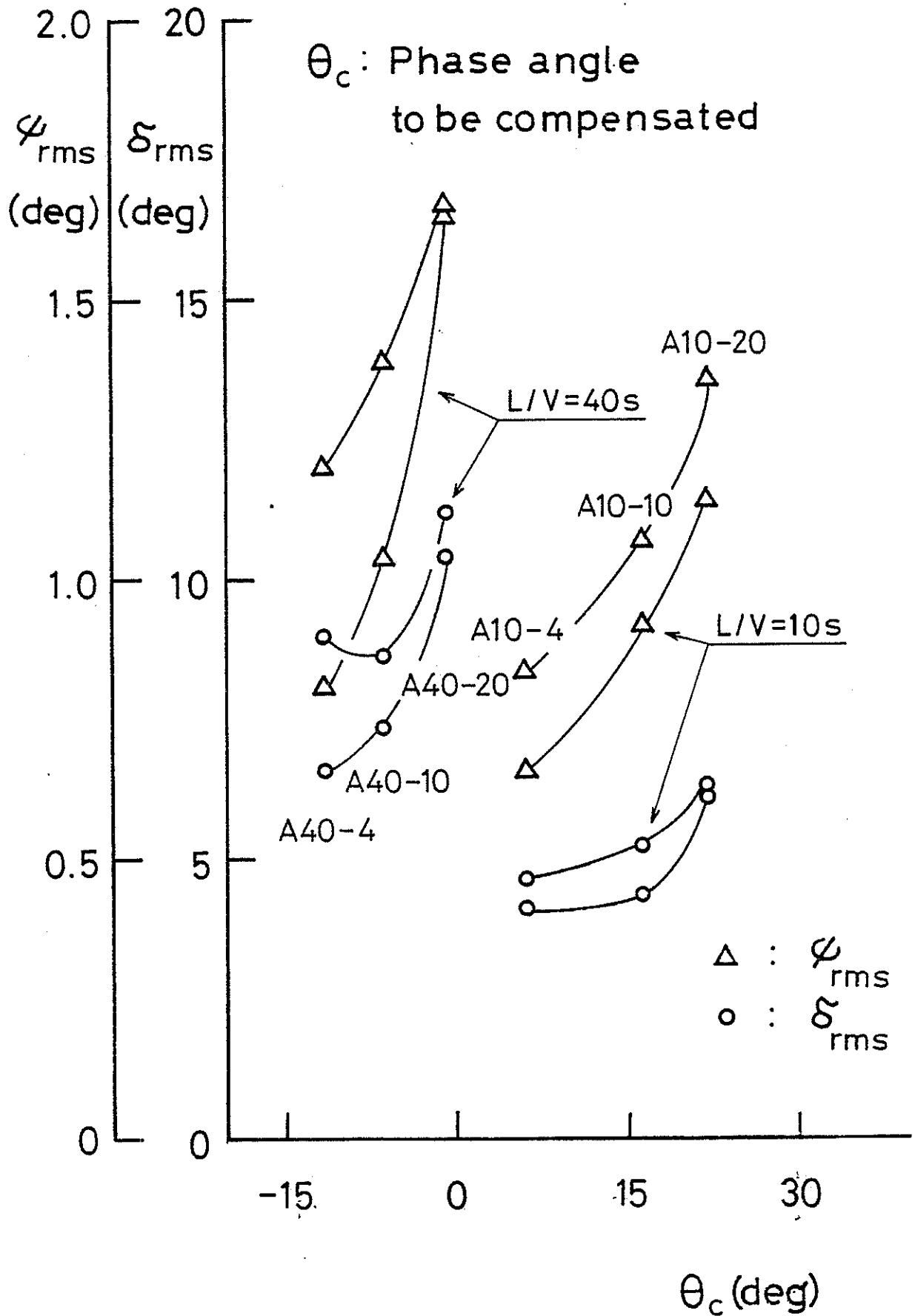


Figure 2.16

Relation between the phase angle to be compensated and the root-mean-square of course error and rudder deviation (Hiroshima University)

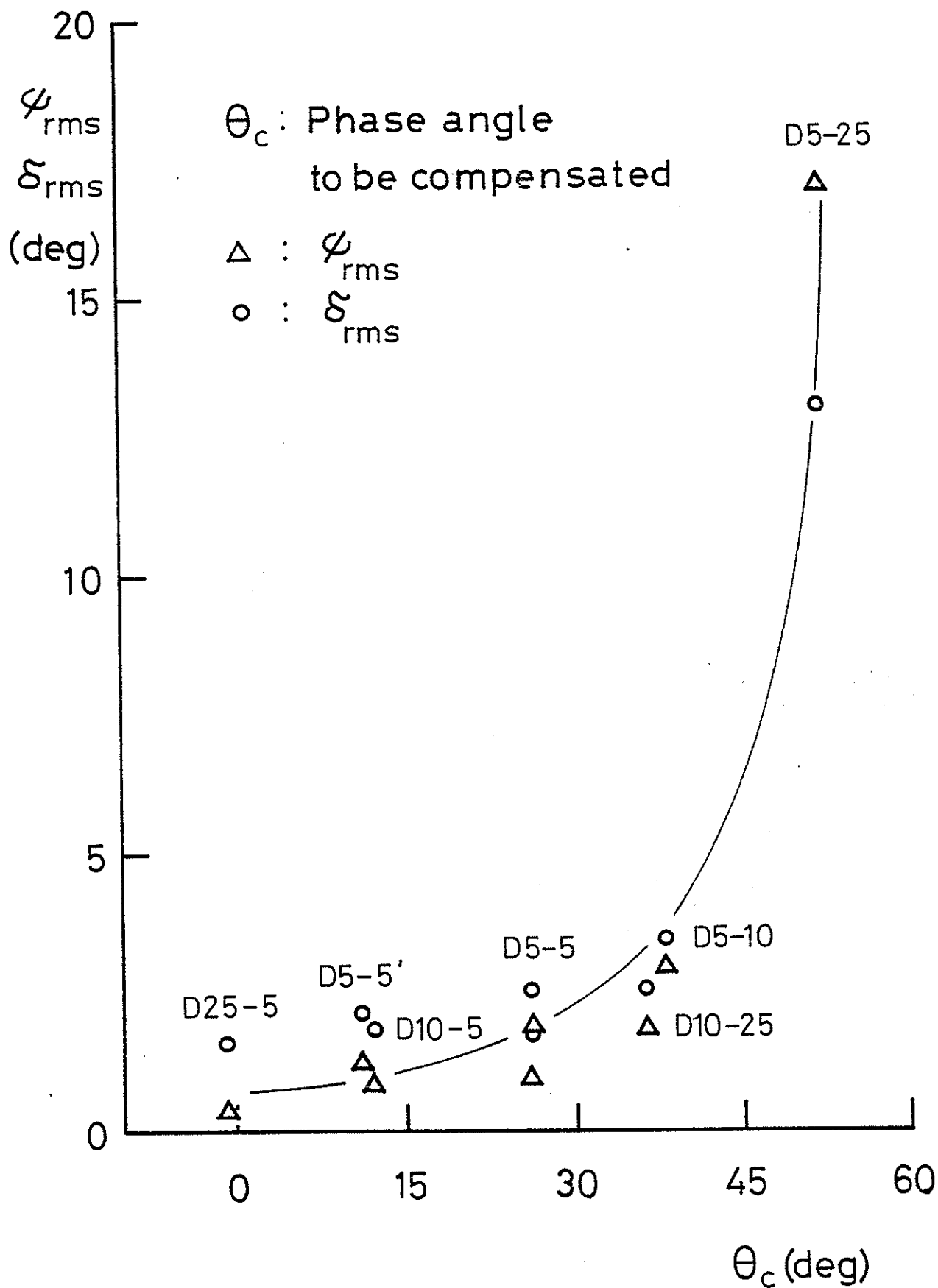


Figure 2.17

Relation between the phase angle to be compensated and the root-mean-square of course error and rudder deviation (SR151 Simulator : without noise)

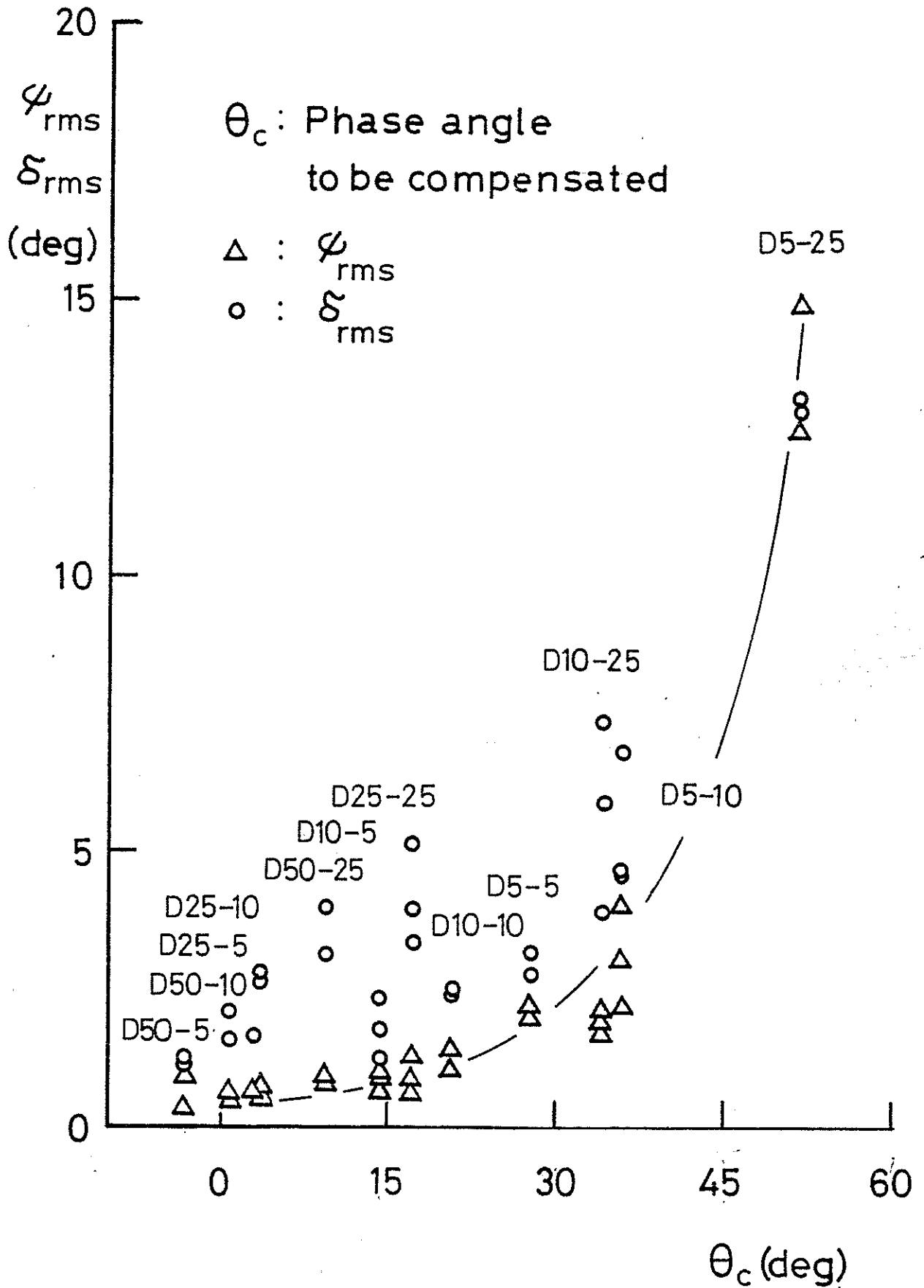


Figure 2.18

Relation between the phase angle to be compensated and the root-mean-square of course error and rudder deviation (SR151 Simulator : with noise)

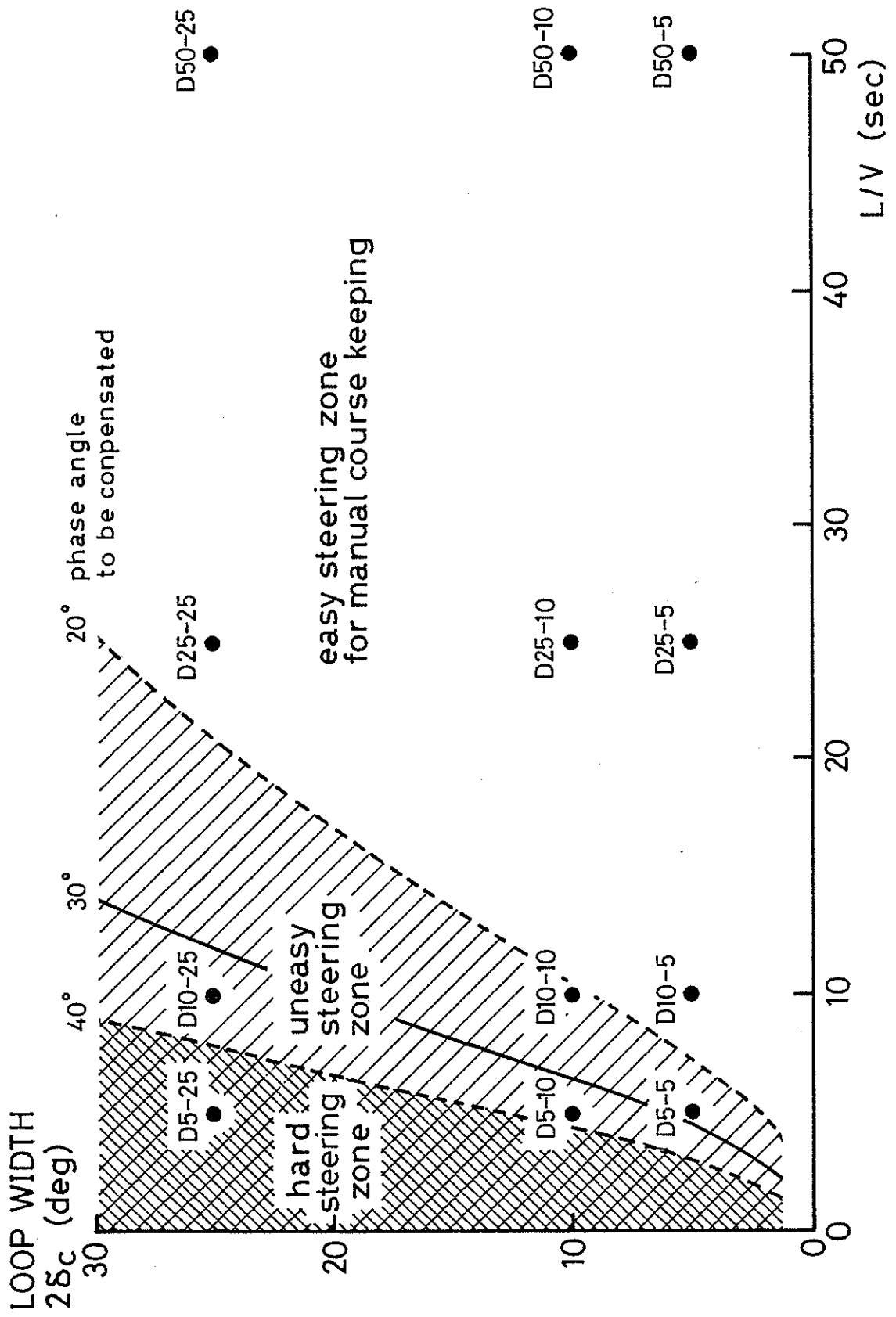


Figure 2.19 Map demonstrating ease of manual steering

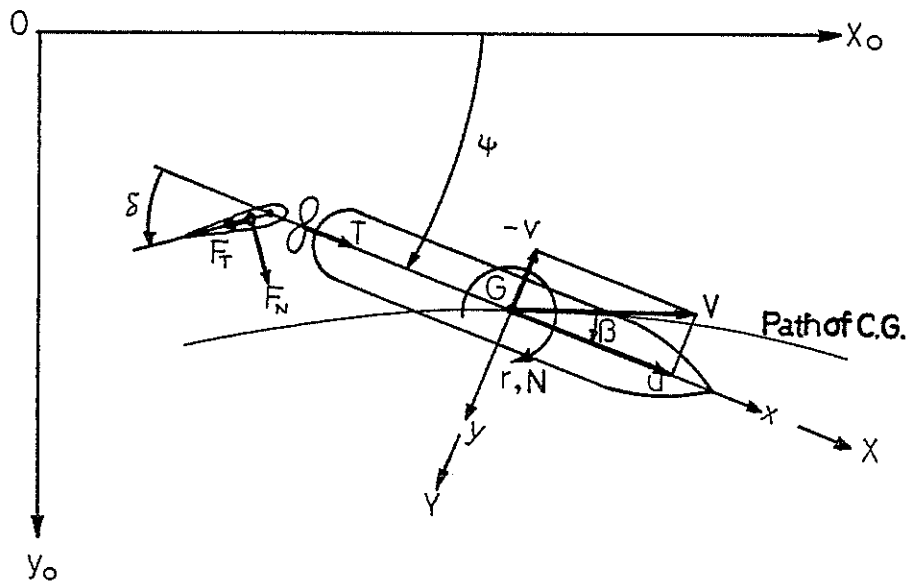


Figure 3.2 Coordinate system

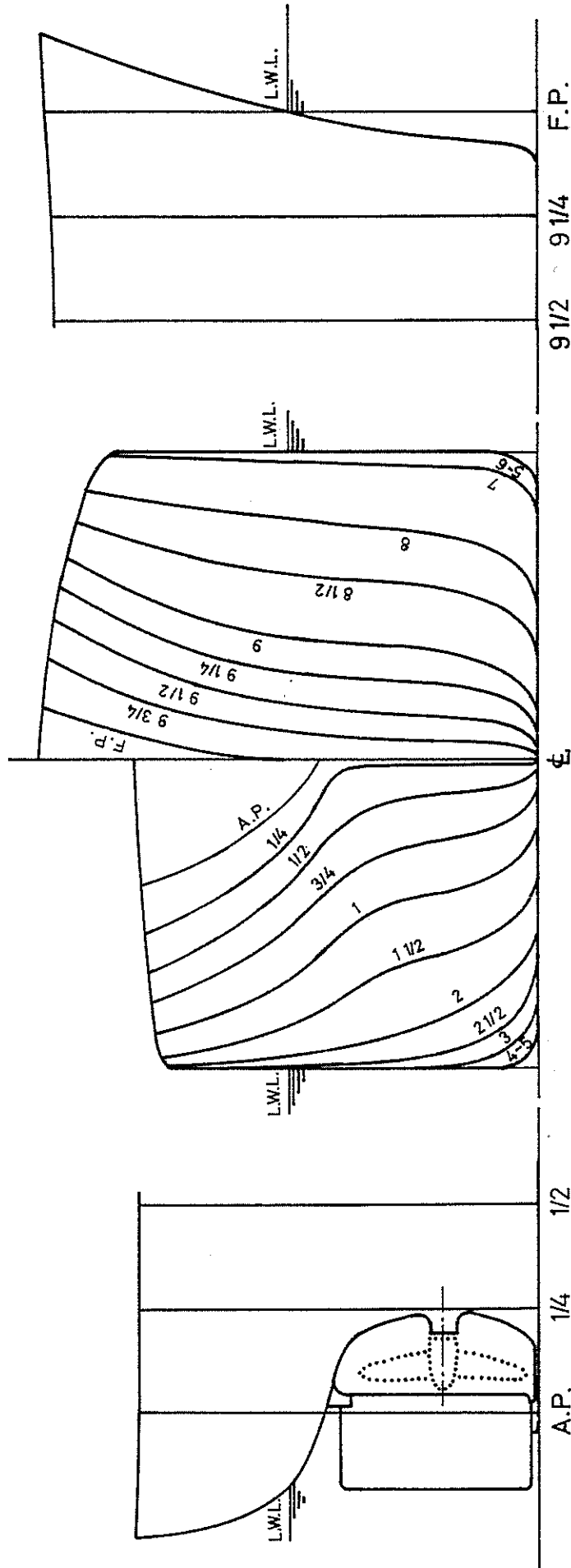


Figure 3.3 Body plan and bow and stern profile of model A

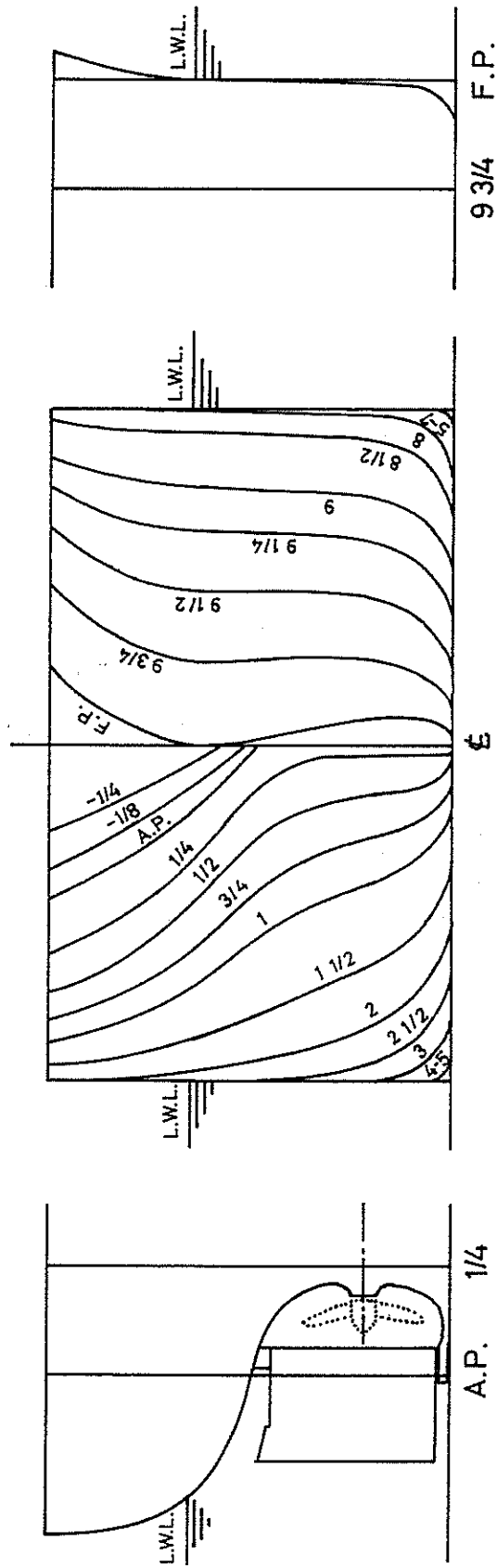


Figure 3.4 Body plan and bow and stern profile of model B

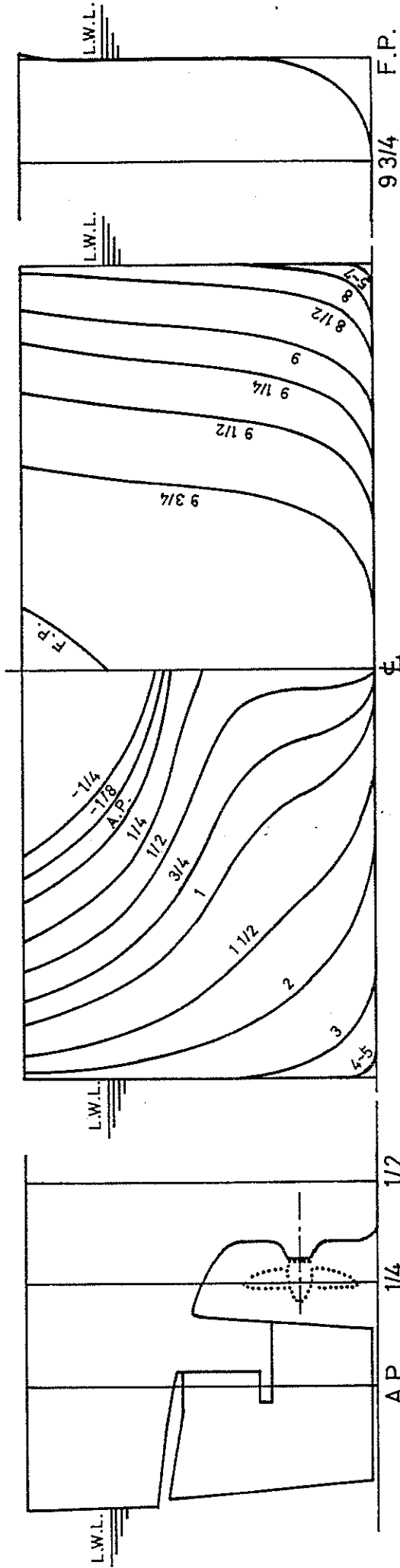


Figure 3.5 Body plan and bow and stern profile of model C

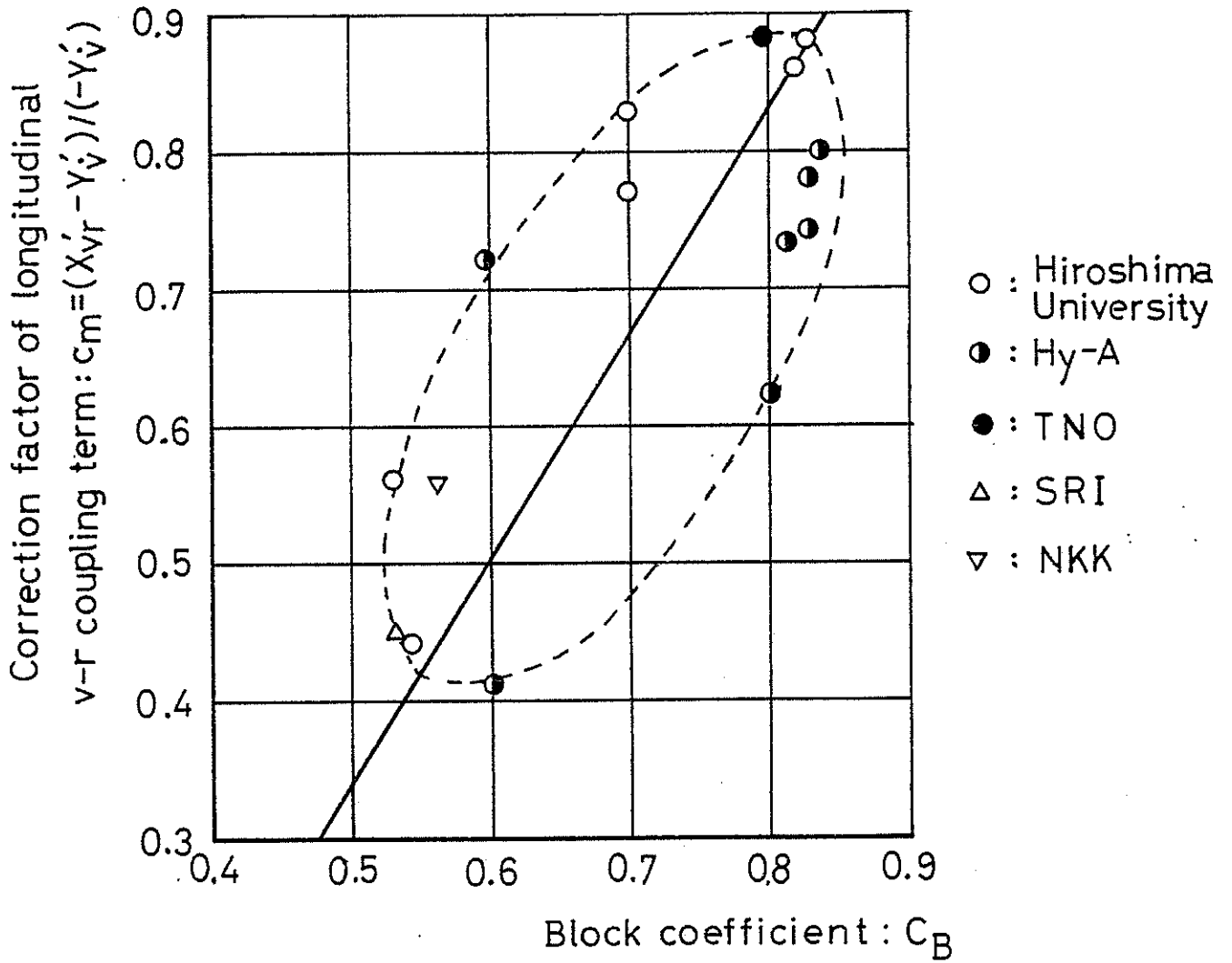


Figure 3.6 Estimation chart of longitudinal v-r coupling term

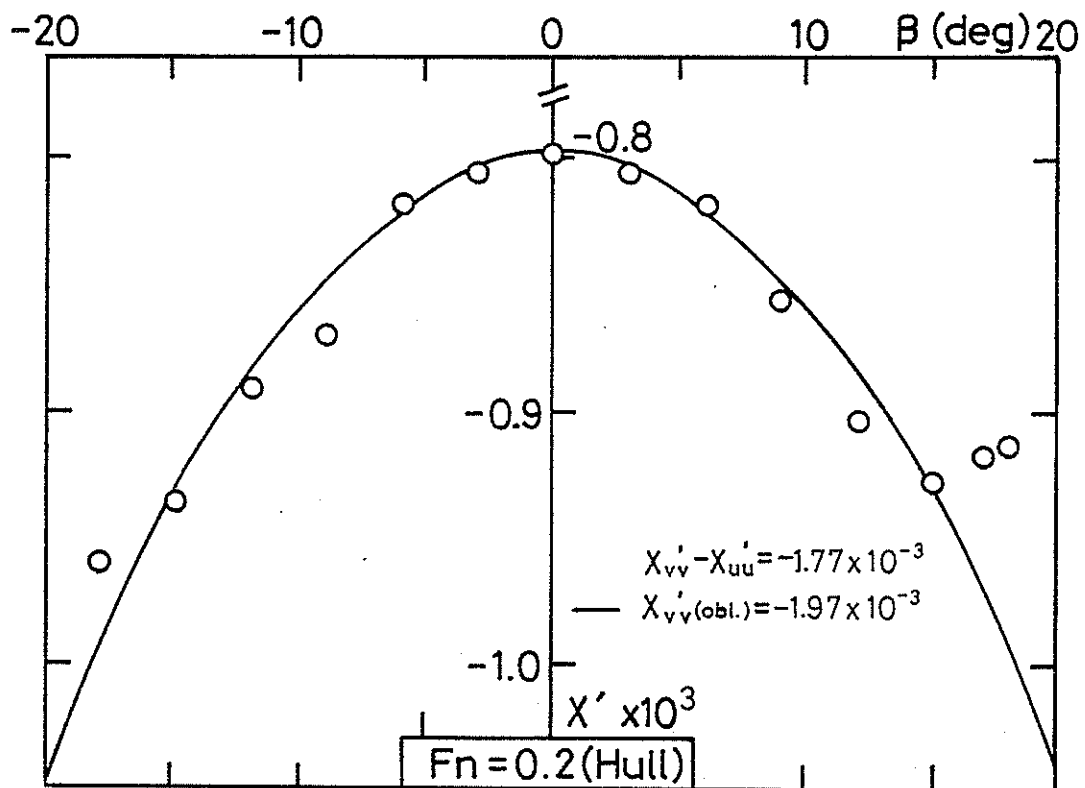


Figure 3.7 Resistance increment due to swaying measured by oblique towing test (model A)

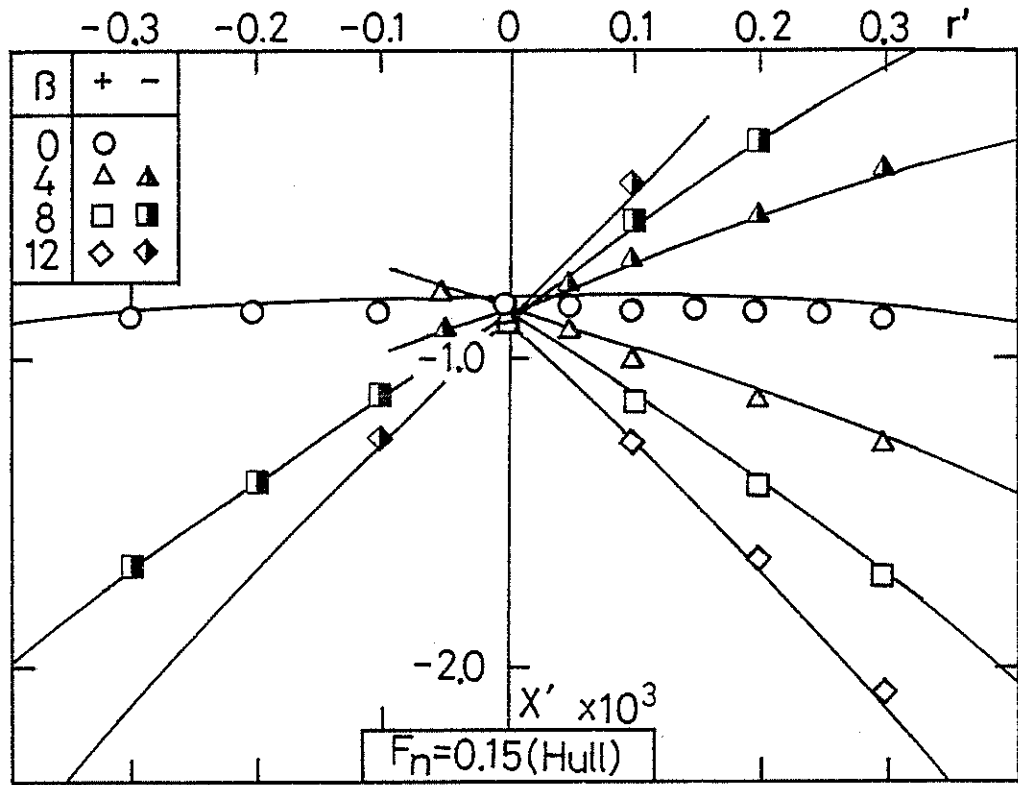


Figure 3.8 Resistance increment due to ship motions measured by CMT (model A)

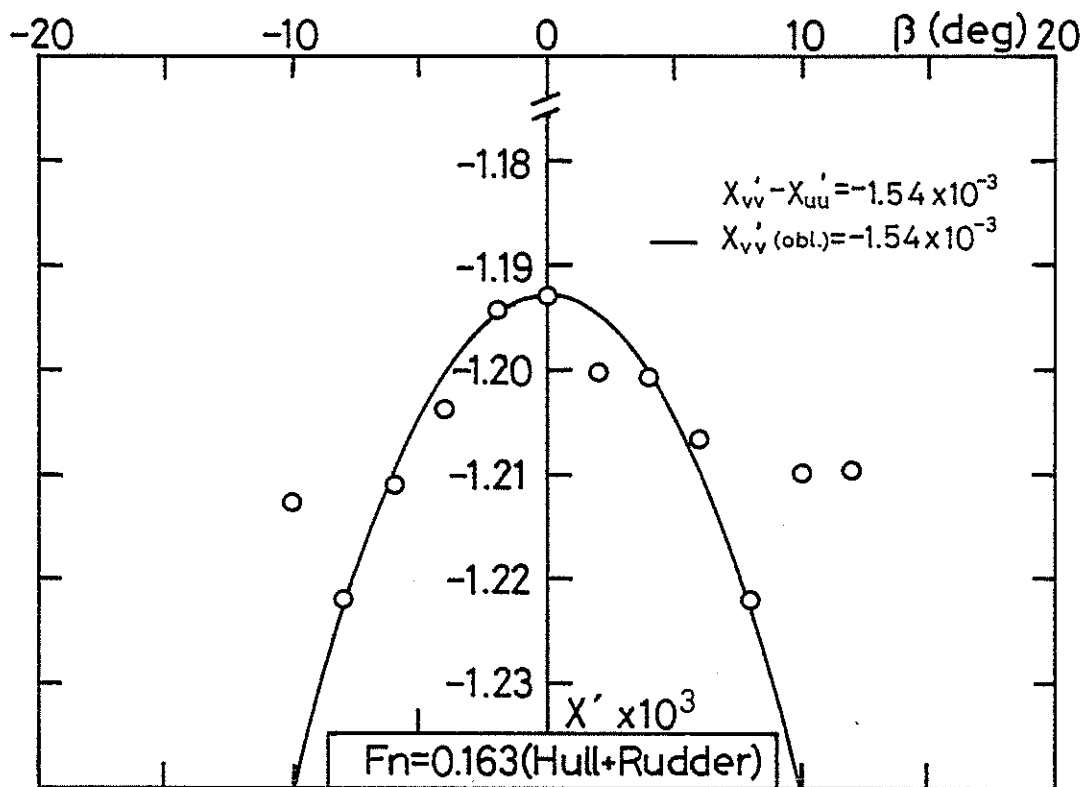


Figure 3.9 Resistance increment due to swaying measured by oblique towing test (model B)

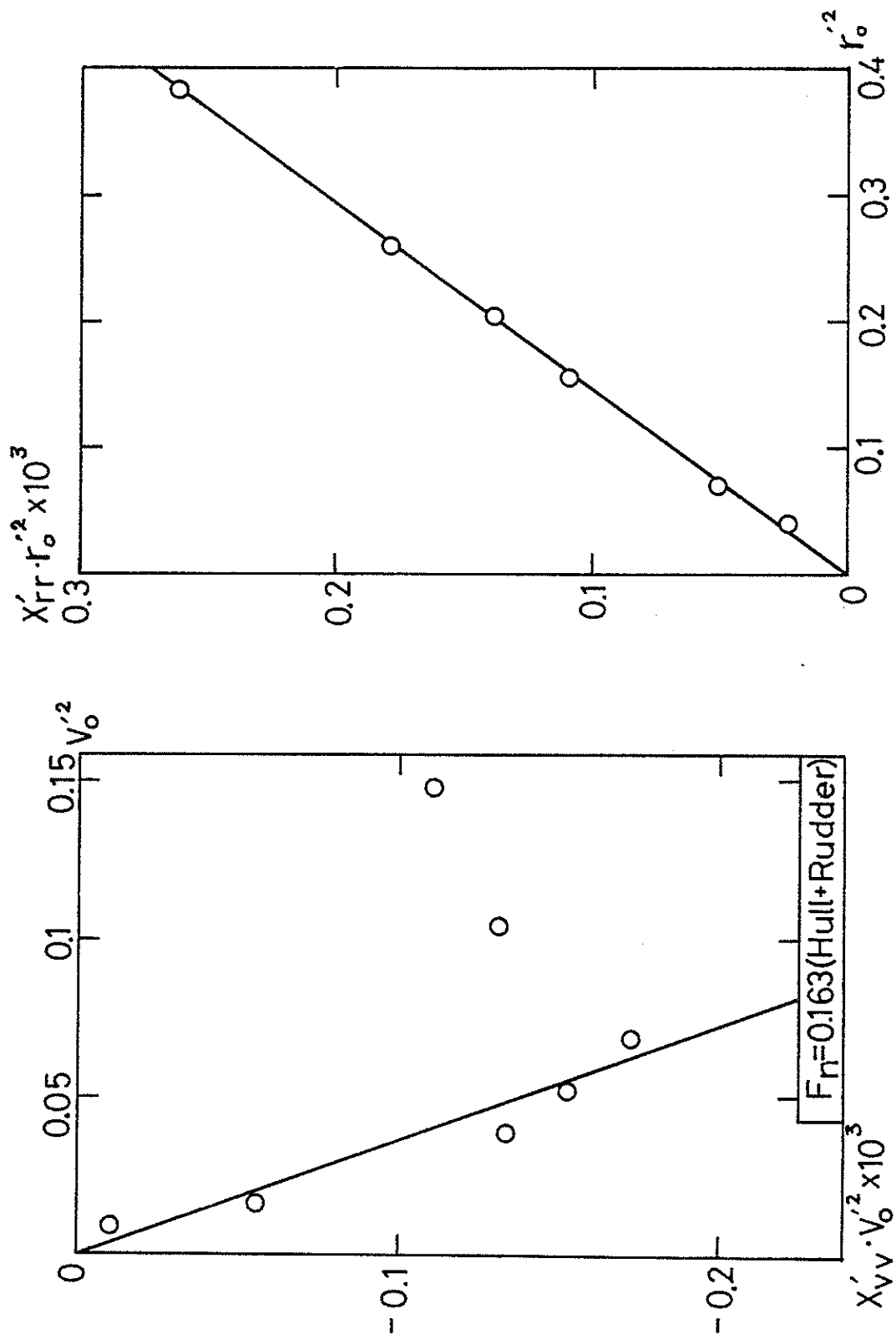


Figure 3.10 Resistance increment due to ship motions measured by PMM (model B)

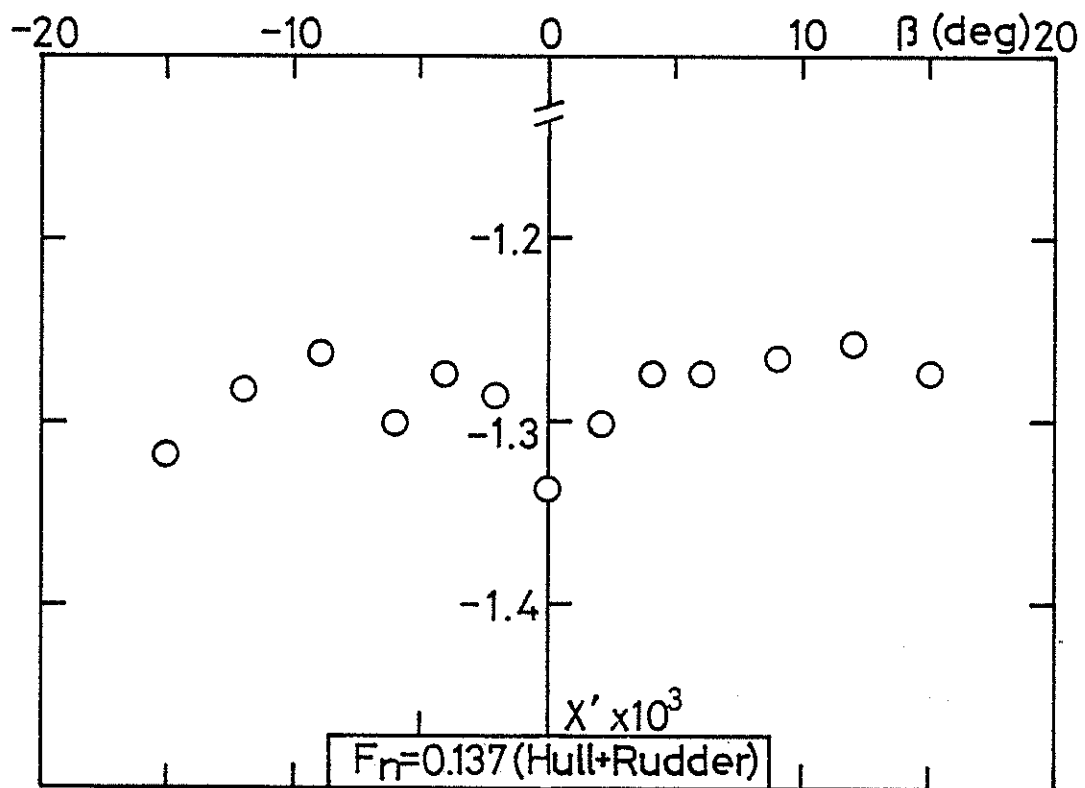


Figure 3.11 Resistance increment due to swaying measured by oblique towing test (model C)

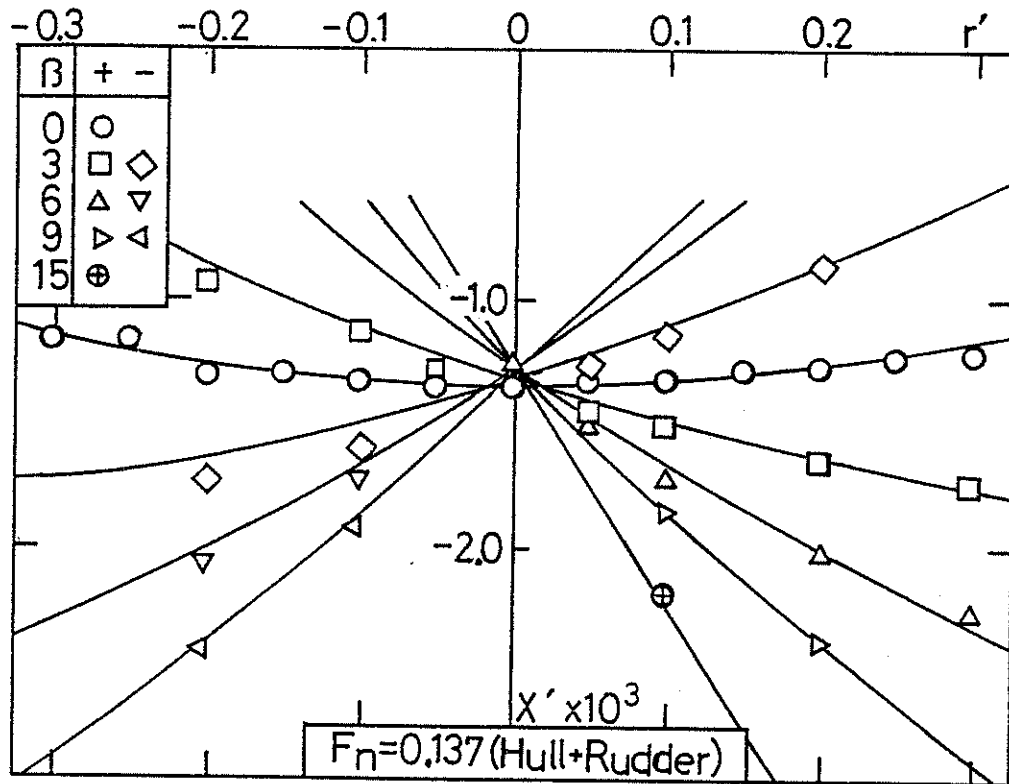


Figure 3.12 Resistance increment due to ship motions measured by CMT (model C)

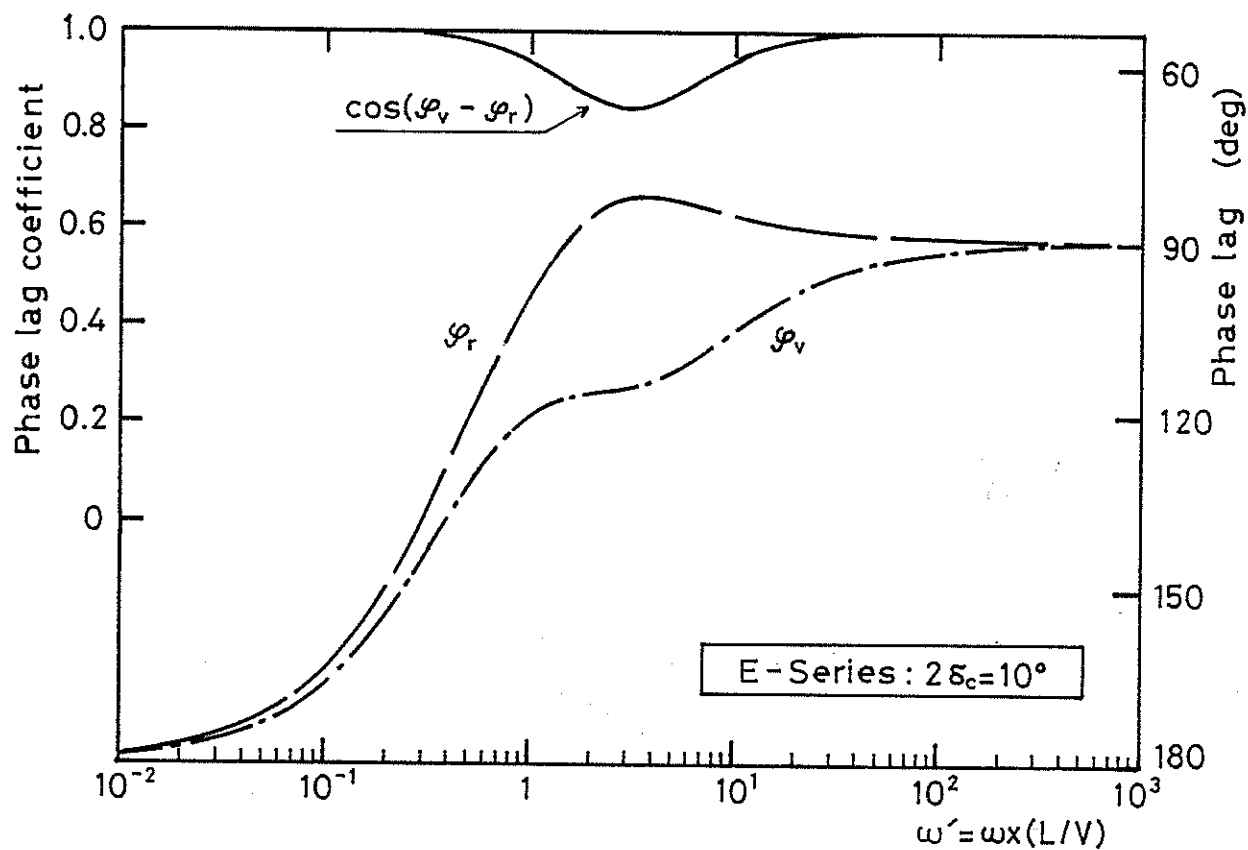


Figure 3.13 Example of phase lag of sway and yaw to rudder motion

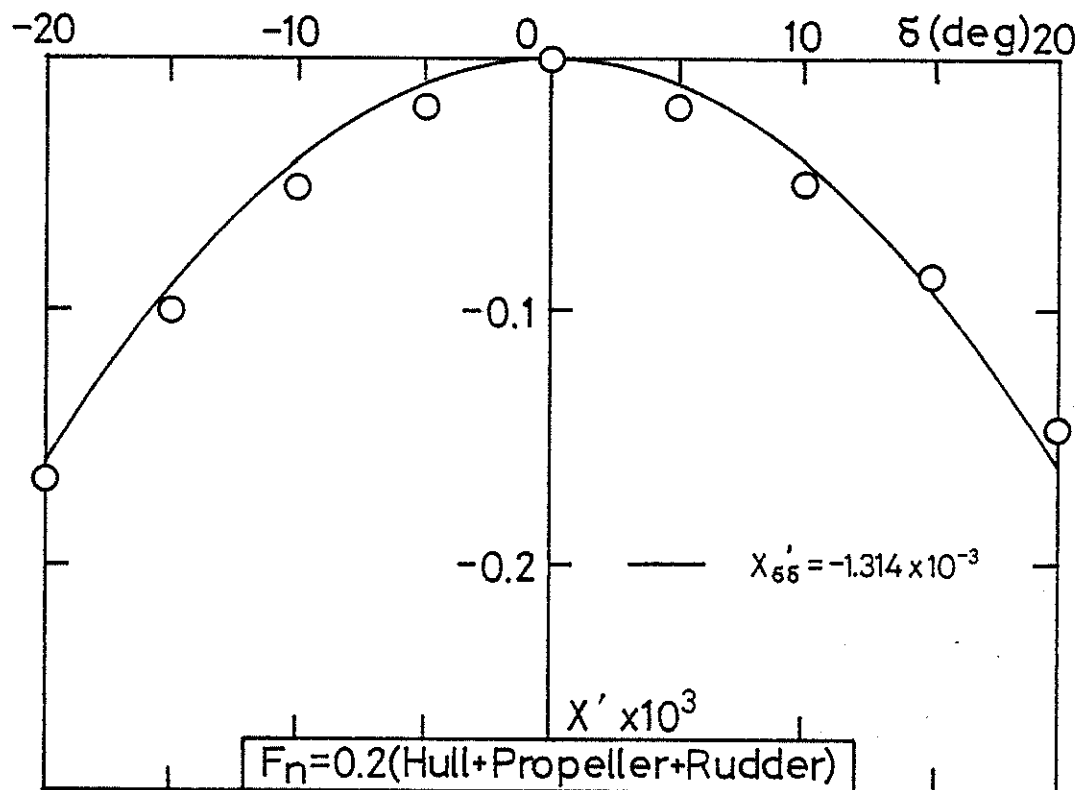


Figure 3.14 Resistance increment due to steering measured by steering test (model A)

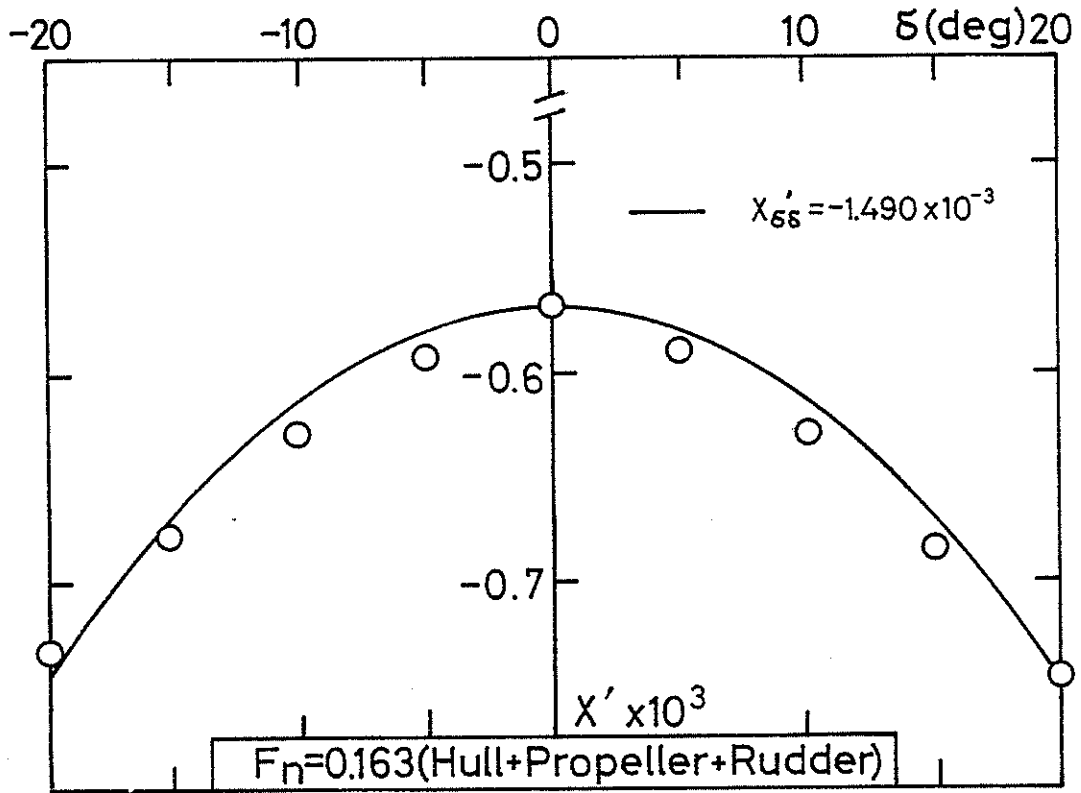


Figure 3.15 Resistance increment due to steering measured by steering test (model B)

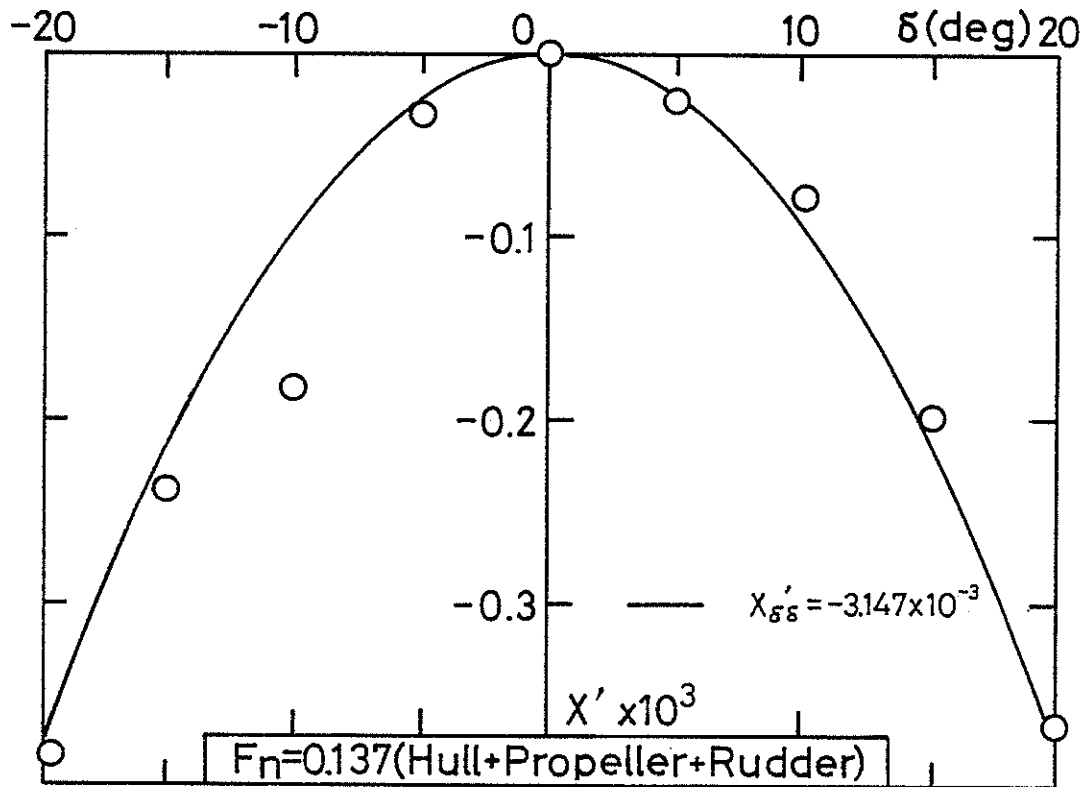


Figure 3.16 Resistance increment due to steering measured by steering test (model C)

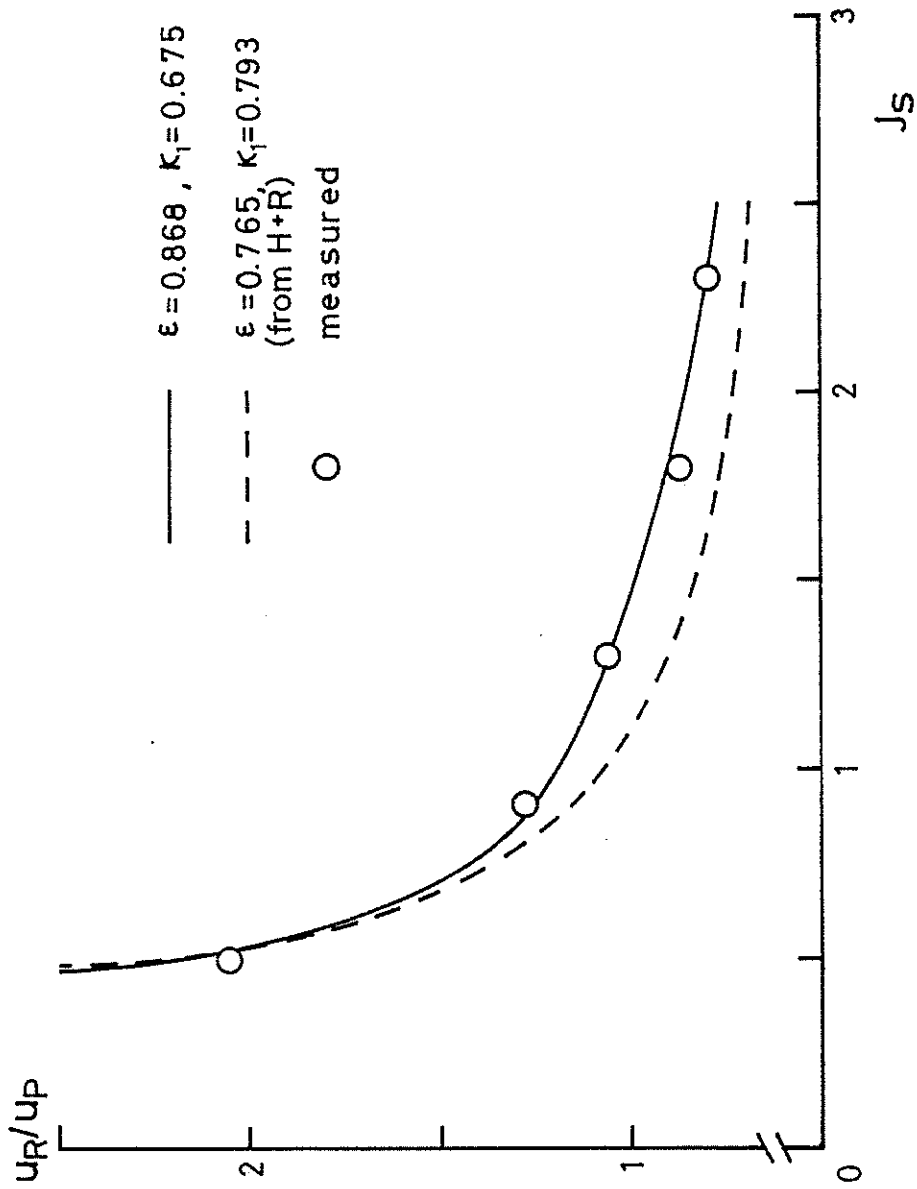


Figure 3.17 Effective rudder inflow velocity vs. propeller loadings (model A)

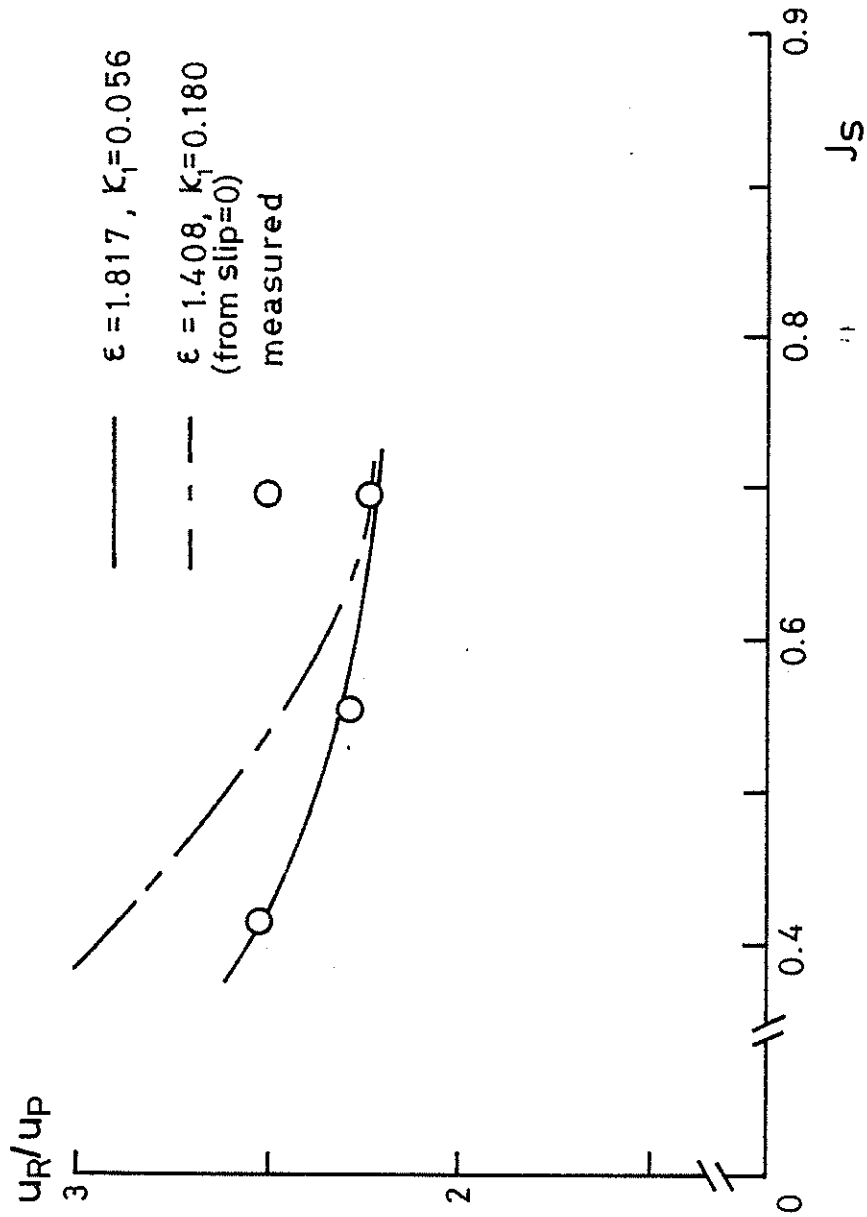


Figure 3.18 Effective rudder inflow velocity vs. propeller loadings (model B)

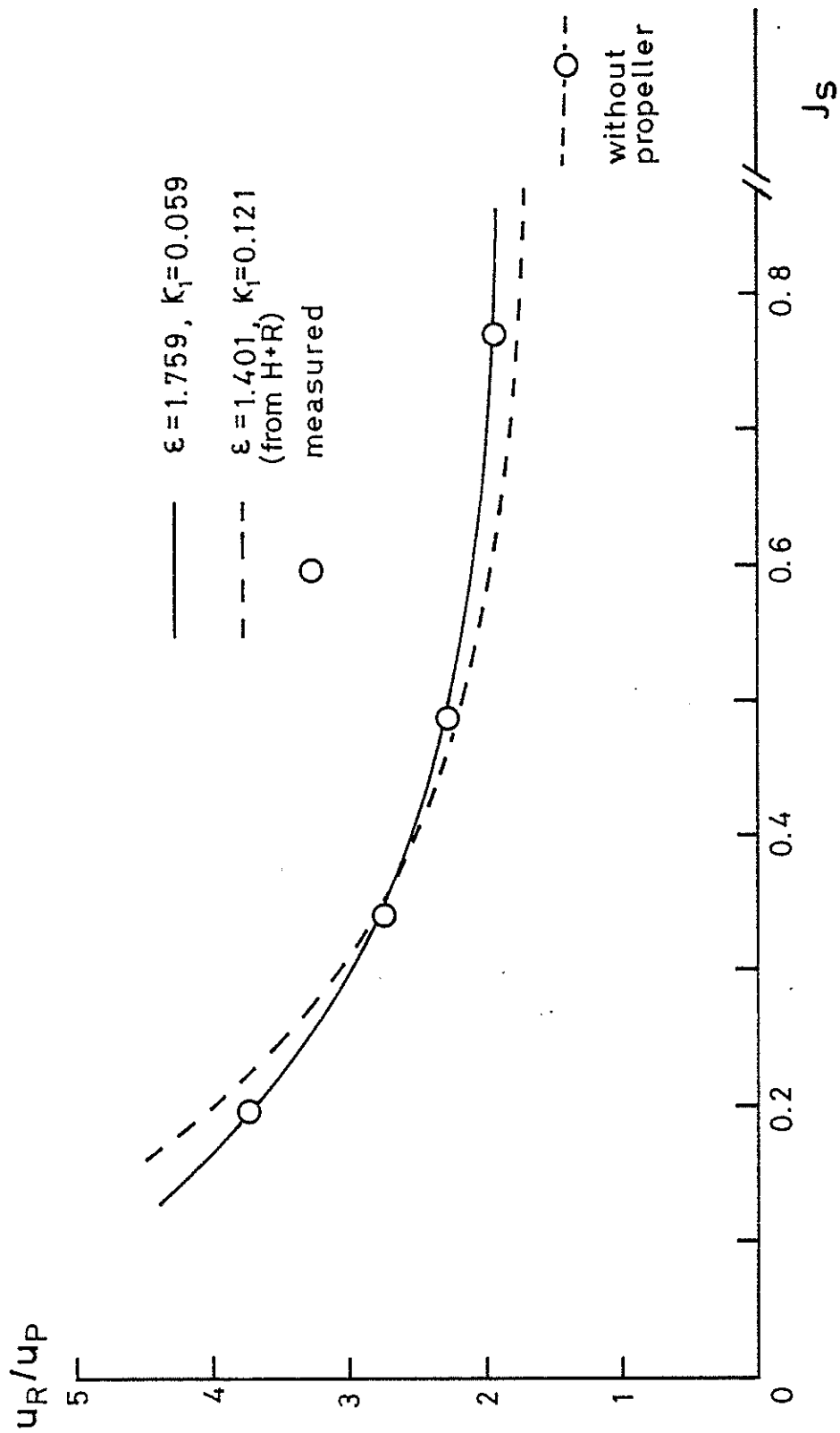


Figure 3.19 Effective rudder inflow velocity vs. propeller loadings (model C)

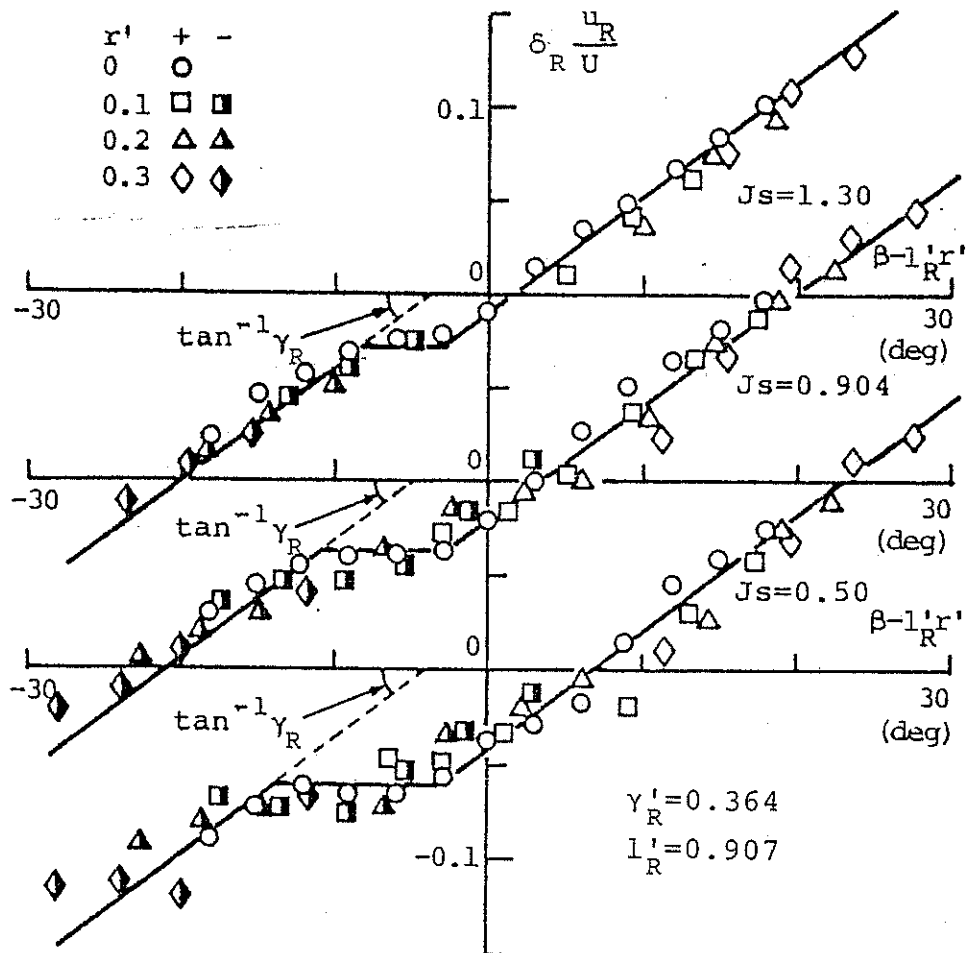
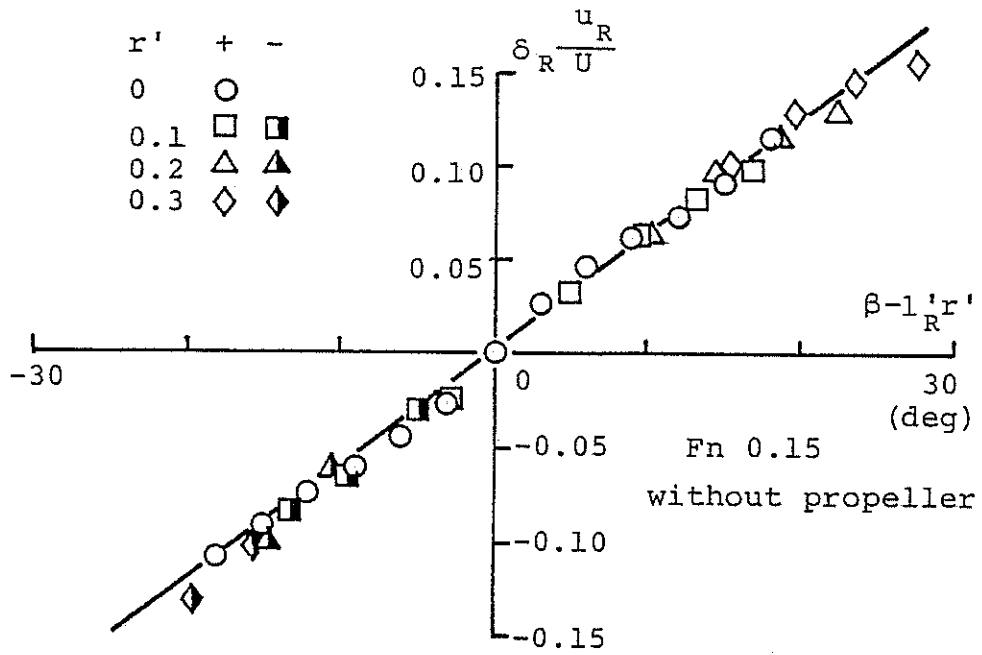


Figure 3.20 Effective rudder inflow angle vs. ship motions (model A)

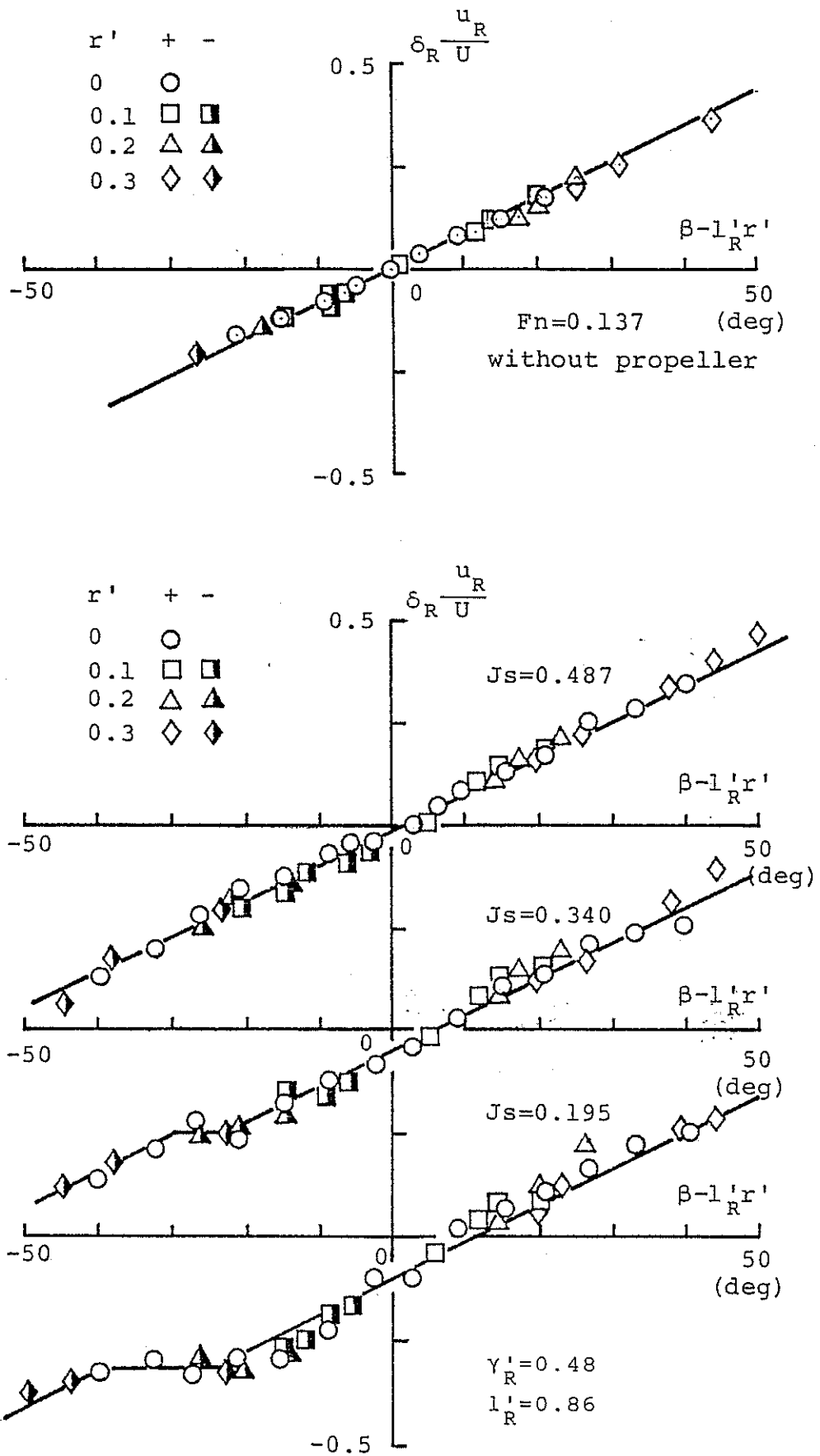


Figure 3.21 Effective rudder inflow angle vs. ship motions (model C)

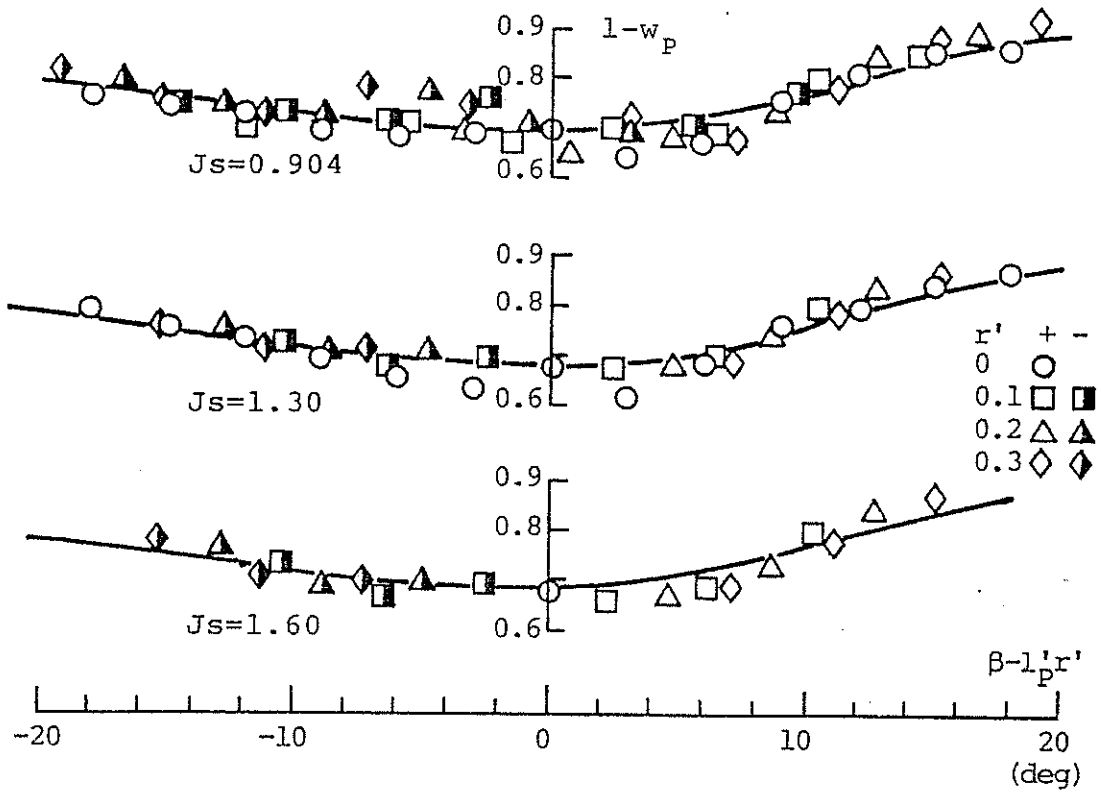


Figure 3.22 Effective wake factor vs. ship motions (model A)

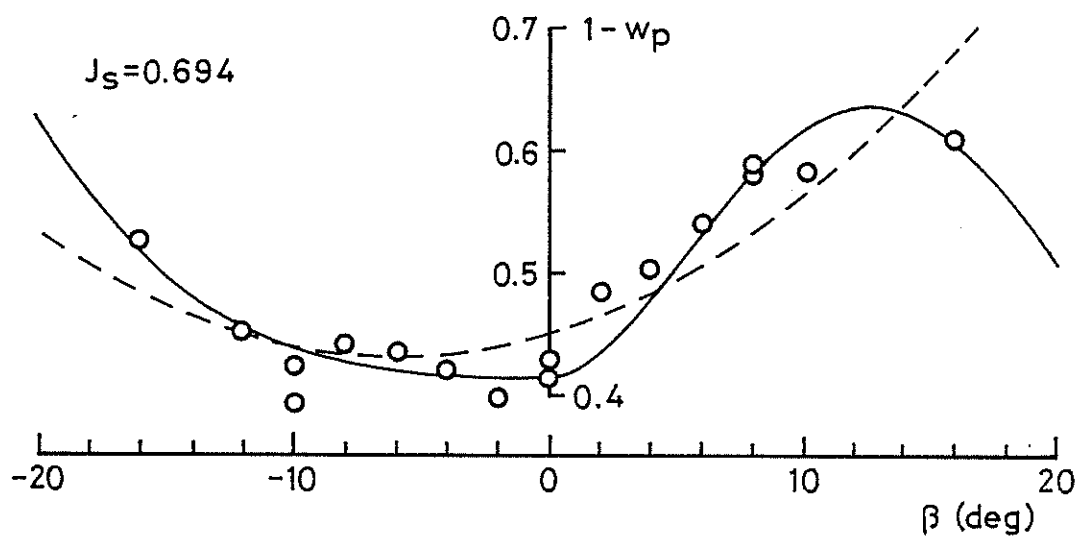


Figure 3.23 Effective wake factor vs. ship motions (model B)

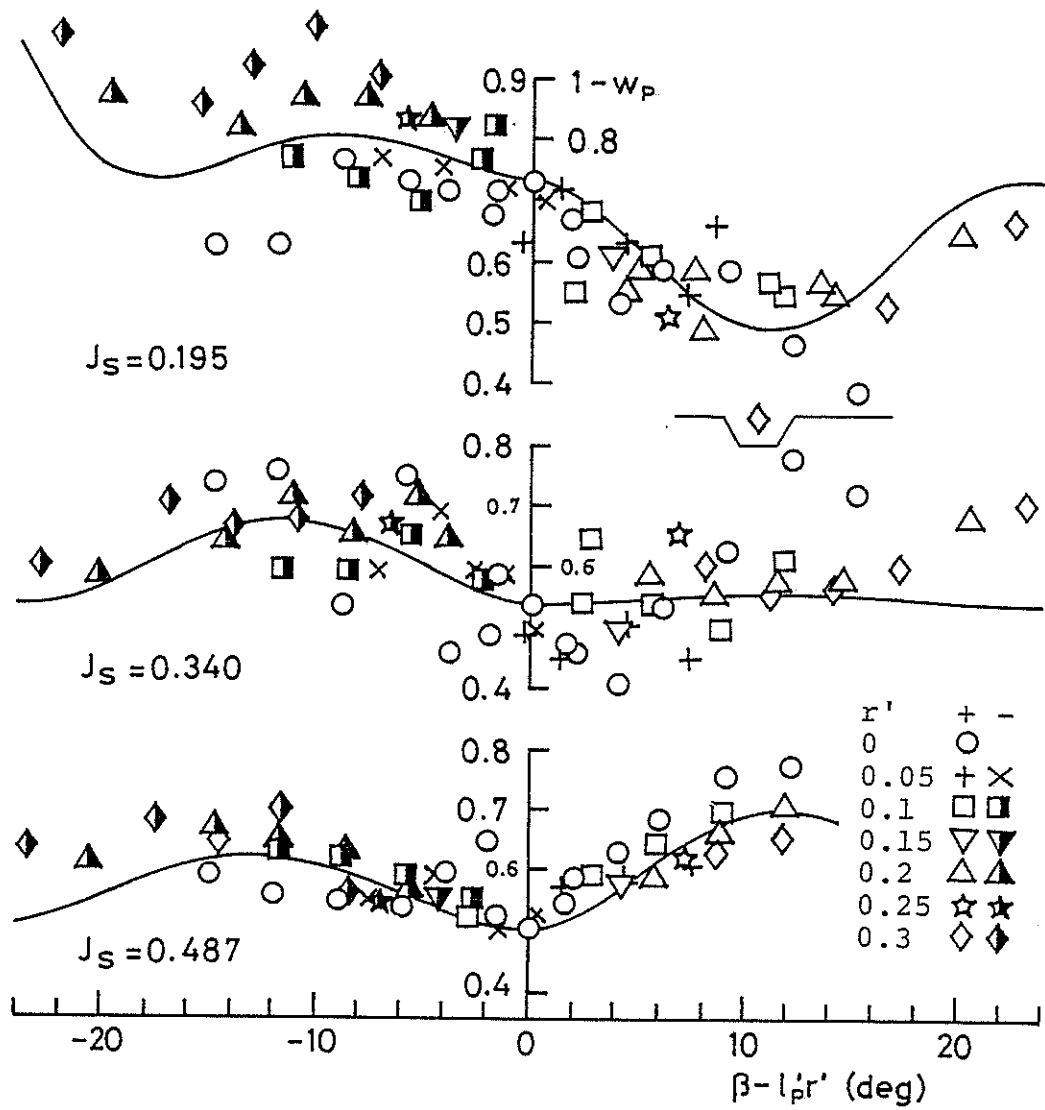


Figure 3.24 Effective wake factor vs. ship motions (model C)

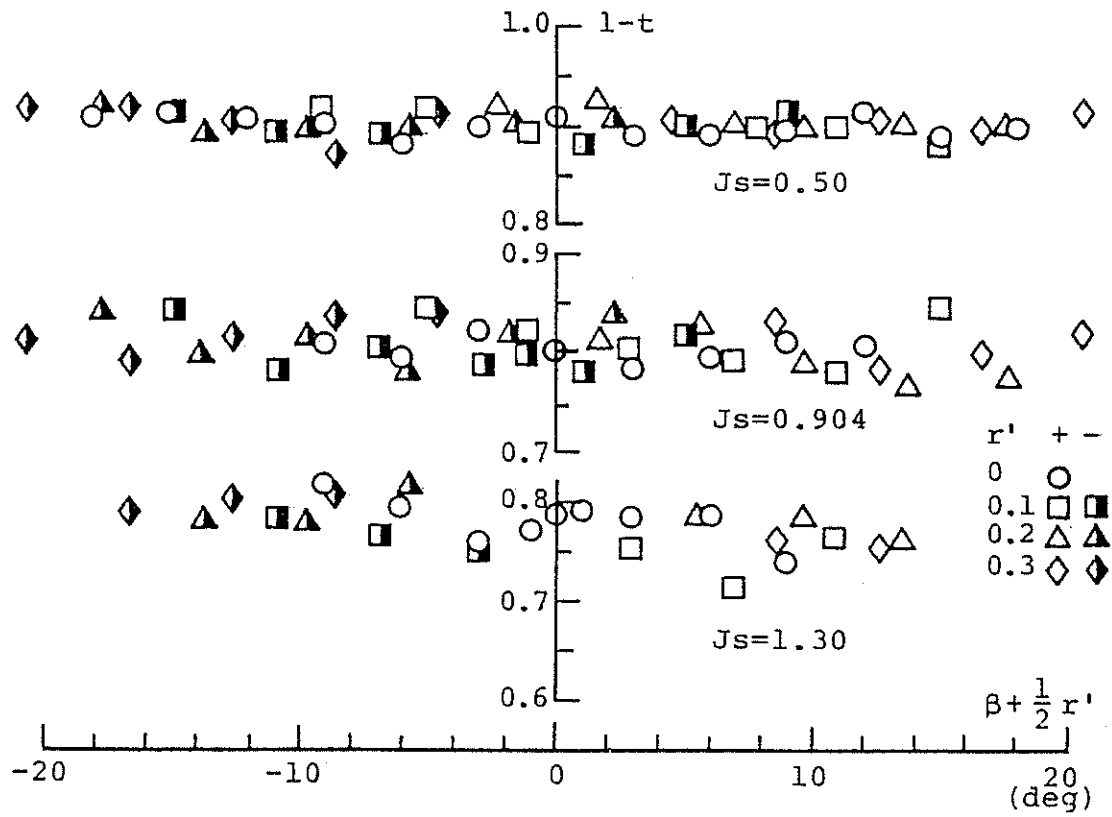


Figure 3.25 Thrust deduction factor vs. ship motions (model A)

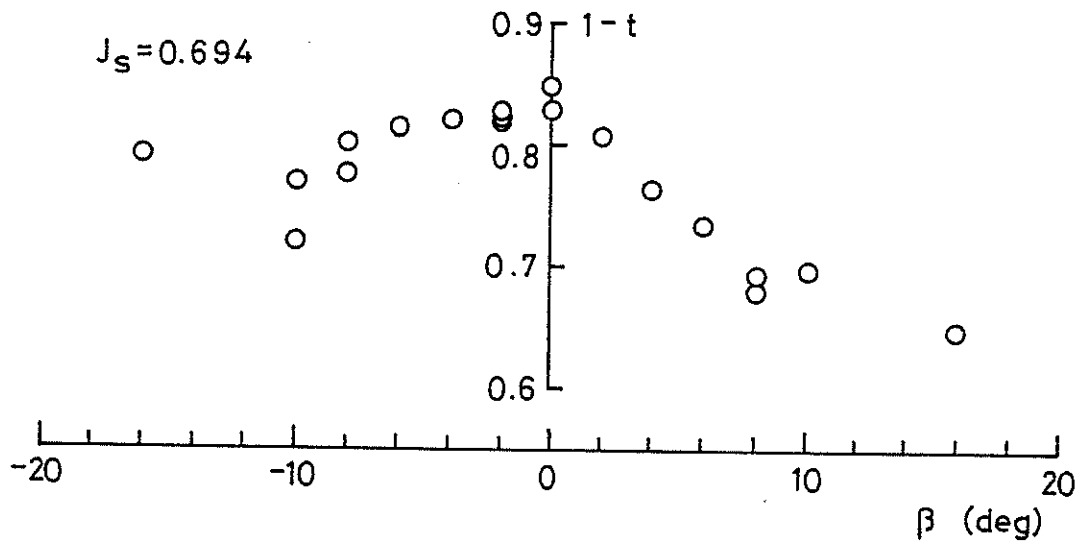


Figure 3.26 Thrust deduction factor vs. ship motions (model B)

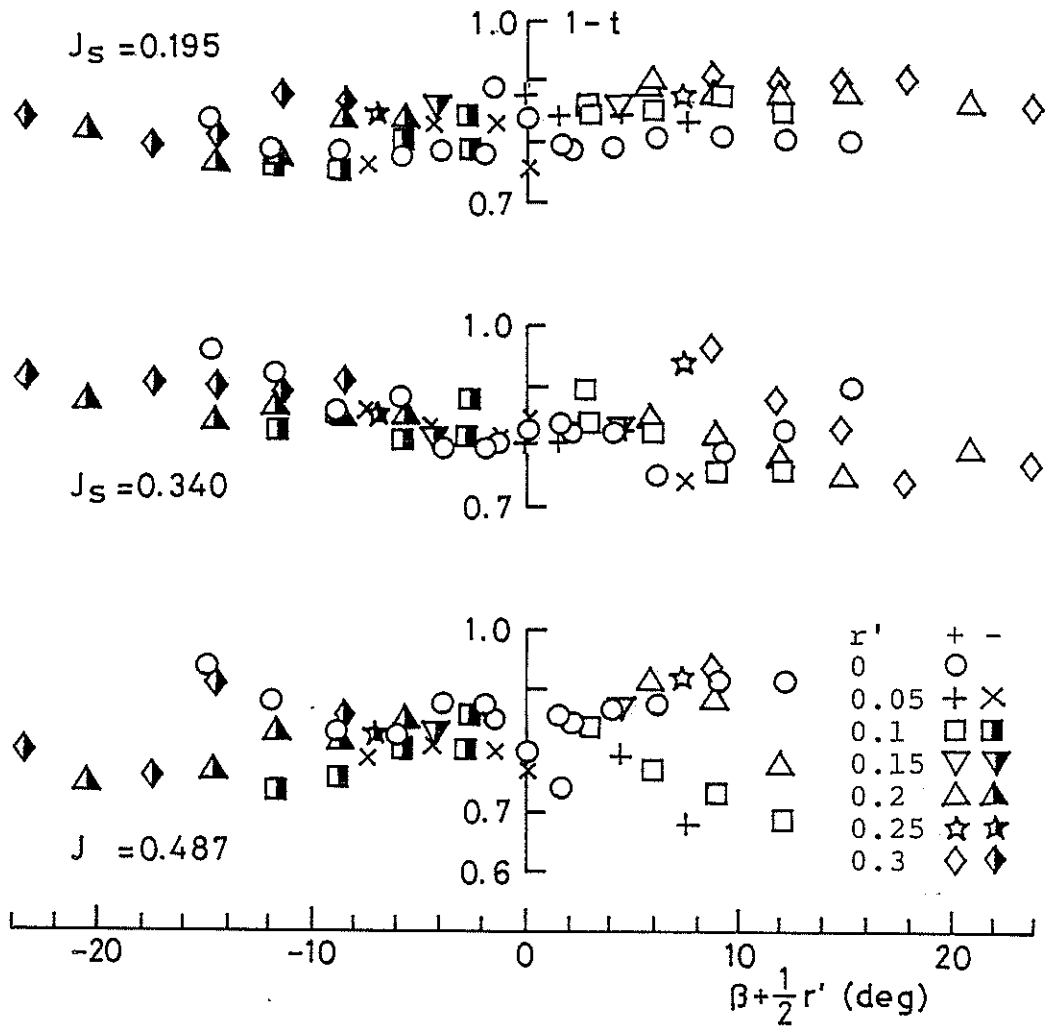


Figure 3.27. Thrust deduction factor vs. ship motions (model C)

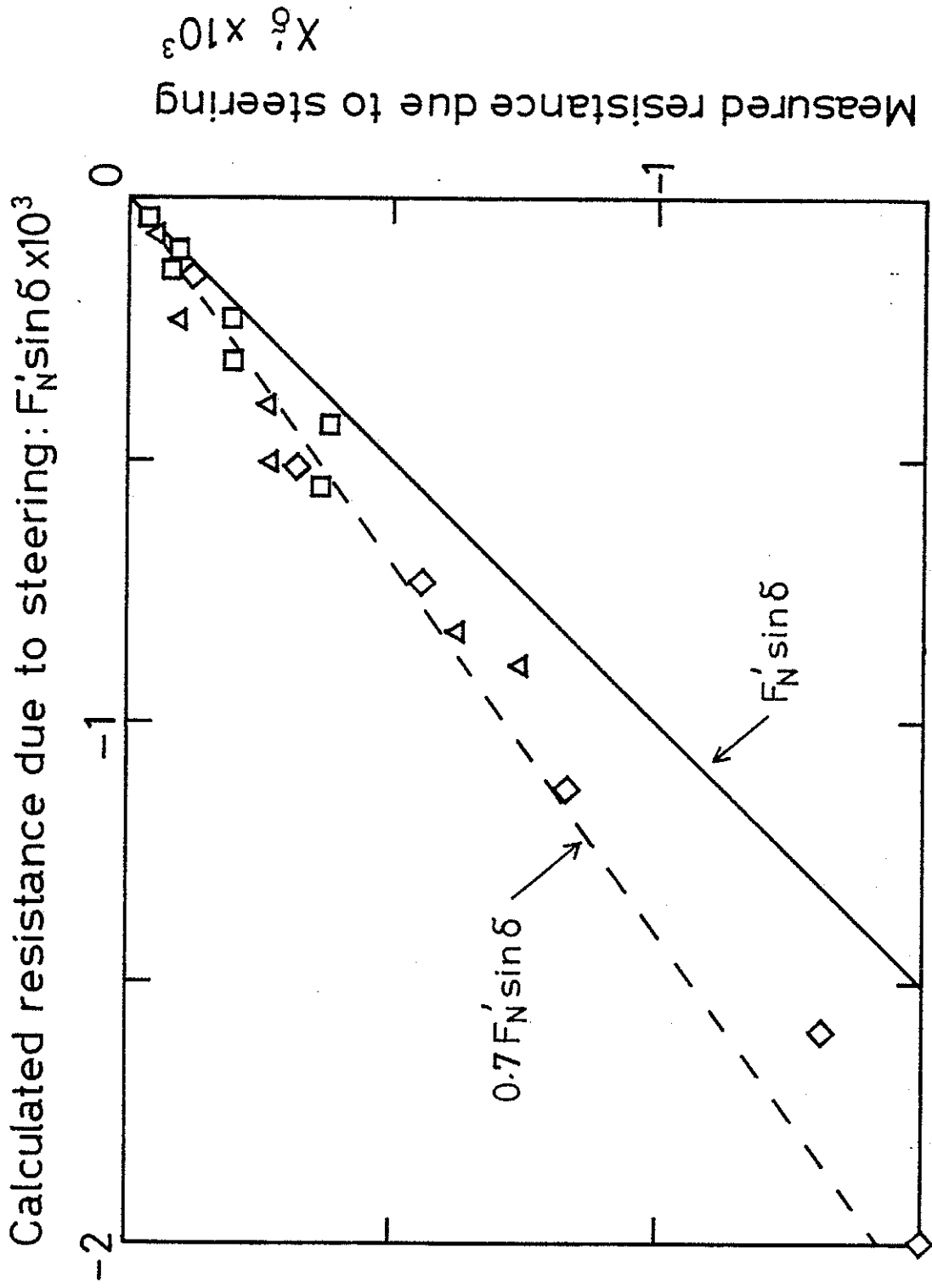


Figure 3.28 Comparison of calculation and measurement of resistance increment due to steering (model C)

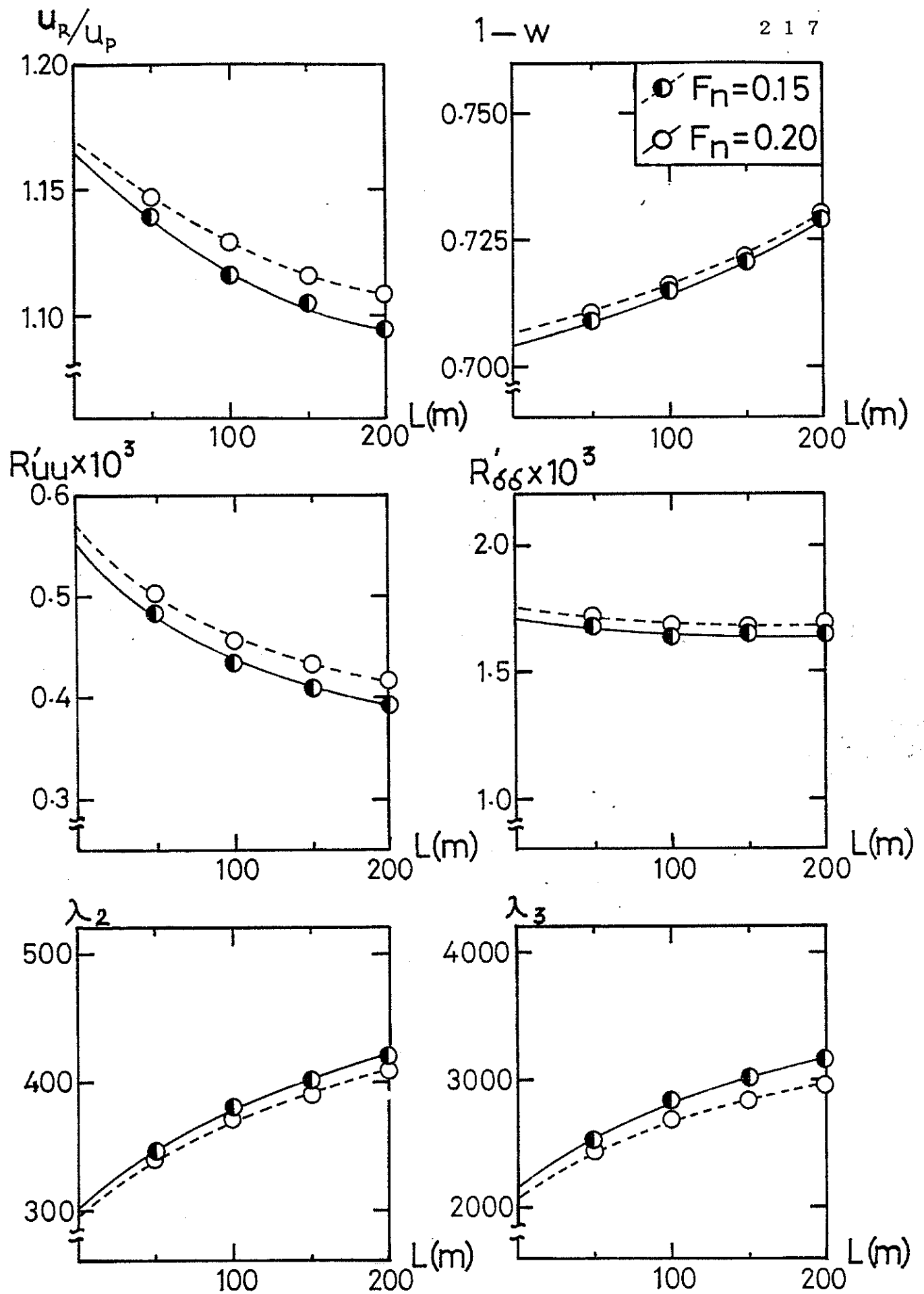


Figure 3.29 Effect of ship size on weighting factors etc. (model A)

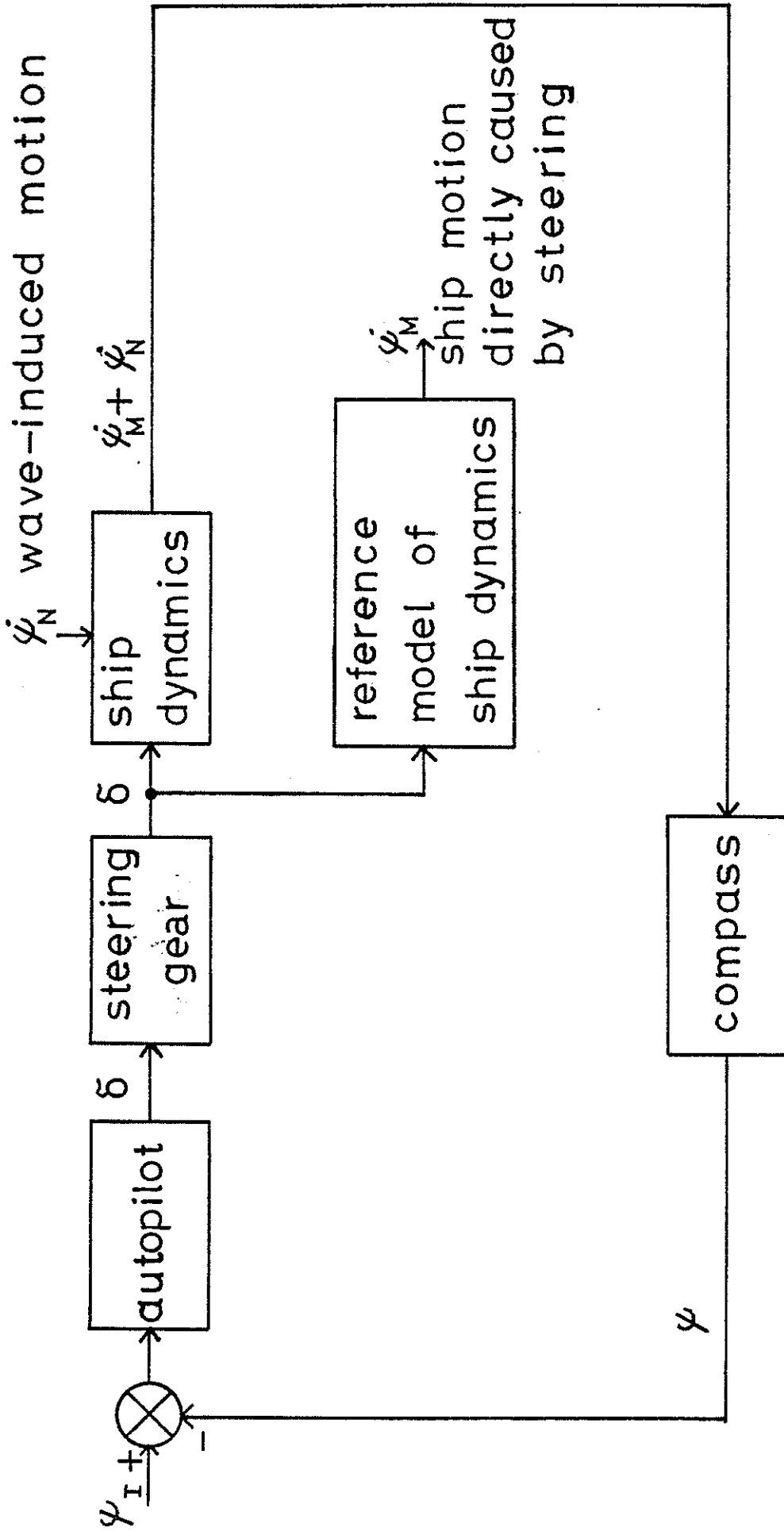


Figure 3.30 Block diagram of "model reference" method to calculate ship pure motions by steering

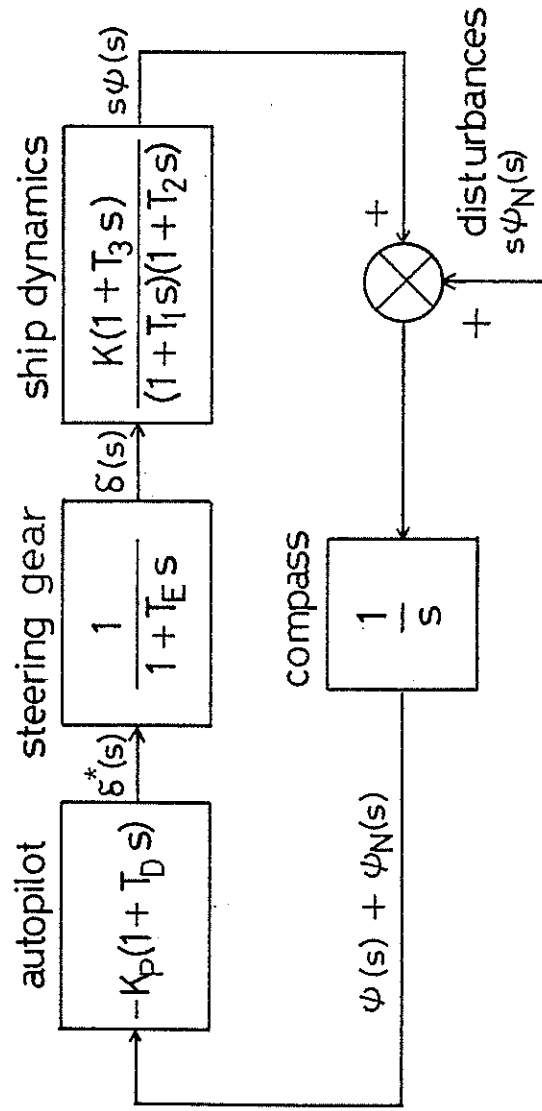


Figure 4.1 Block diagram of autopilot steering of ships

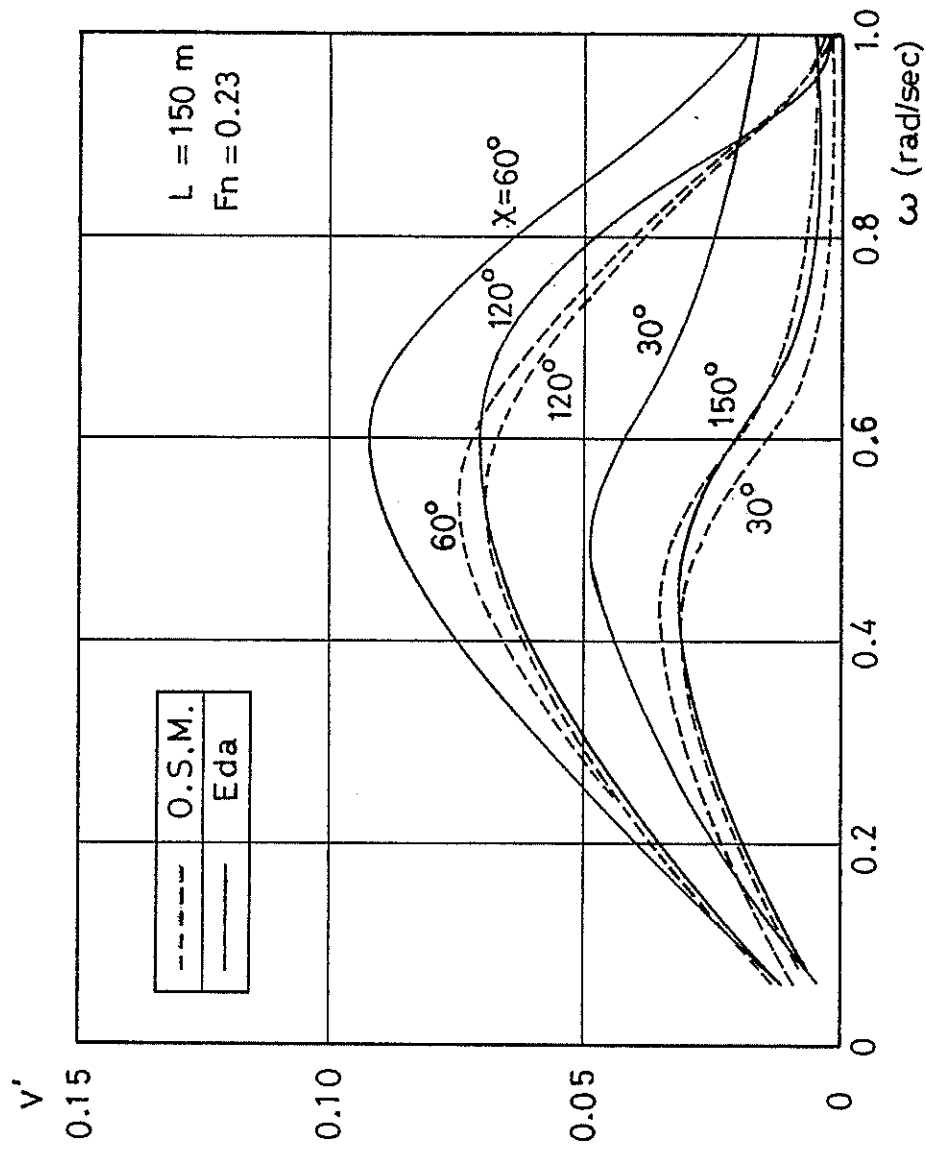


Figure 4.2 Swaying amplitude in regular waves --- comparison of calculations by O.S.M. and Eda's method (Series 60 C = 0.70)

B

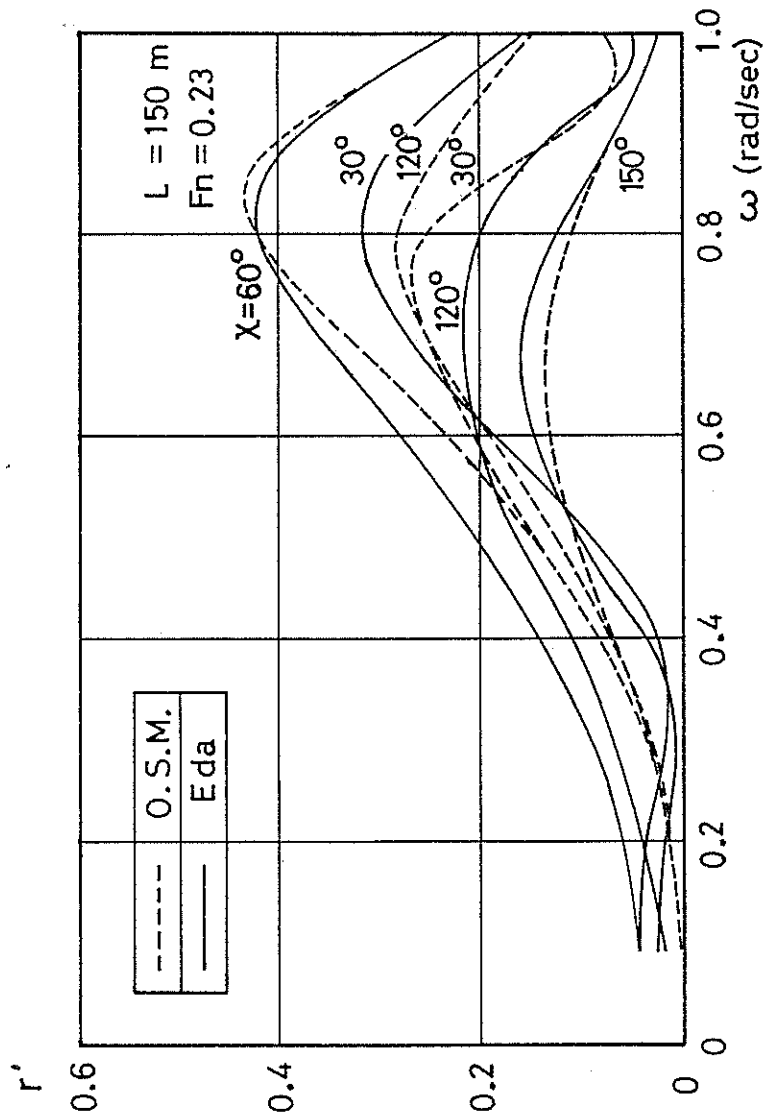


Figure 4.3 Yawing amplitude in regular waves --- comparison
 of calculation by O.S.M. and Eda's method (Series
 60 C = 0.70)

B

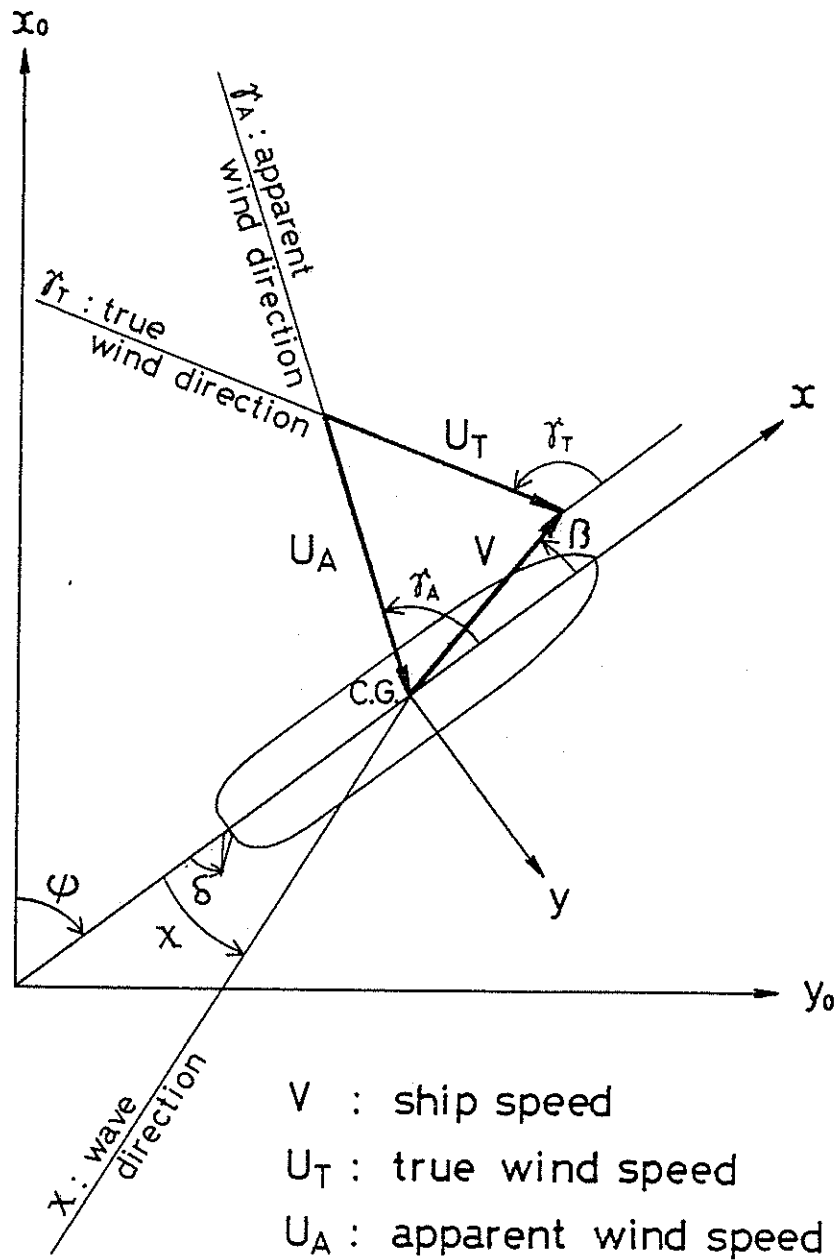


Figure 4.4 Coordinate system and symbol definition

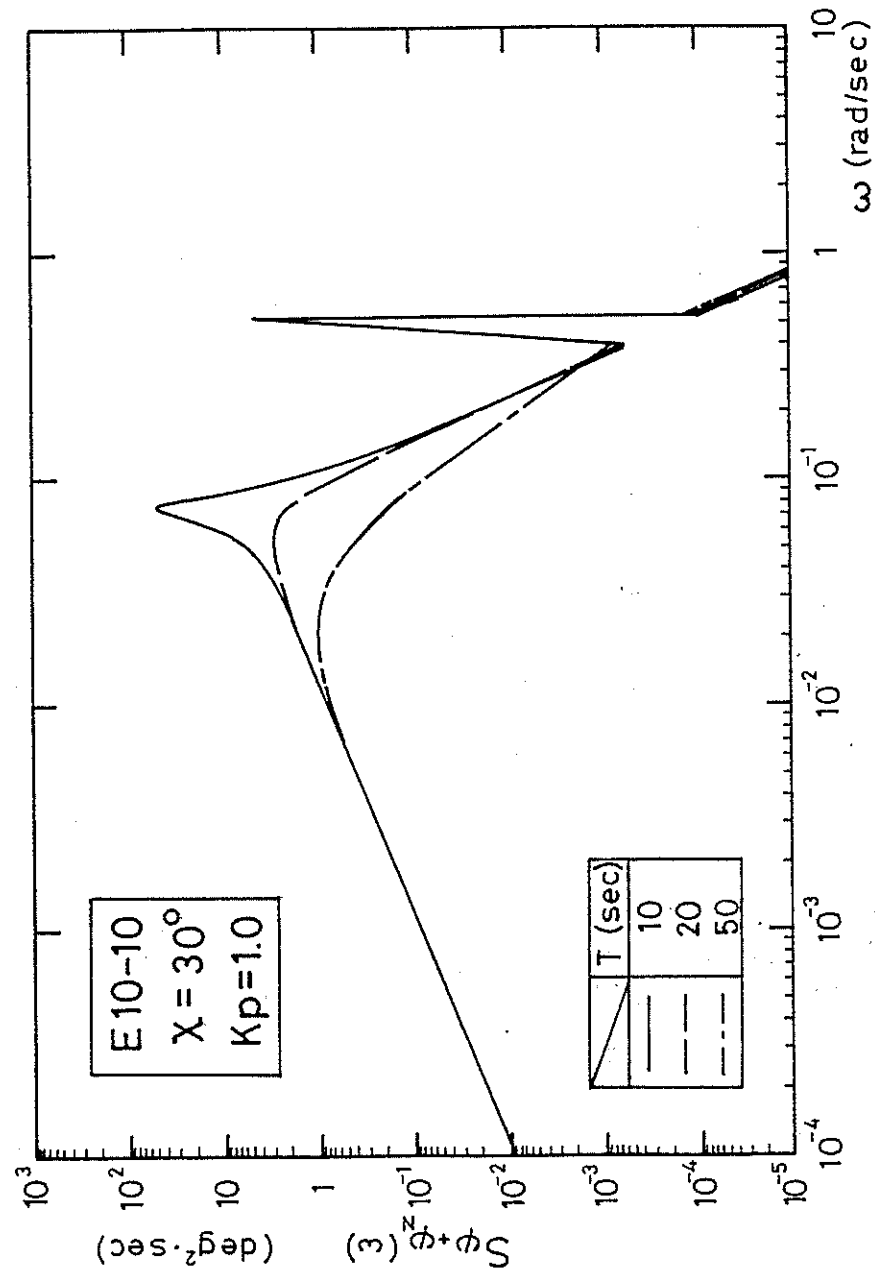


Figure 4.35 Spectra of heading angle (E10-10, $K_p = 1.0$)

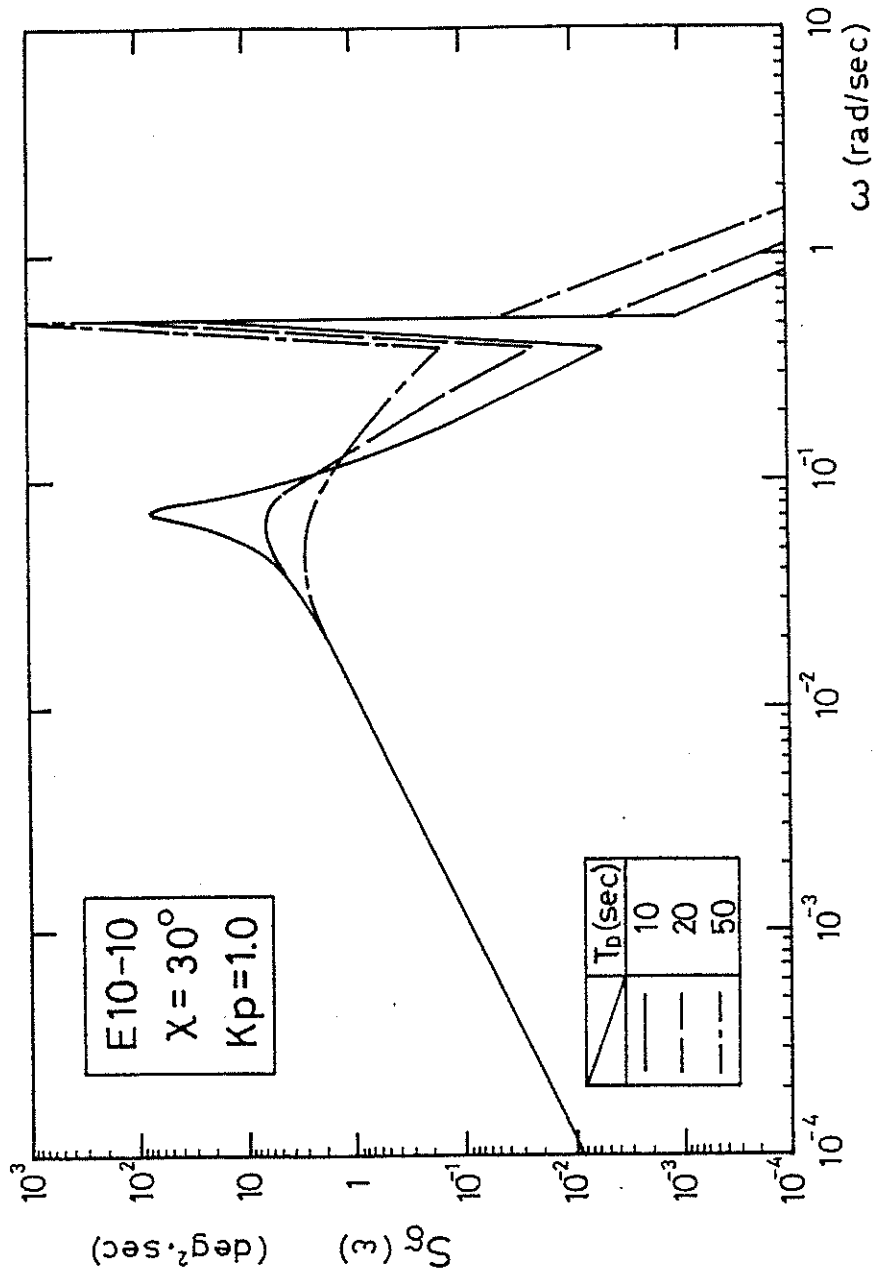


Figure 4.36 Spectra of rudder angle (E10-10, K_p = 1.0)

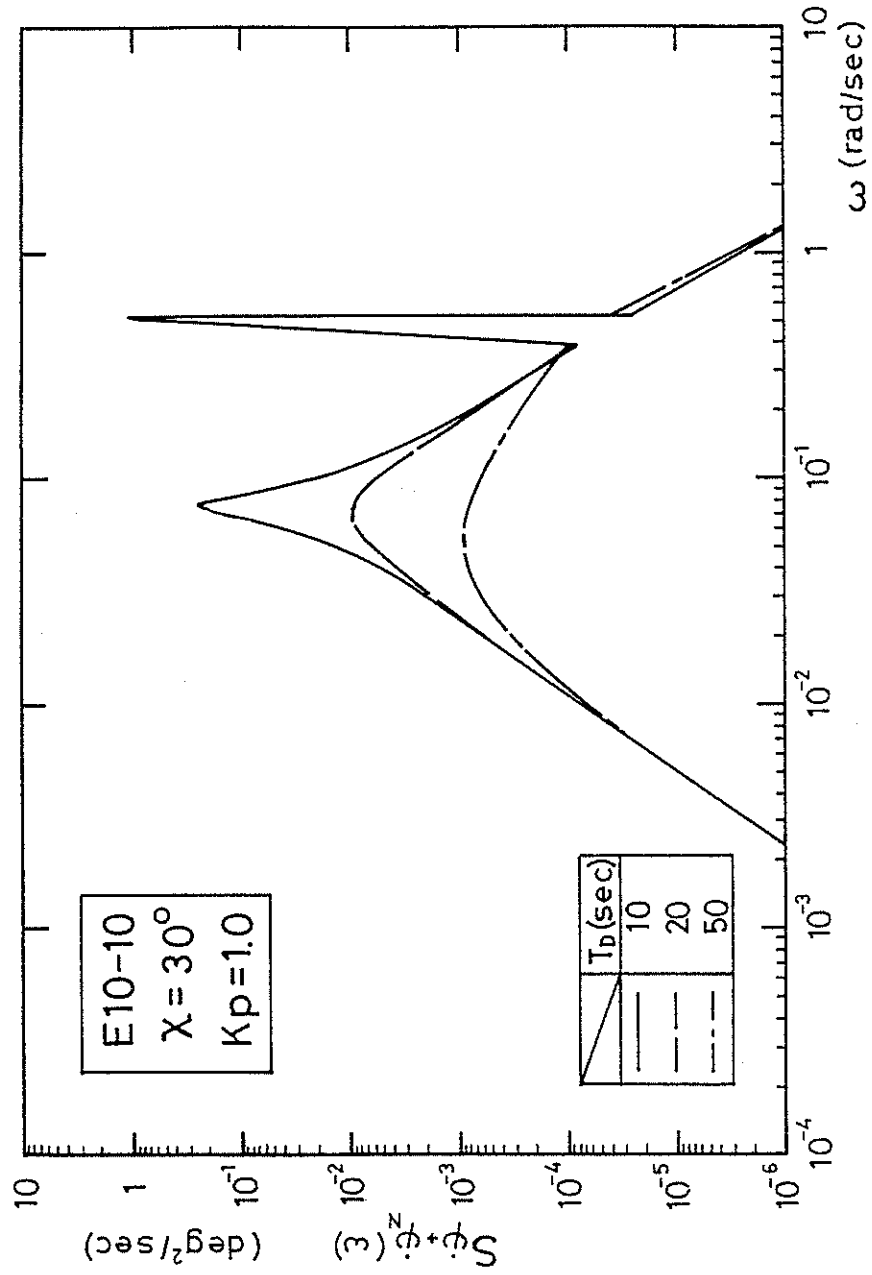


Figure 4.37 Spectra of rate of turn (E10-10, $K_P = 1.0$)

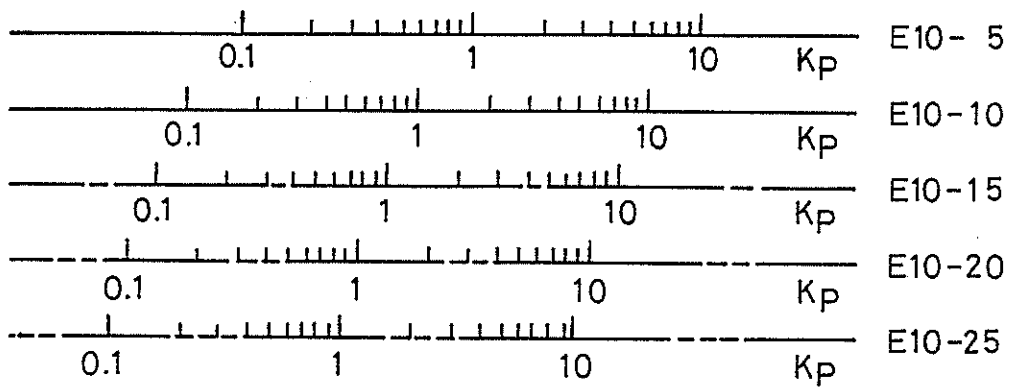
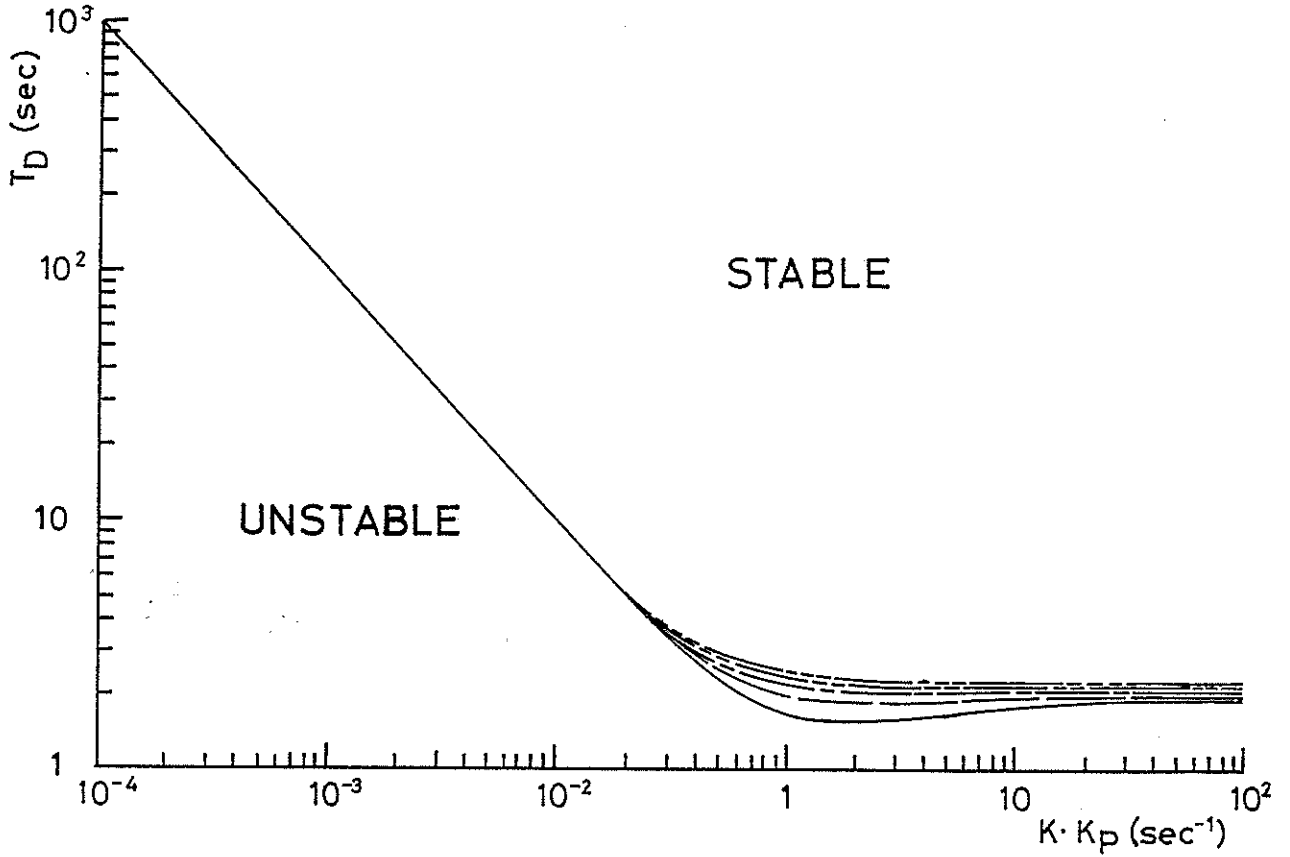


Figure 4.38 Permissible region of course stability of unstable ships (E10 Series)

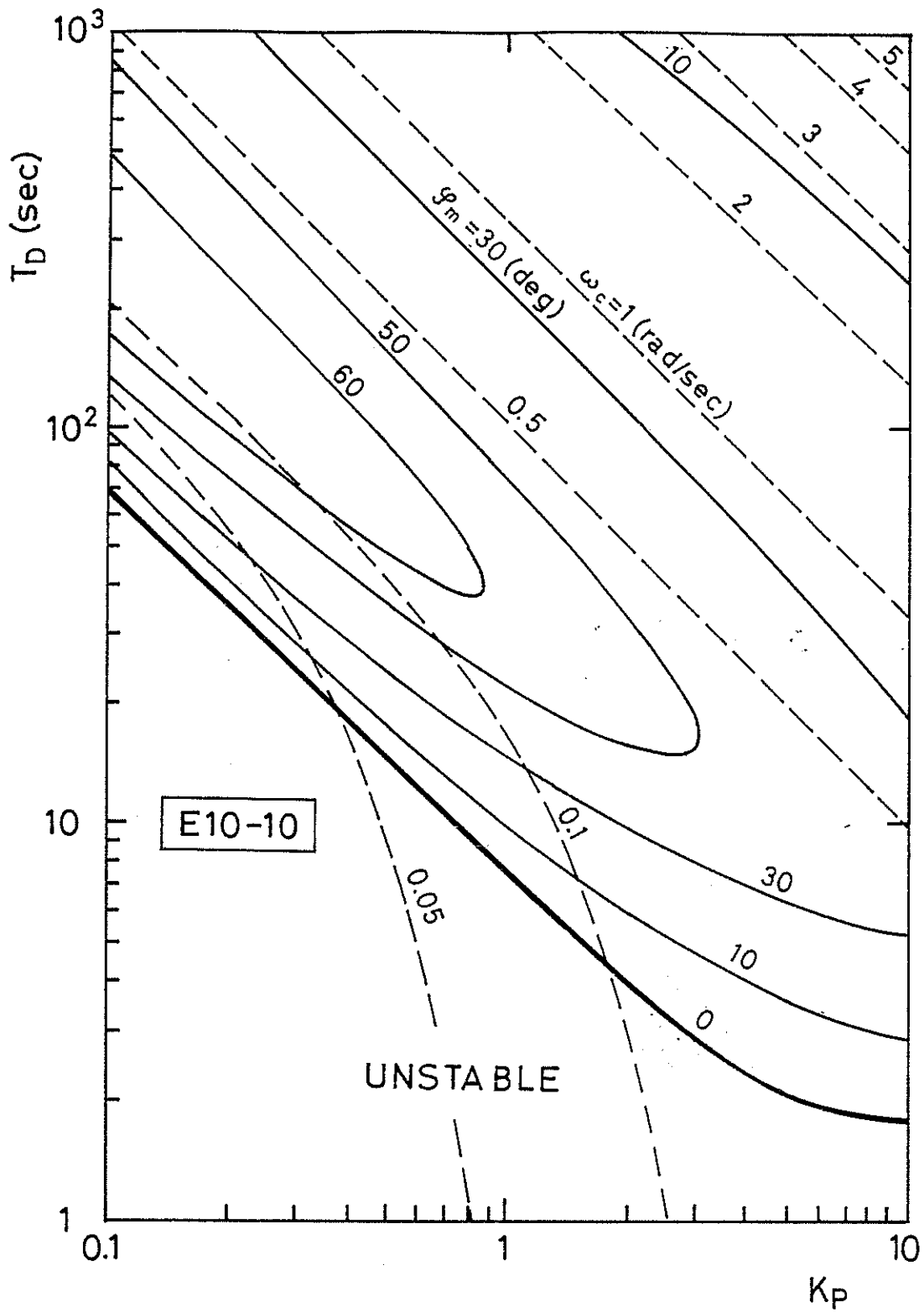


Figure 4.39 Contour map of phase margin and crossover frequency (E10-10)

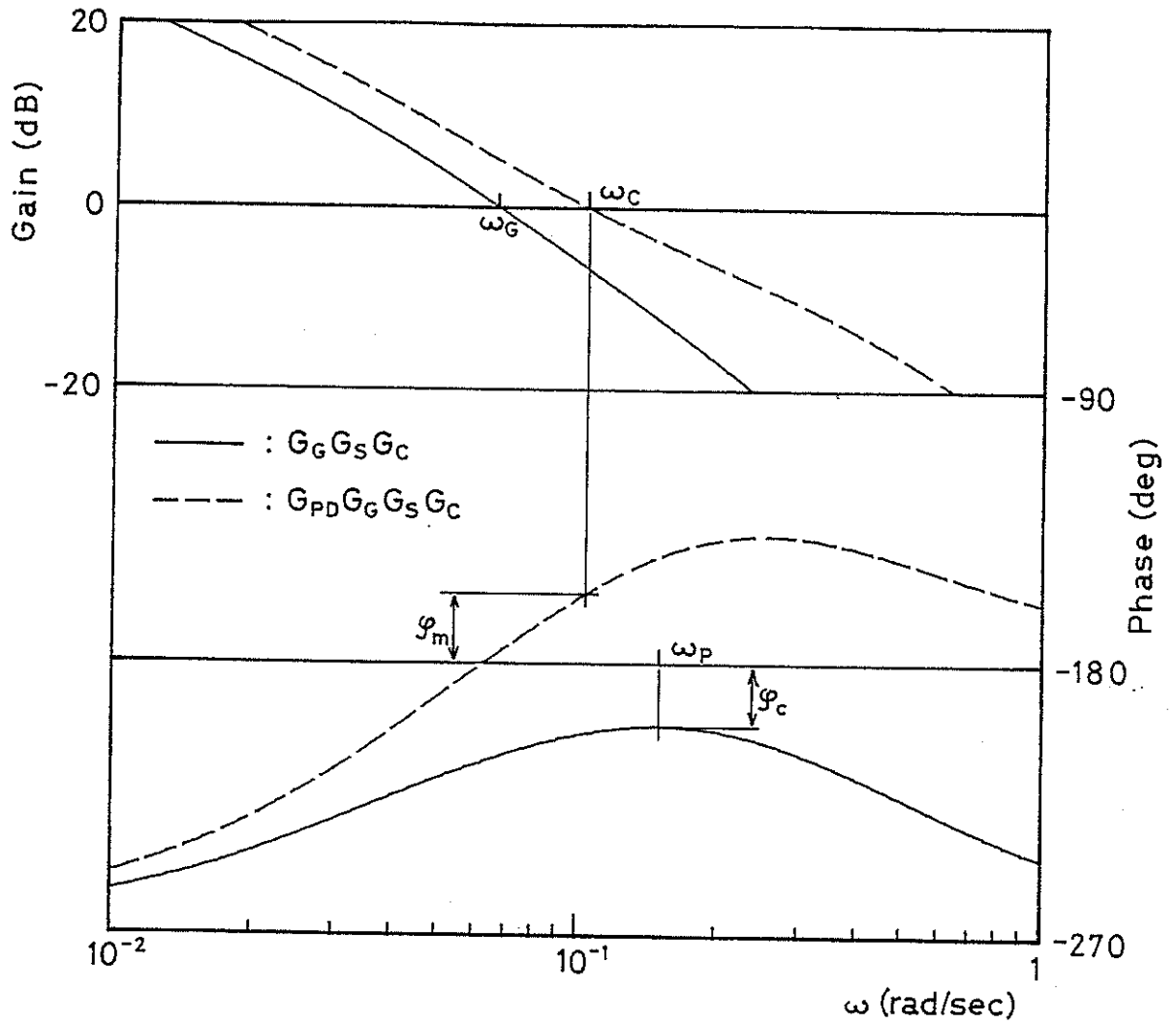


Figure 4.40 System transfer function of course keeping, excluding or including PD autopilot (unstable ship)

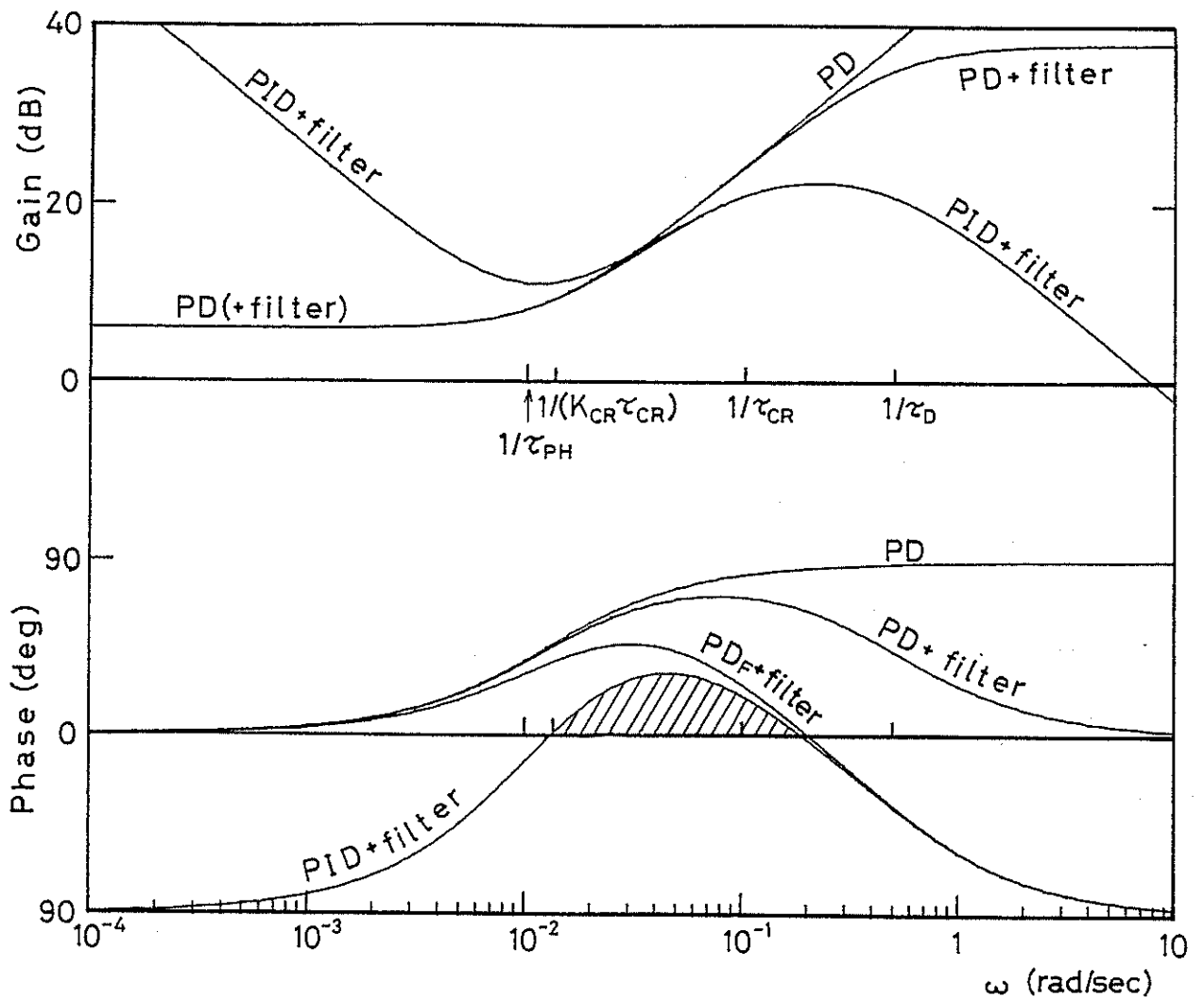


Figure 4.41 Transfer functions of various autopilot controllers

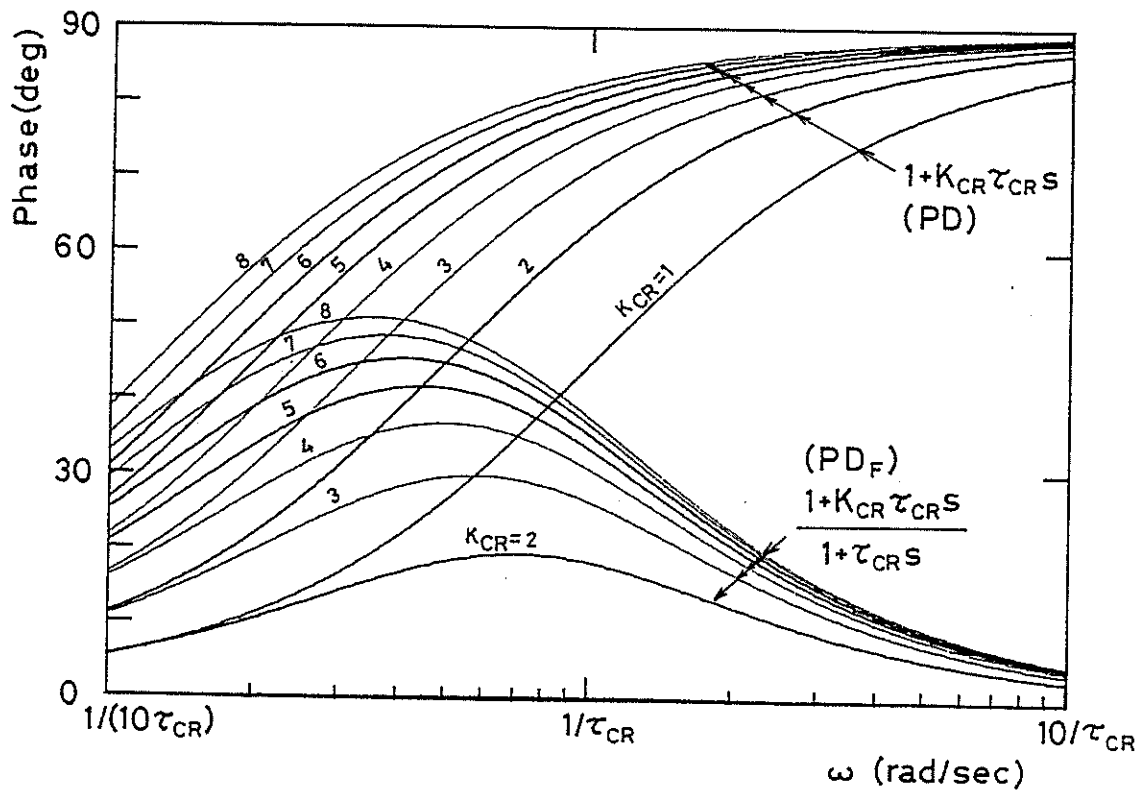


Figure 4.42 Phase lead of a PID autopilot by comparison with PD autopilot

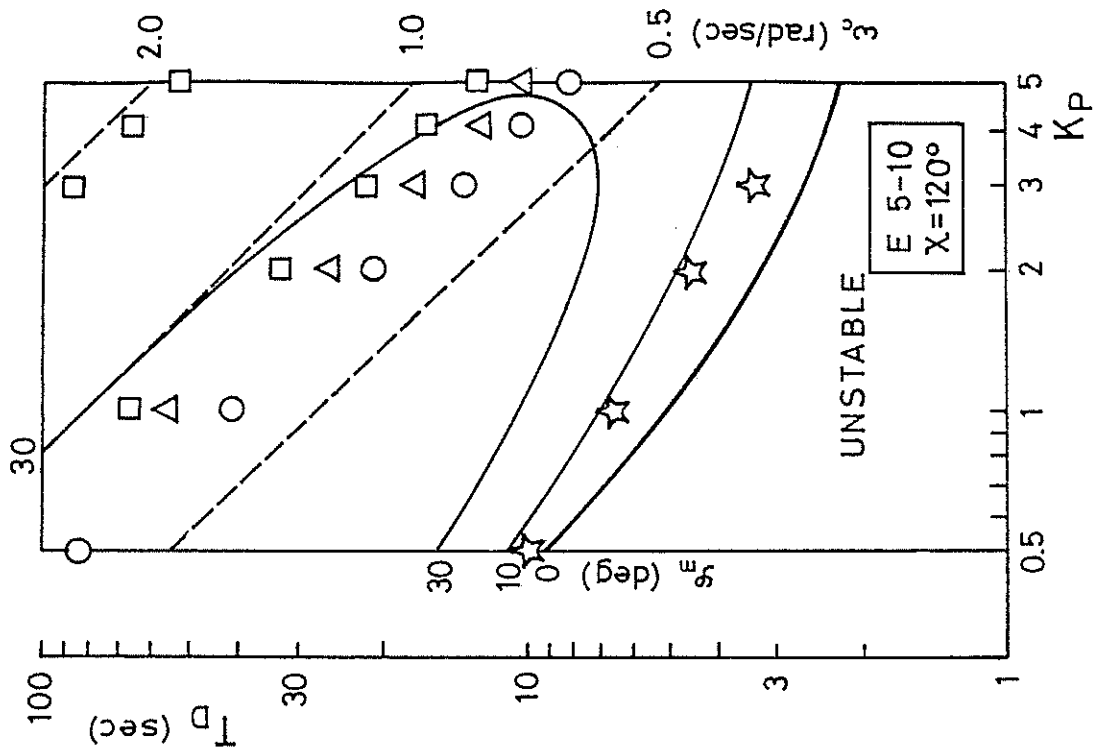


Figure 4.44 Contour map of energy loss (E5-10)

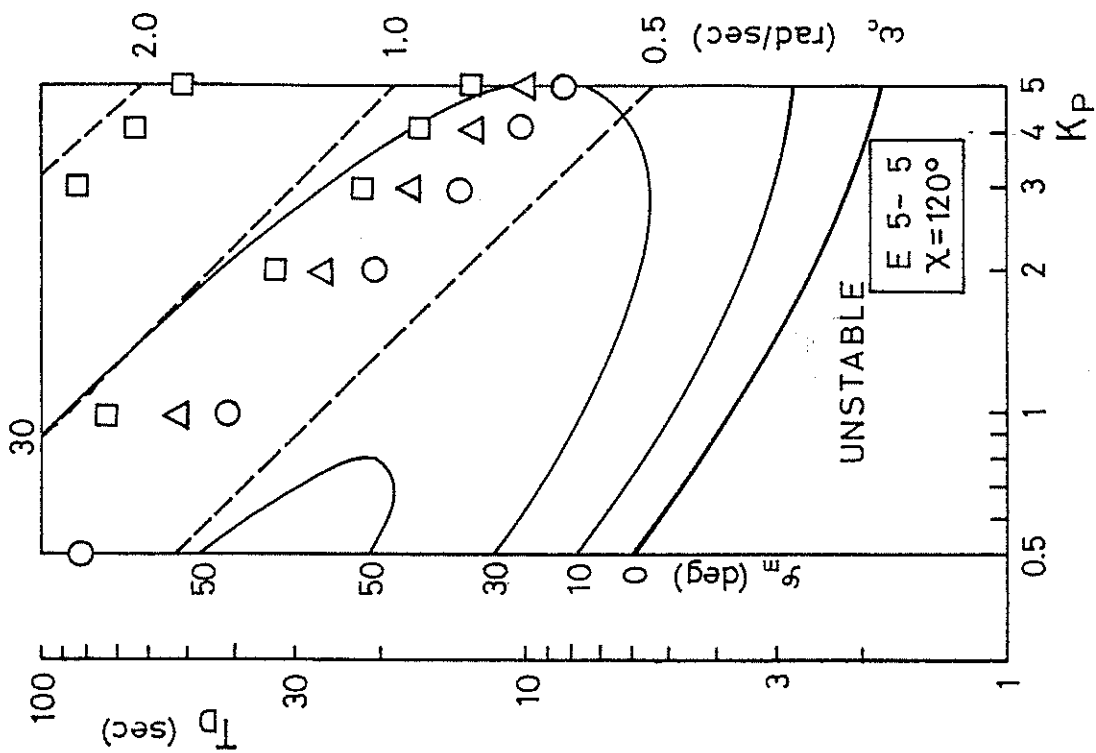


Figure 4.43 Contour map of energy loss (E5-5)

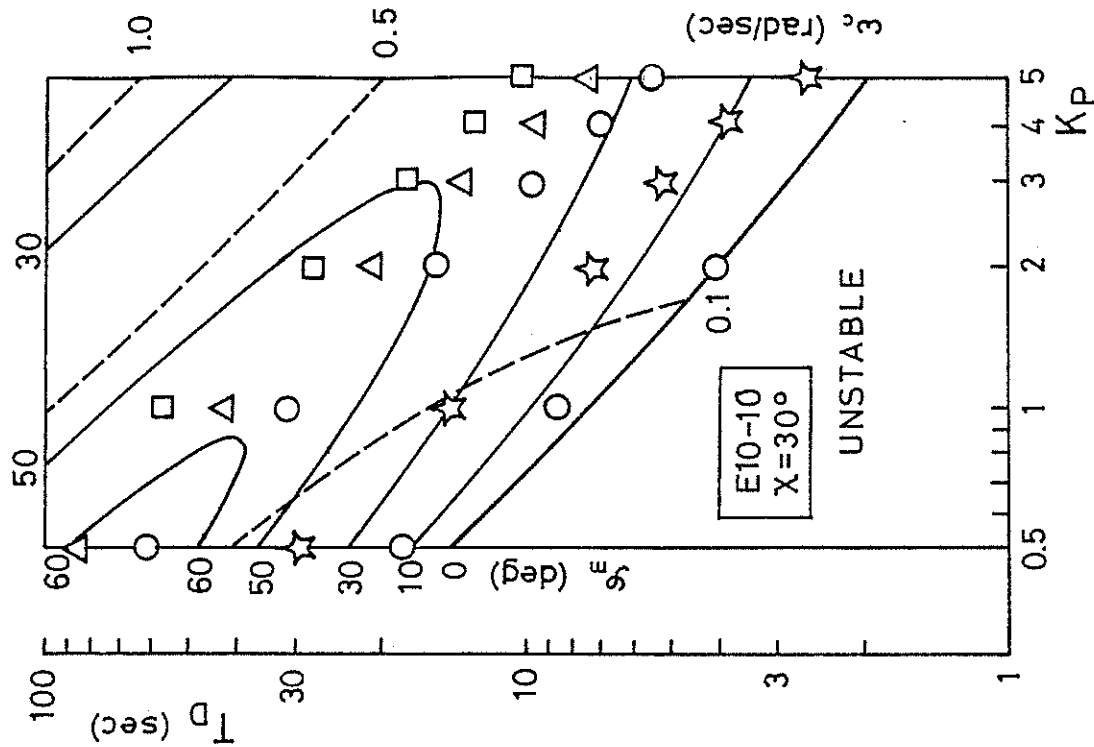


Figure 4.46 Contour map of energy loss (E10-10)

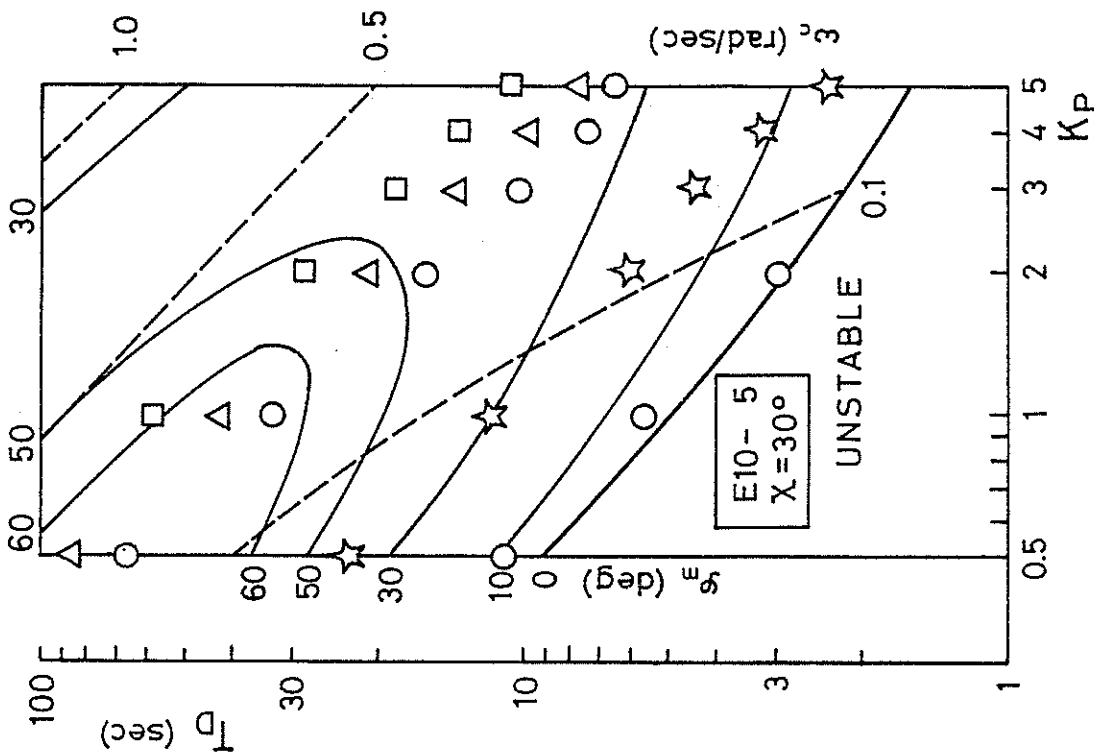


Figure 4.45 Contour map of energy loss (E10-5)

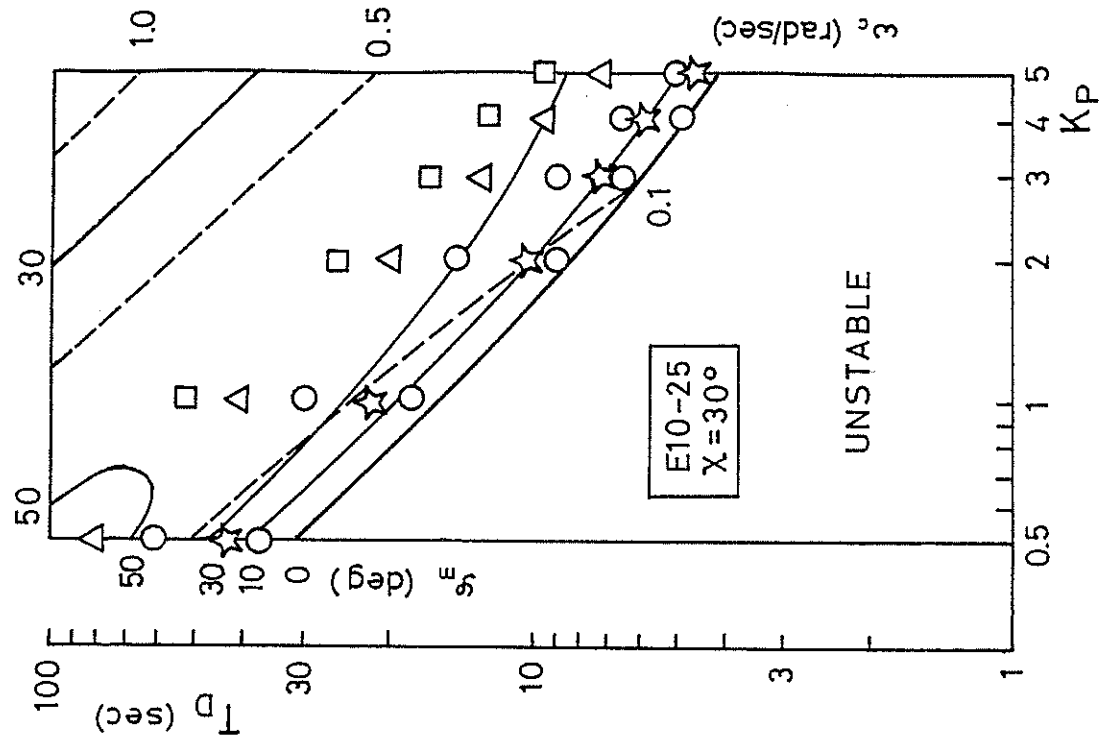


Figure 4.48 Contour map of energy loss (E10-25)

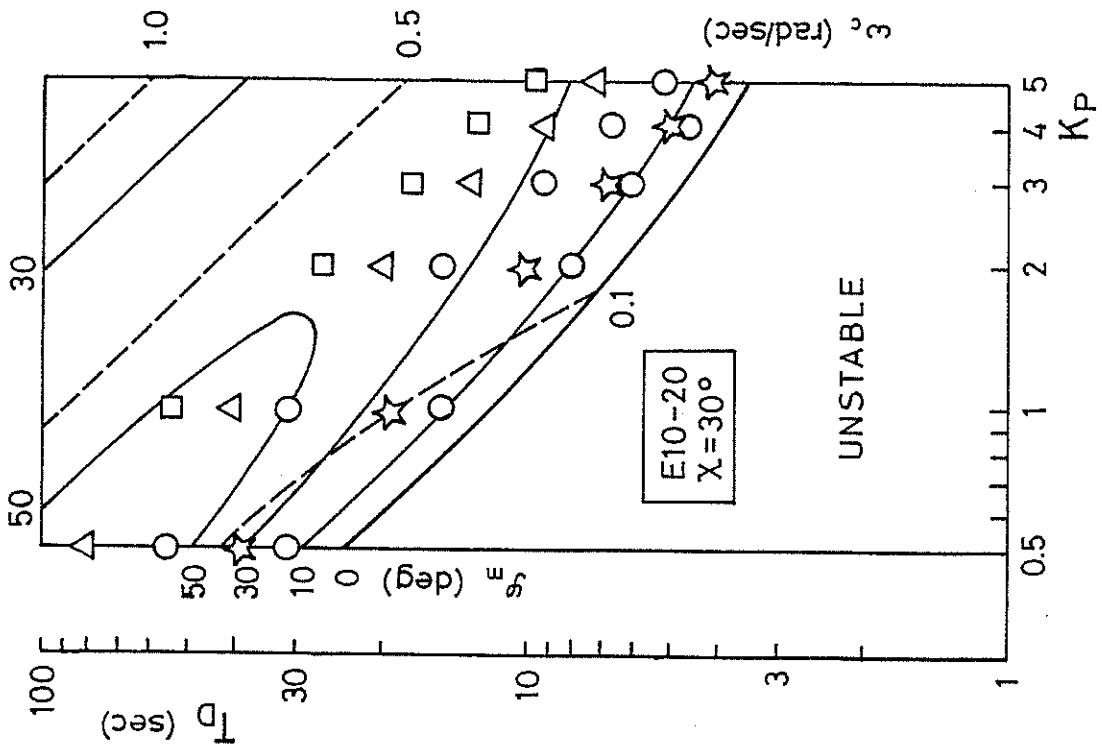


Figure 4.47 Contour map of energy loss (E10-20)

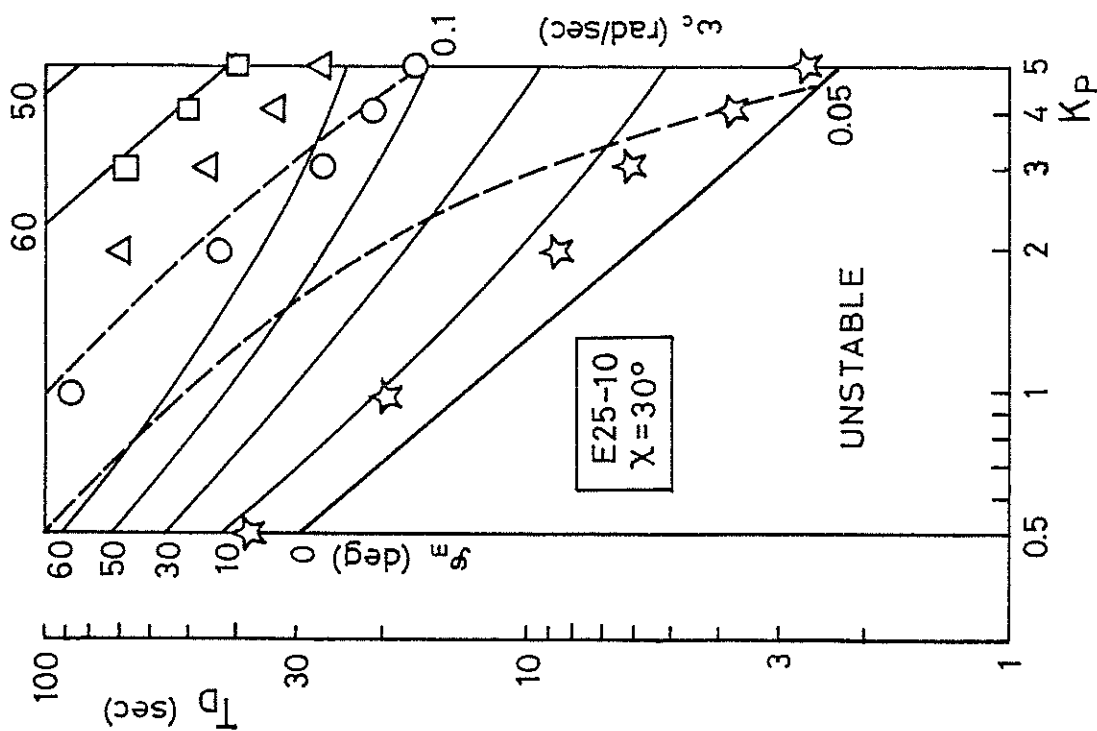
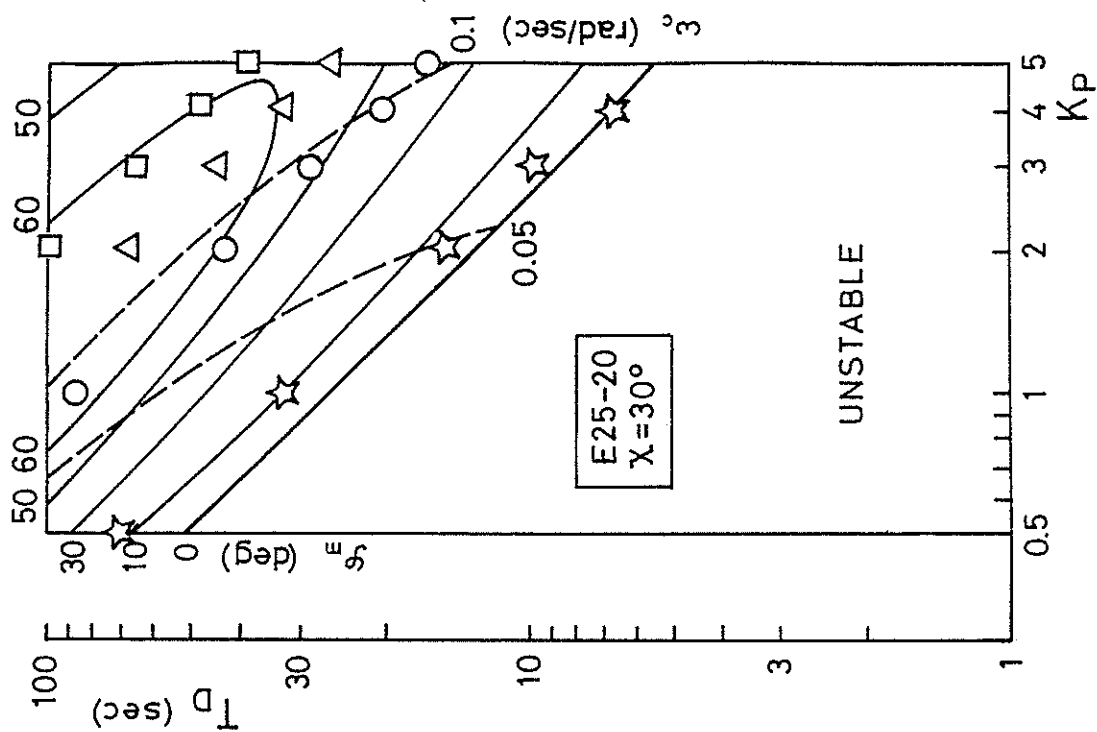


Figure 4.49

Contour map of energy loss (E25-10)

Figure 4.50 Contour map of energy loss (E25-20)

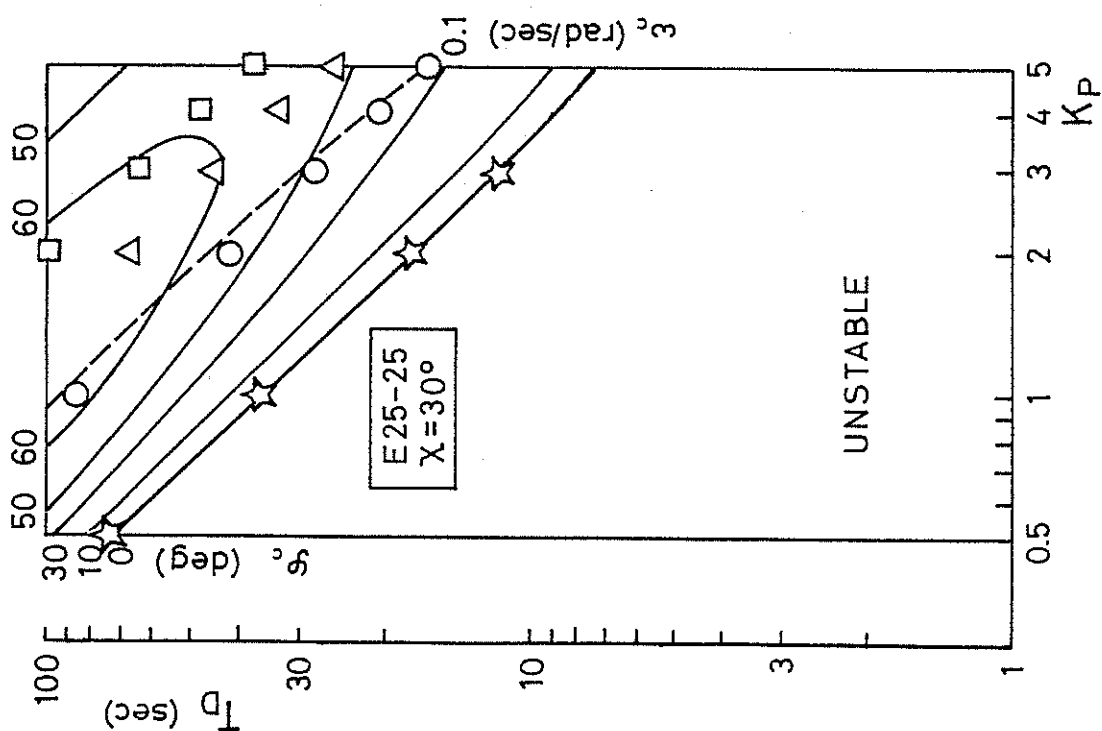


Figure 4.51 Contour map of energy loss (E25-25)

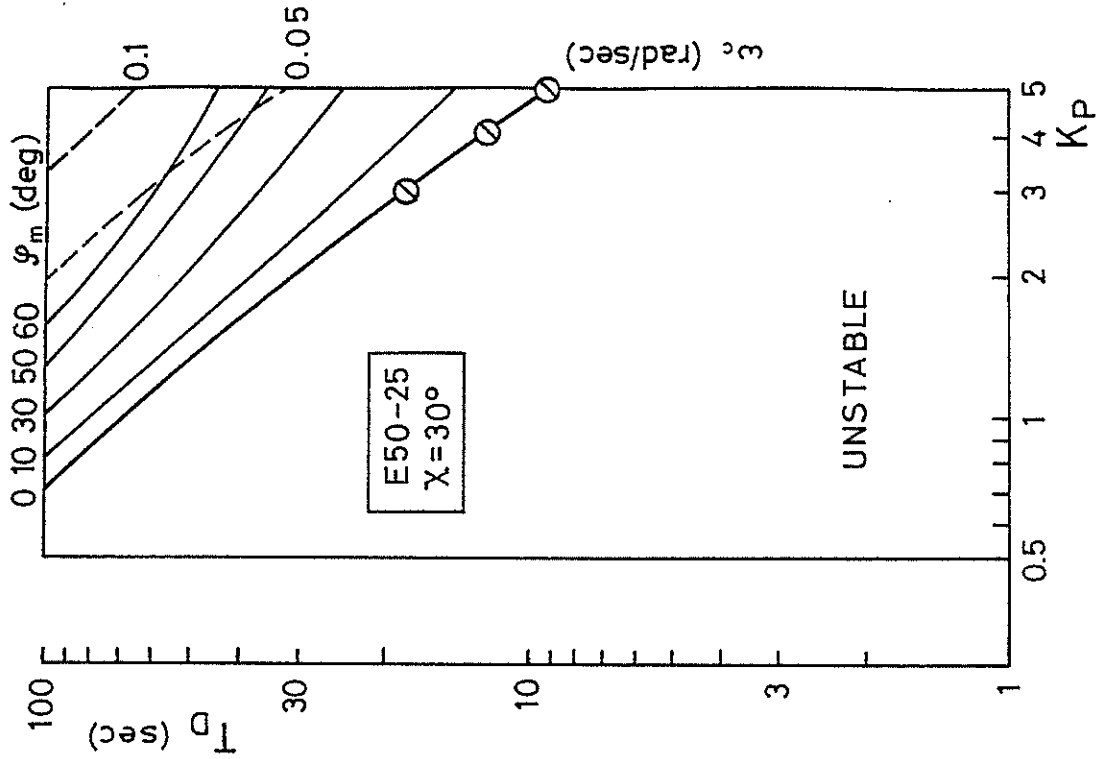


Figure 4.53 Contour map of energy loss (E50-25)

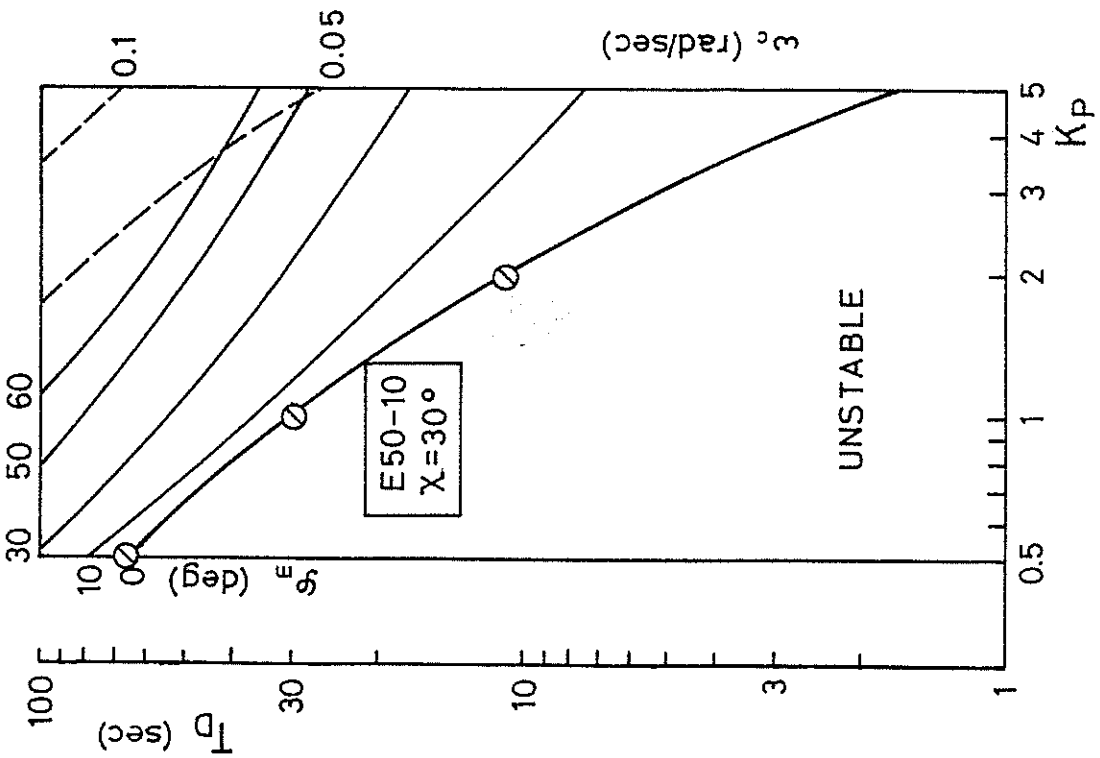


Figure 4.52 Contour map of energy loss (E50-10)

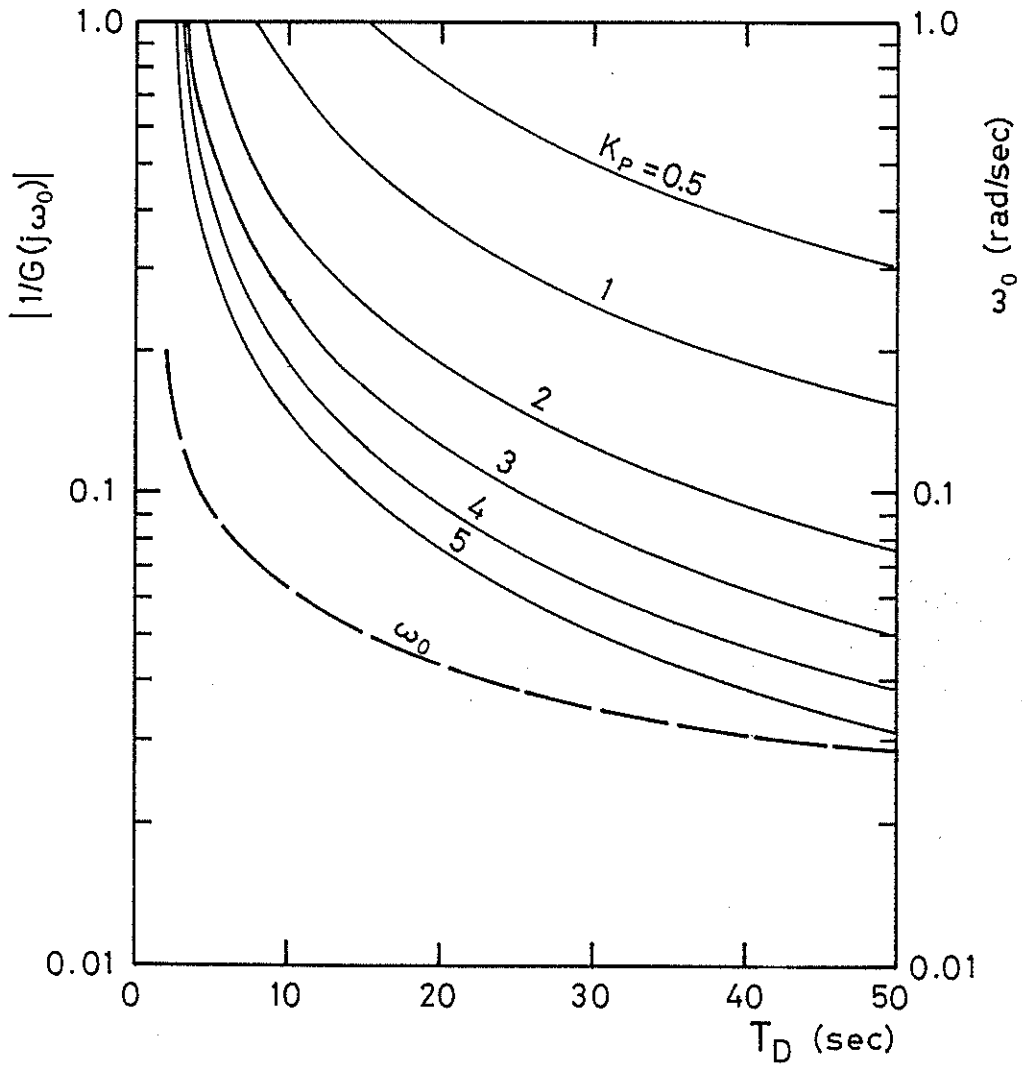


Figure 5.3 Inverse-gain and frequency of self-excited oscillation (E10-10)

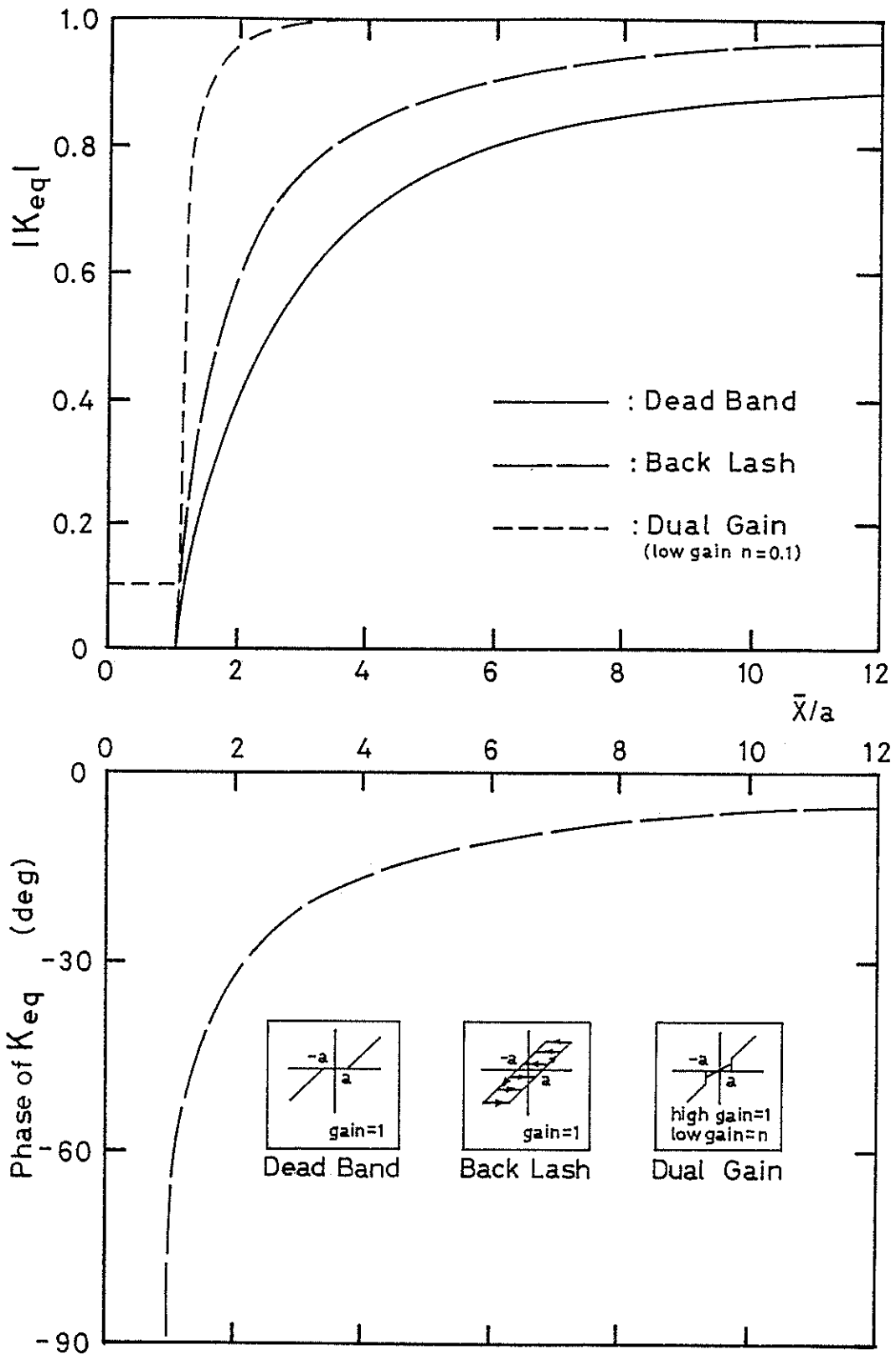


Figure 5.4 Equivalent gain curves of dead band, back lash and dual gain

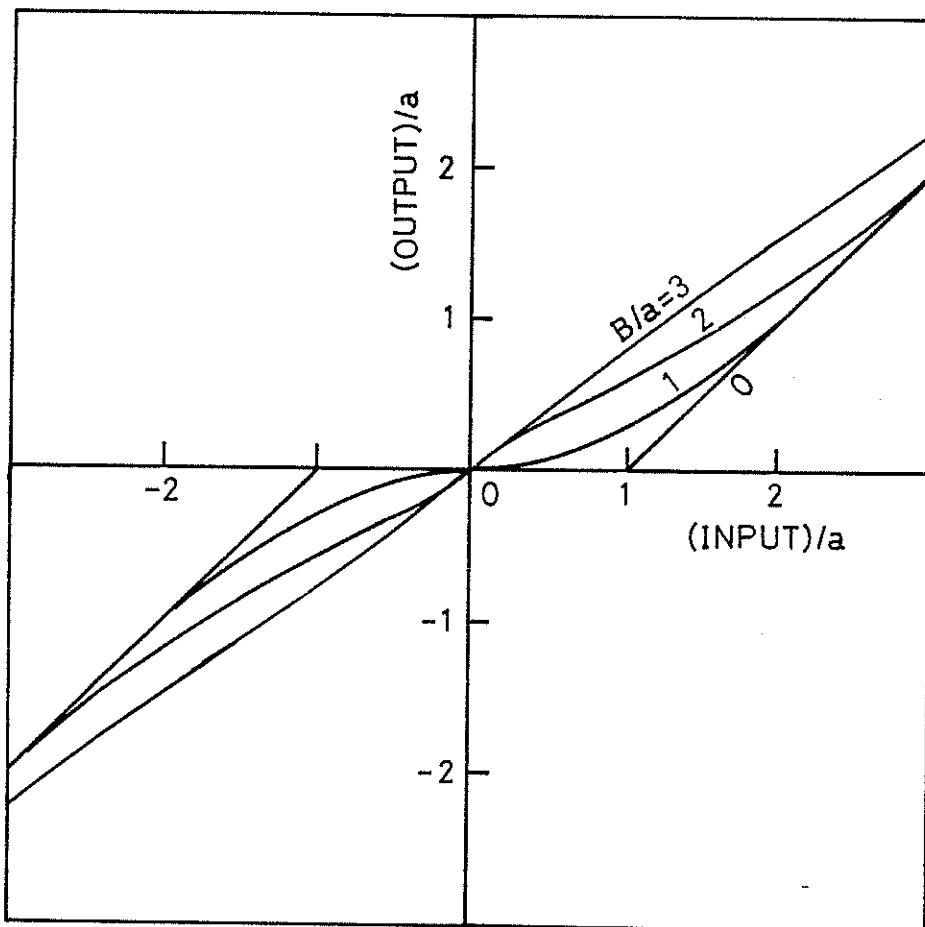


Figure 5.6 Altered nonlinear characteristics (dead band)

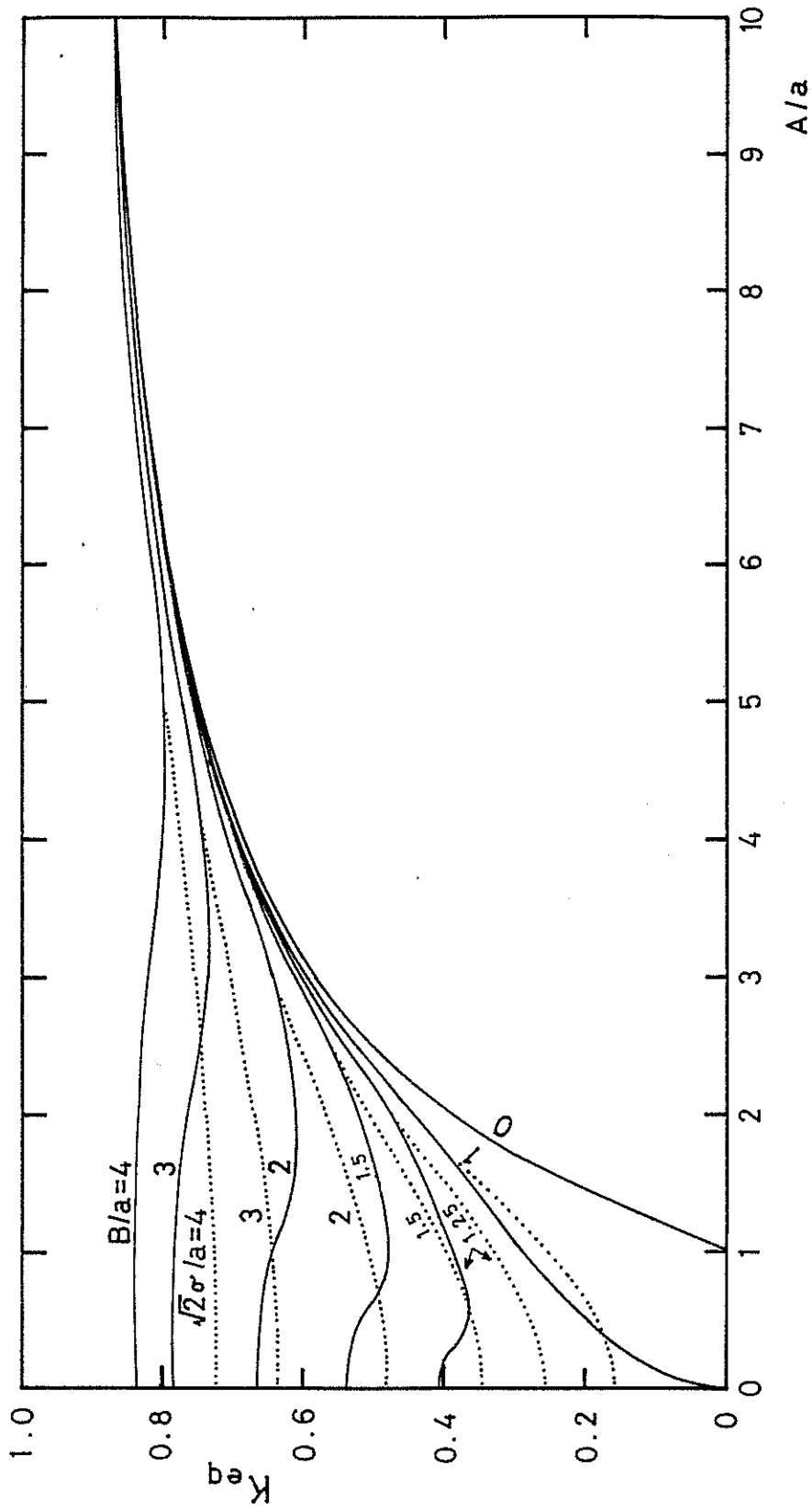


Figure 5.8 Equivalent gain curves using approximate dual-input describing function method (dead band)

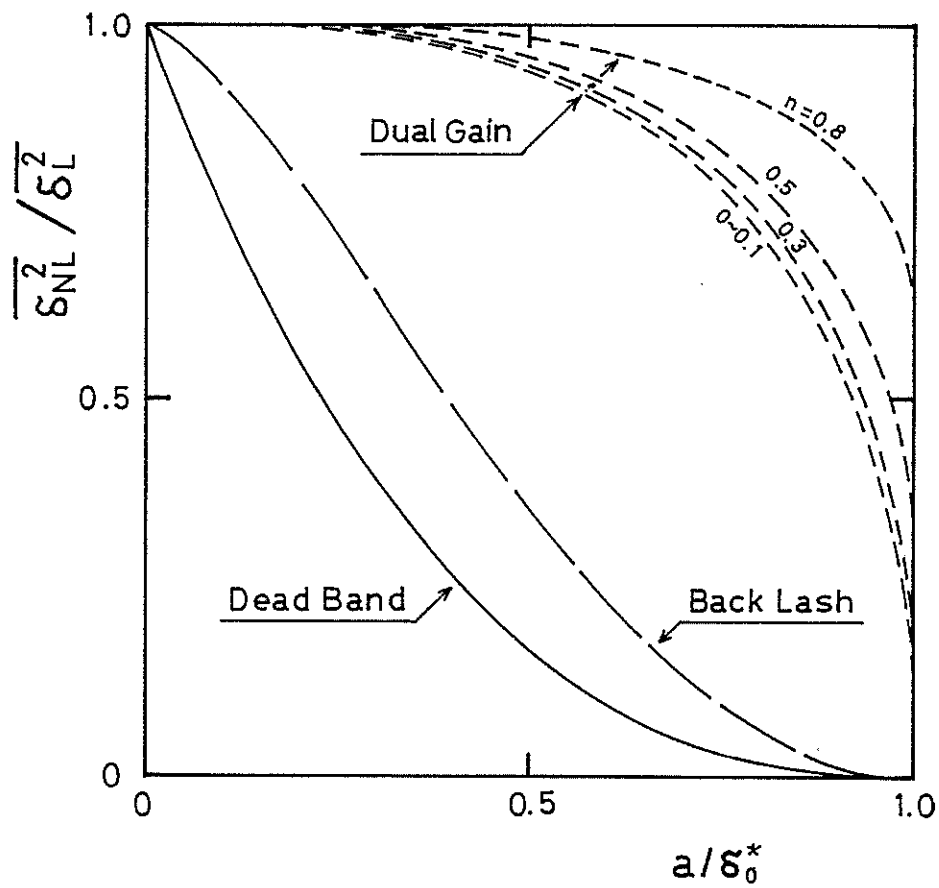


Figure 5.10 Reduction of steering due to weather adjust mechanism (dead band, back lash and dual gain)

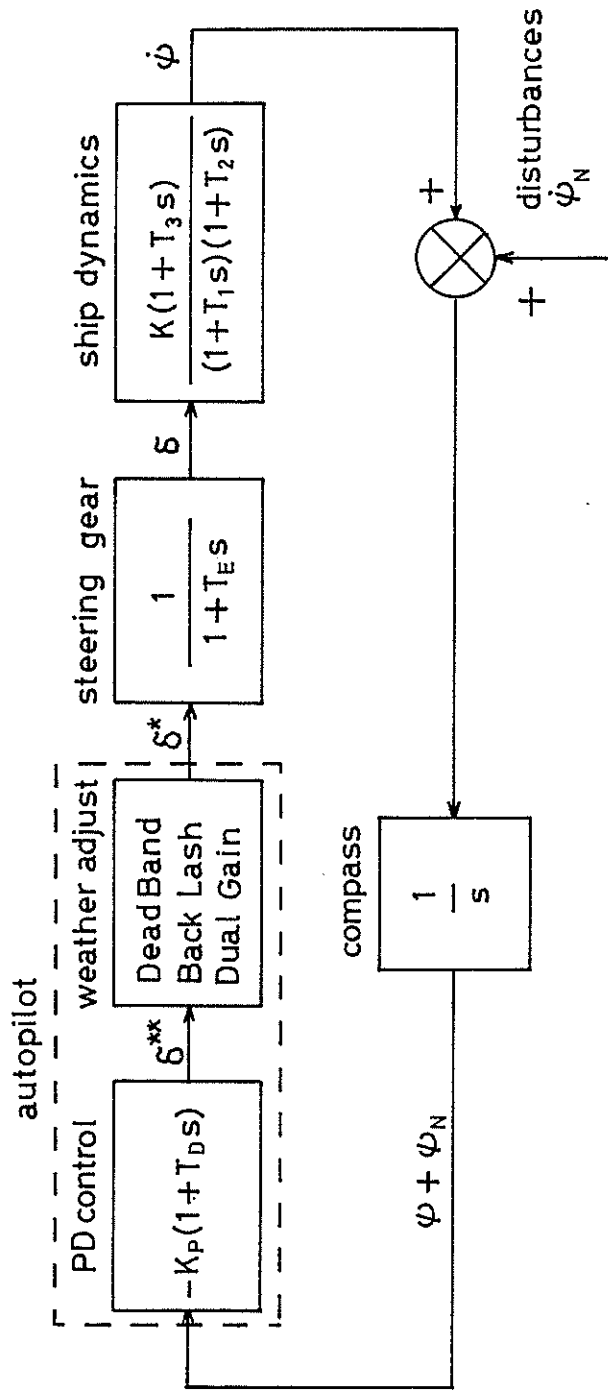


Figure 5.11 Block diagram of autopilot steering with weather adjust mechanism

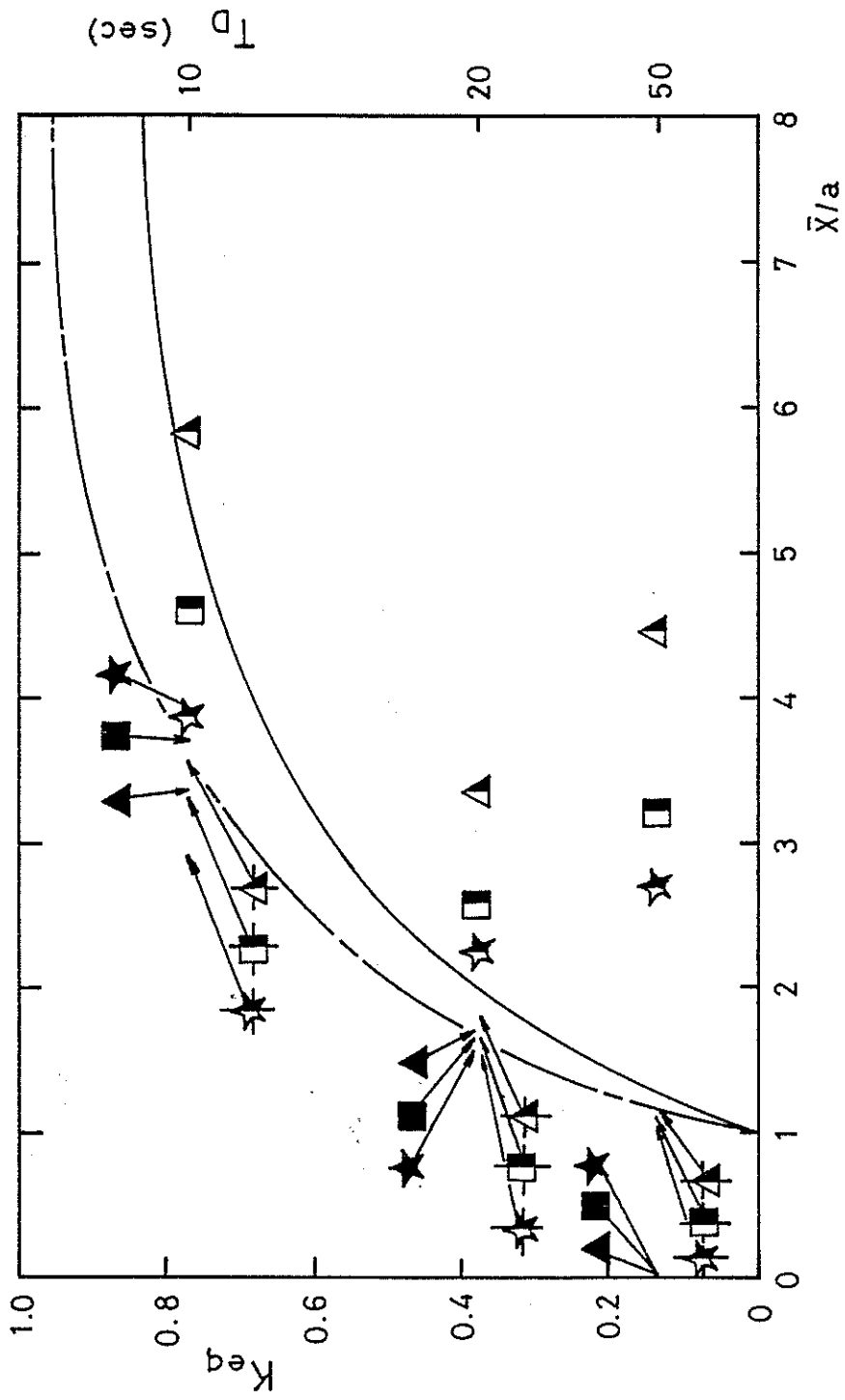


Figure 5.12 Equivalent gain curve without or with wind disturbance
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)

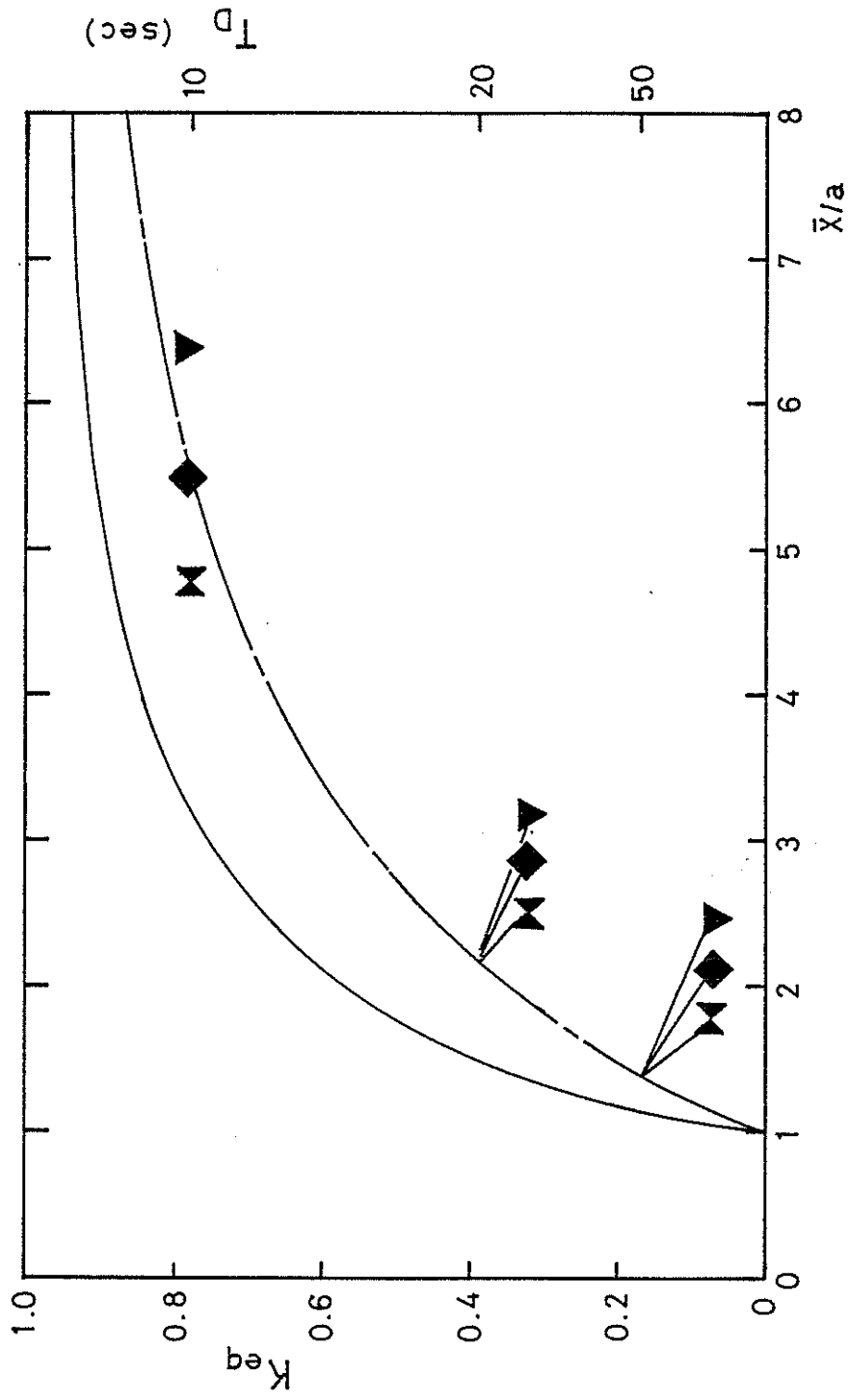


Figure 5.13 Equivalent gain curve without or with wind disturbance (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)

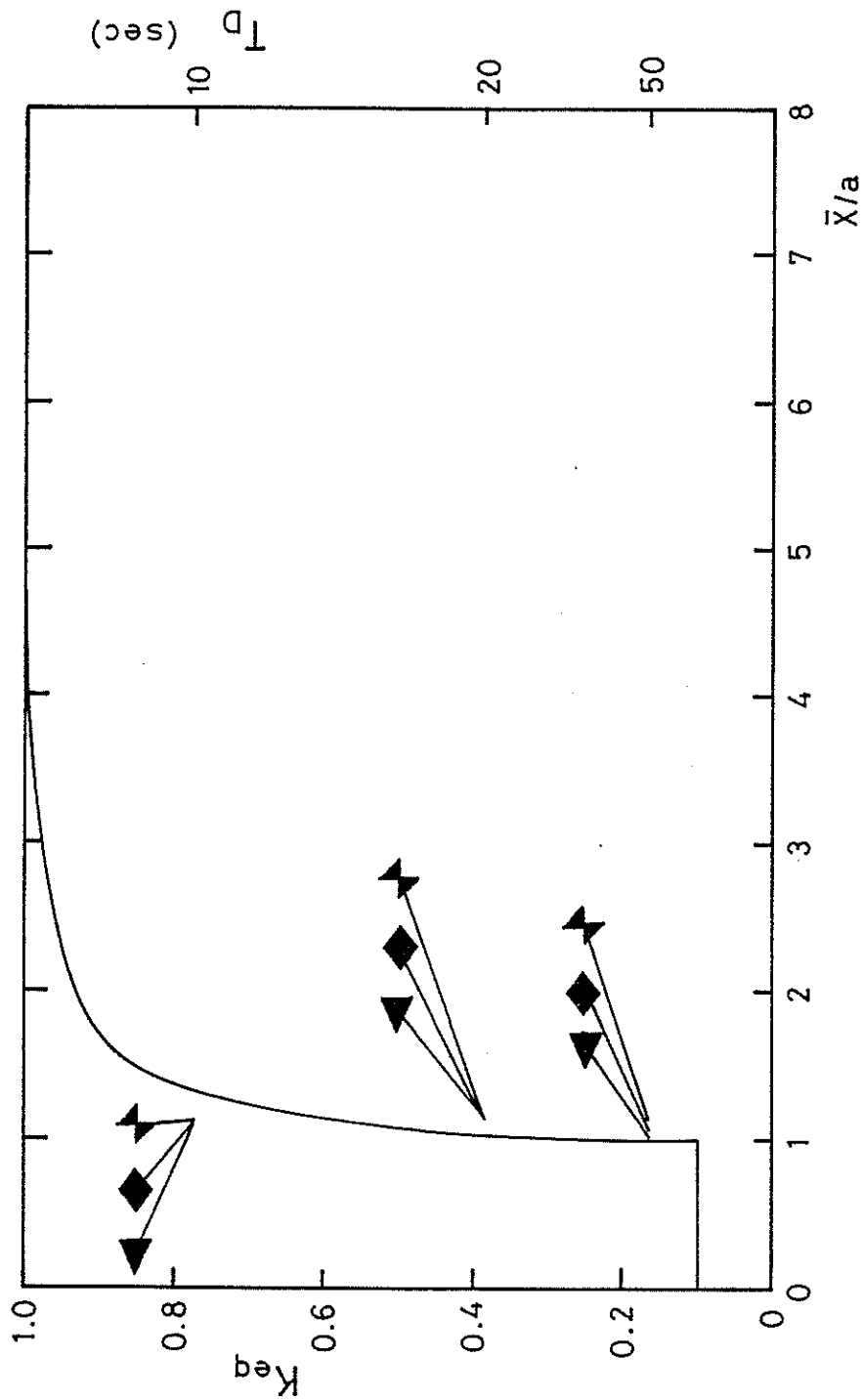


Figure 5.14 Equivalent gain curve without or with wind disturbance
 (E10-10, $\alpha=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)

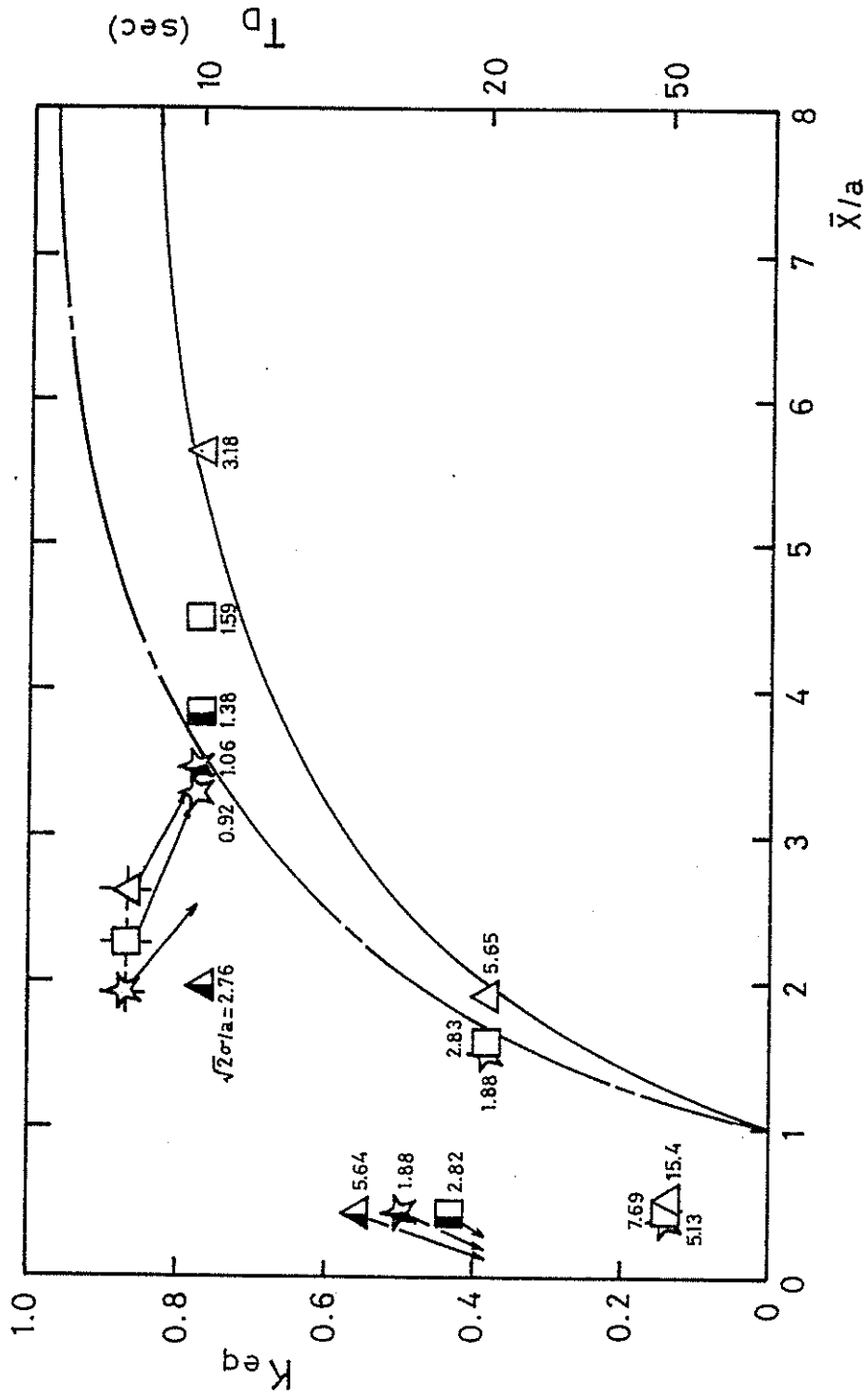


Figure 5.16 Equivalent gain curve with wave disturbance, without or with wind disturbance (E10-10, $\alpha=30^\circ$, $K=1.0$, dead band) P

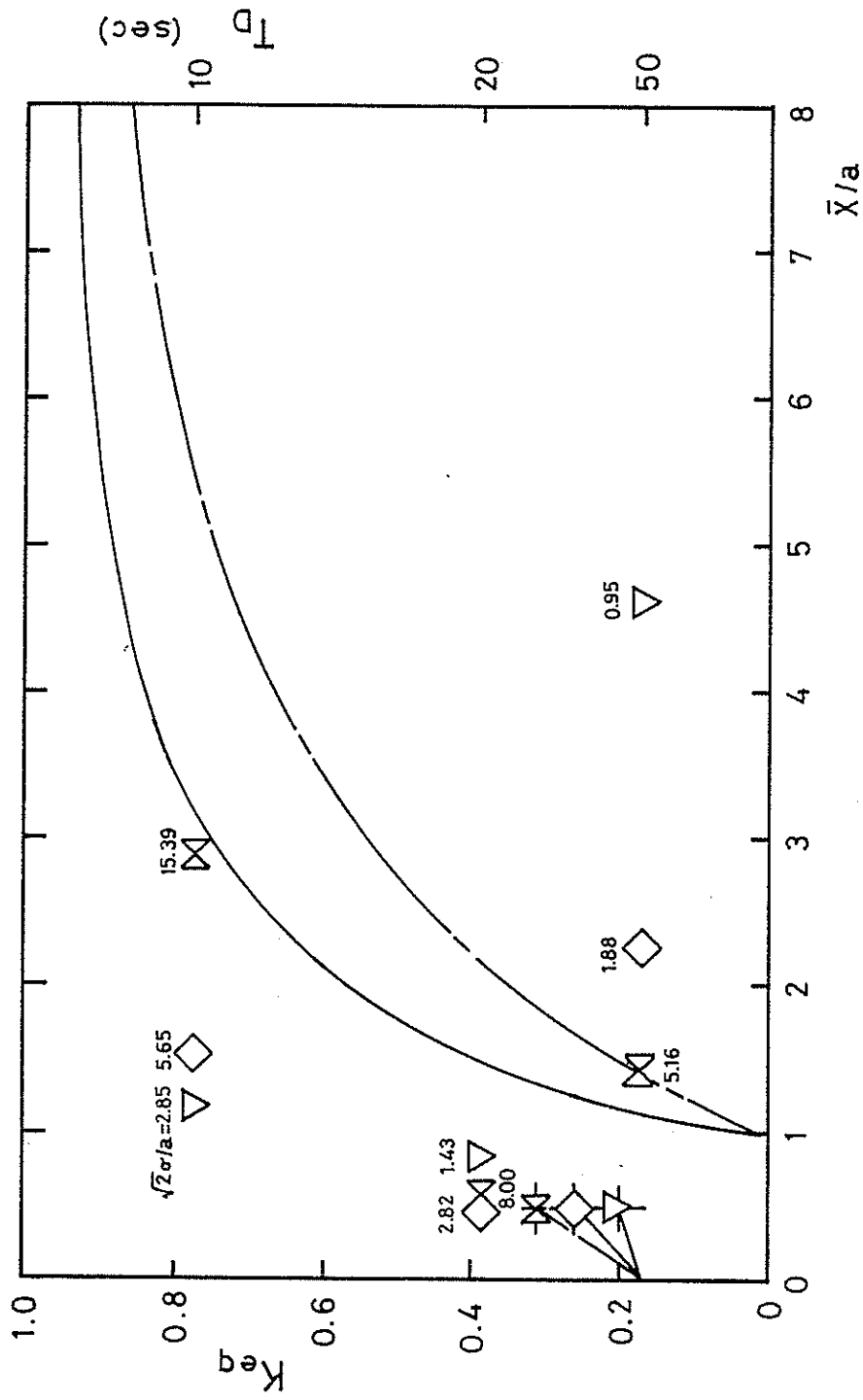


Figure 5.17 Equivalent gain curve with wave disturbance, without or with wind disturbance (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash) P

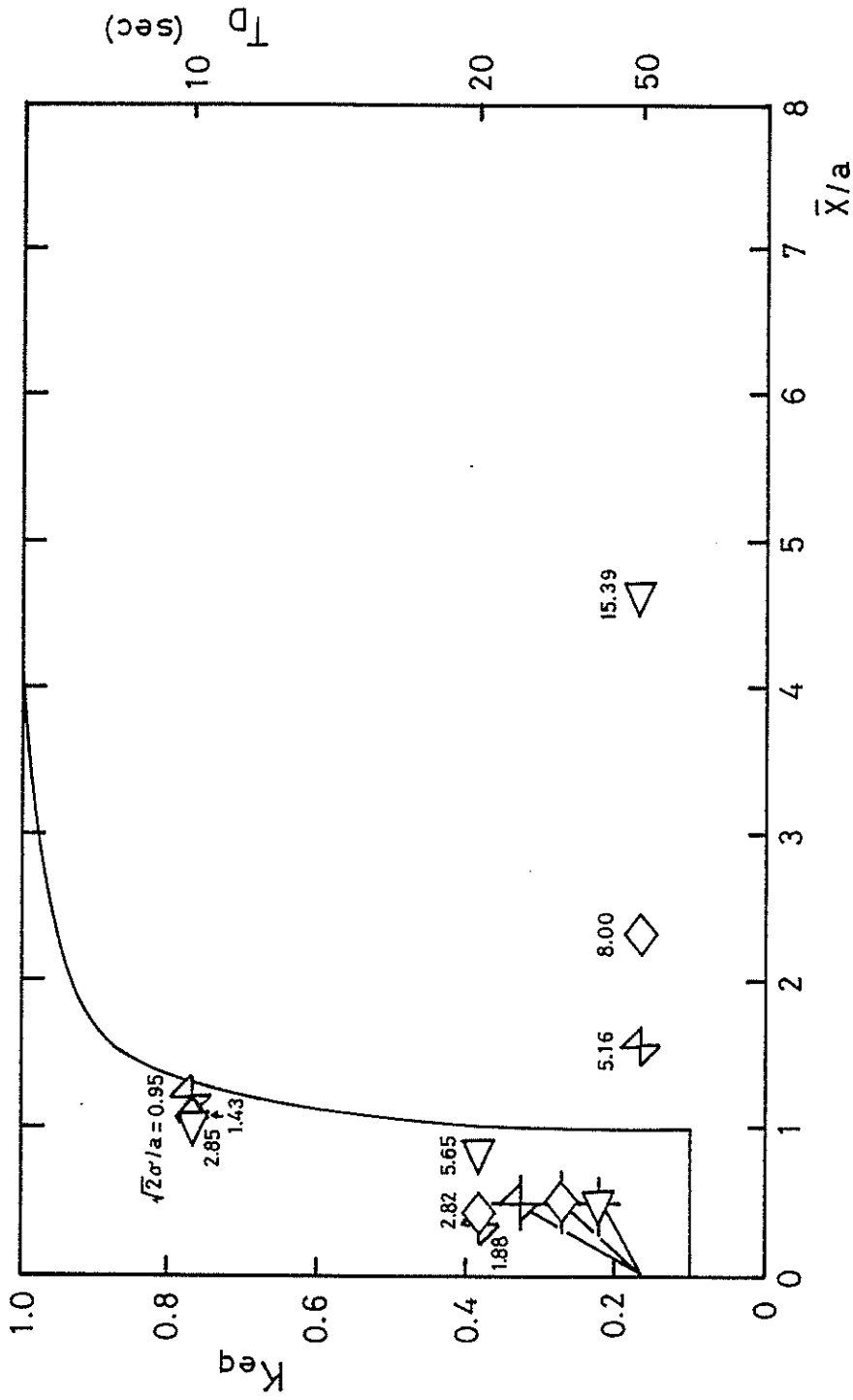


Figure 5.18 Equivalent gain curve with wave disturbance, without or with wind disturbance (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P

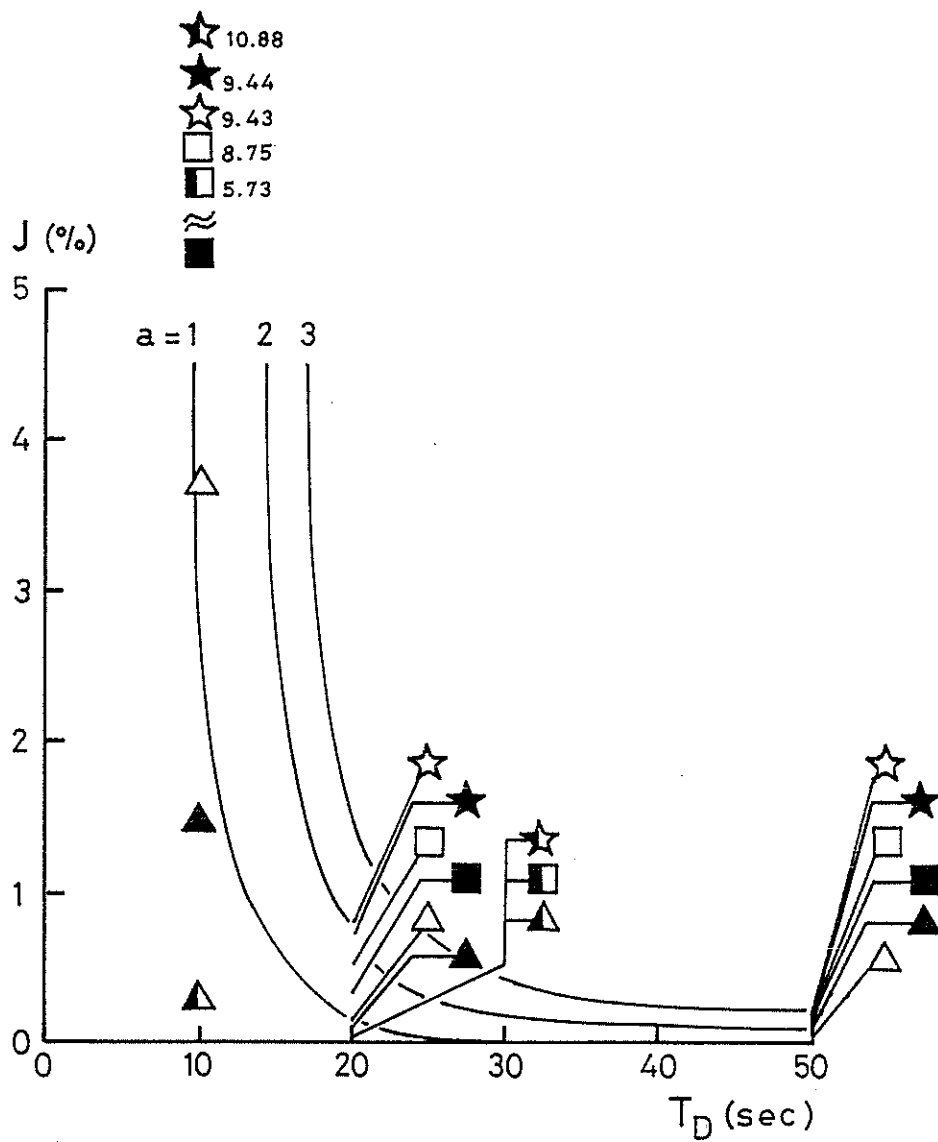


Figure 5.19 Propulsive power losses due to self-excited oscillation
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
 P

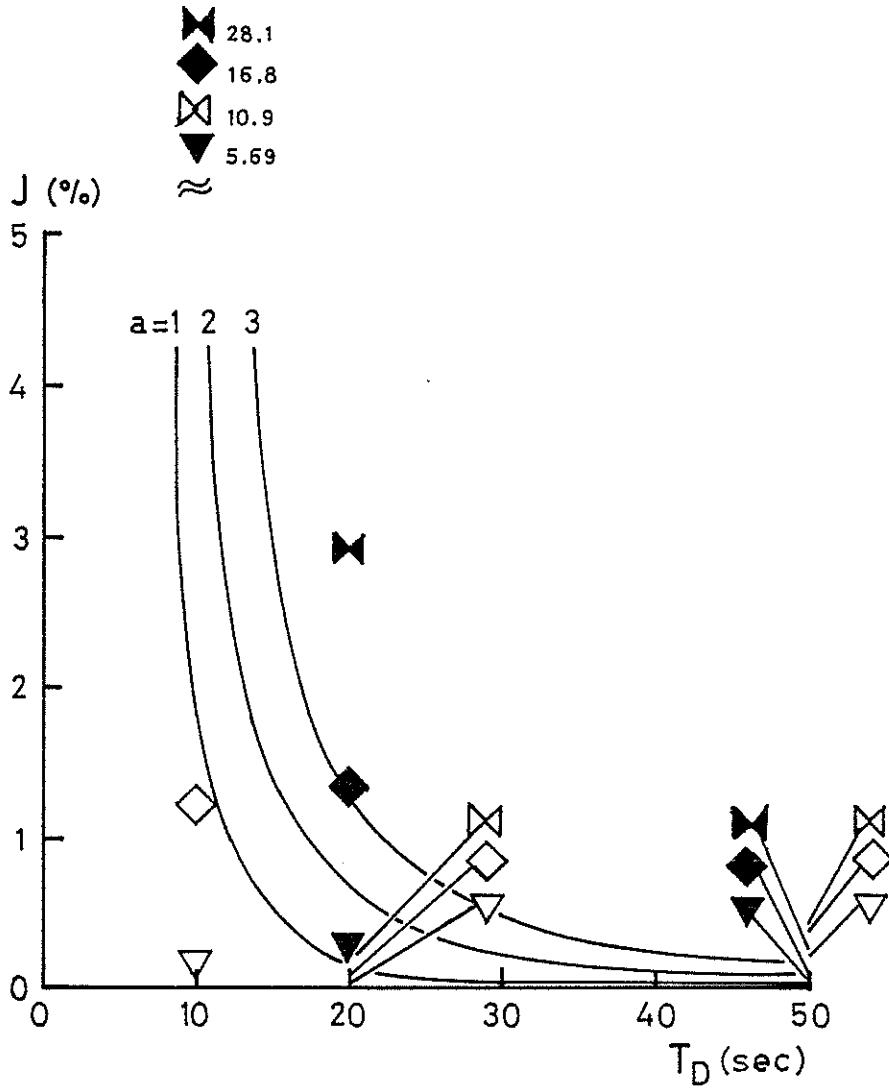


Figure 5.20 Propulsive power losses due to self-excited oscillation
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
 P

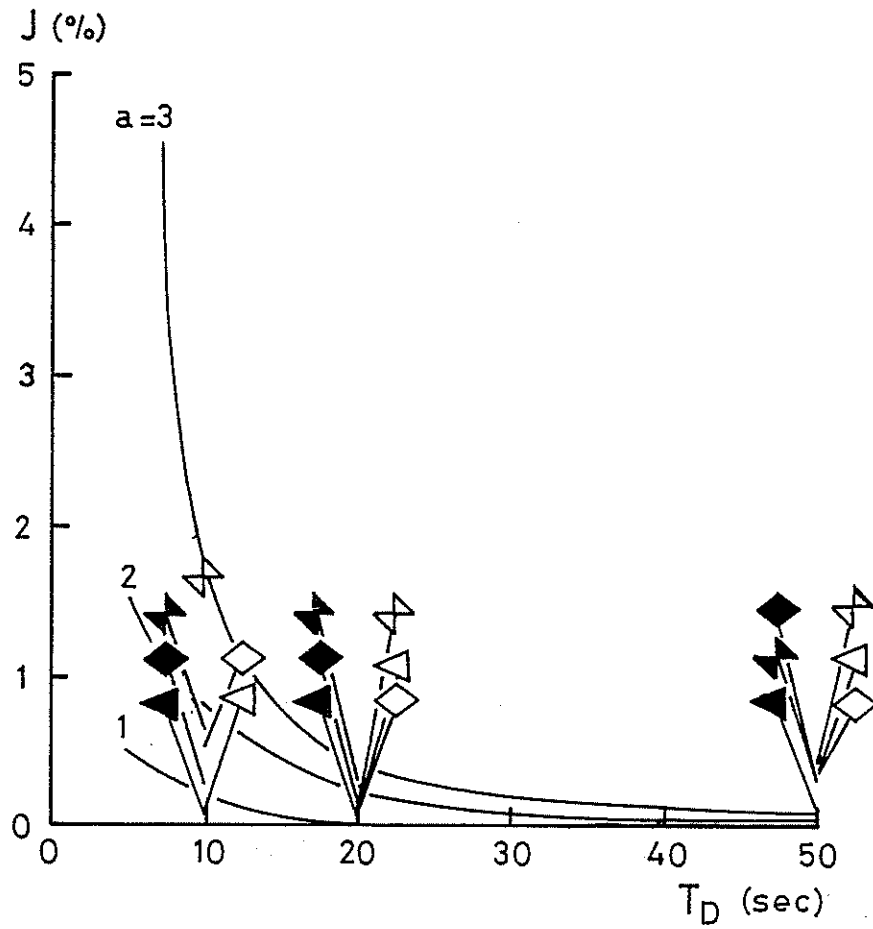


Figure 5.21 Propulsive power losses due to self-excited oscillation
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
 P

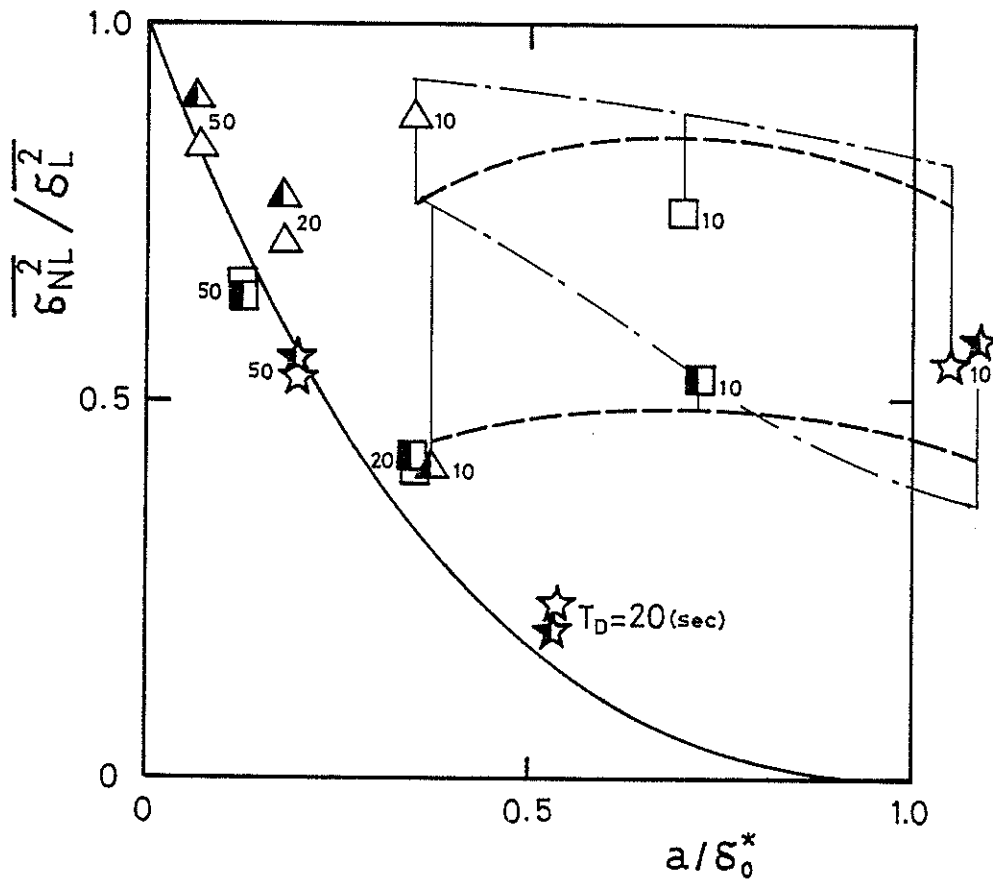


Figure 5.22 Reduction of steering due to weather adjust mechanism
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)
 P

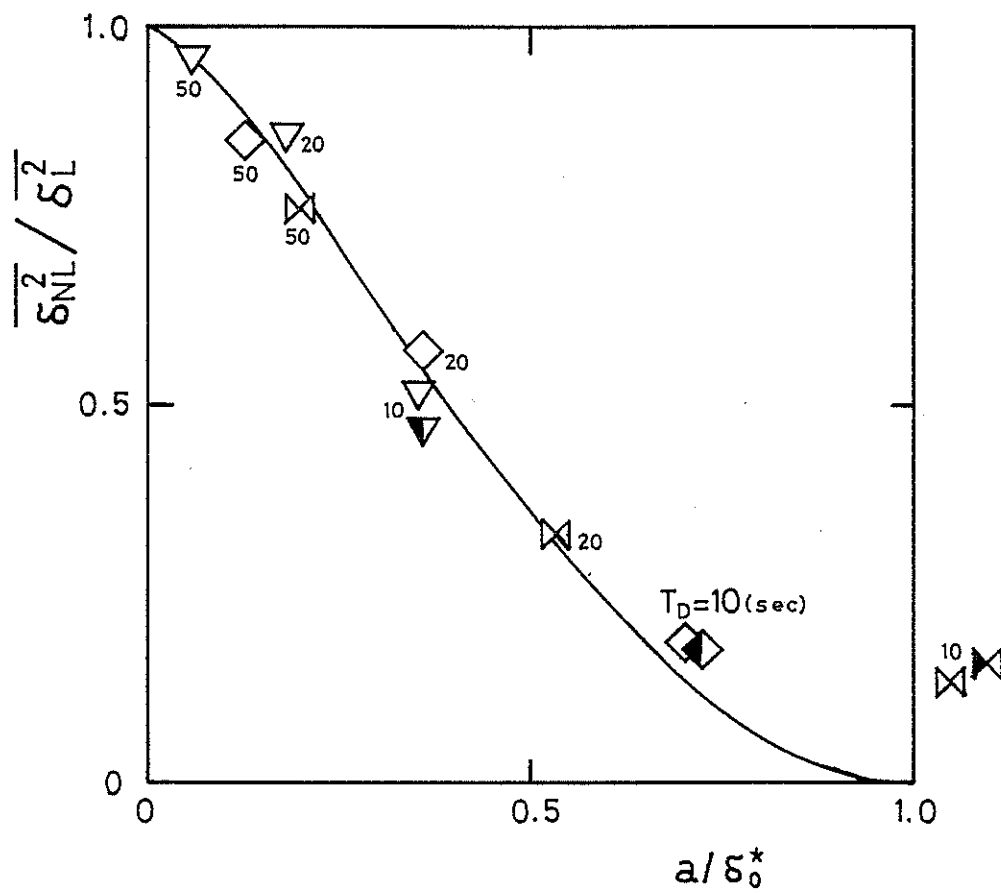


Figure 5.23 Reduction of steering due to weather adjust mechanism
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
 P

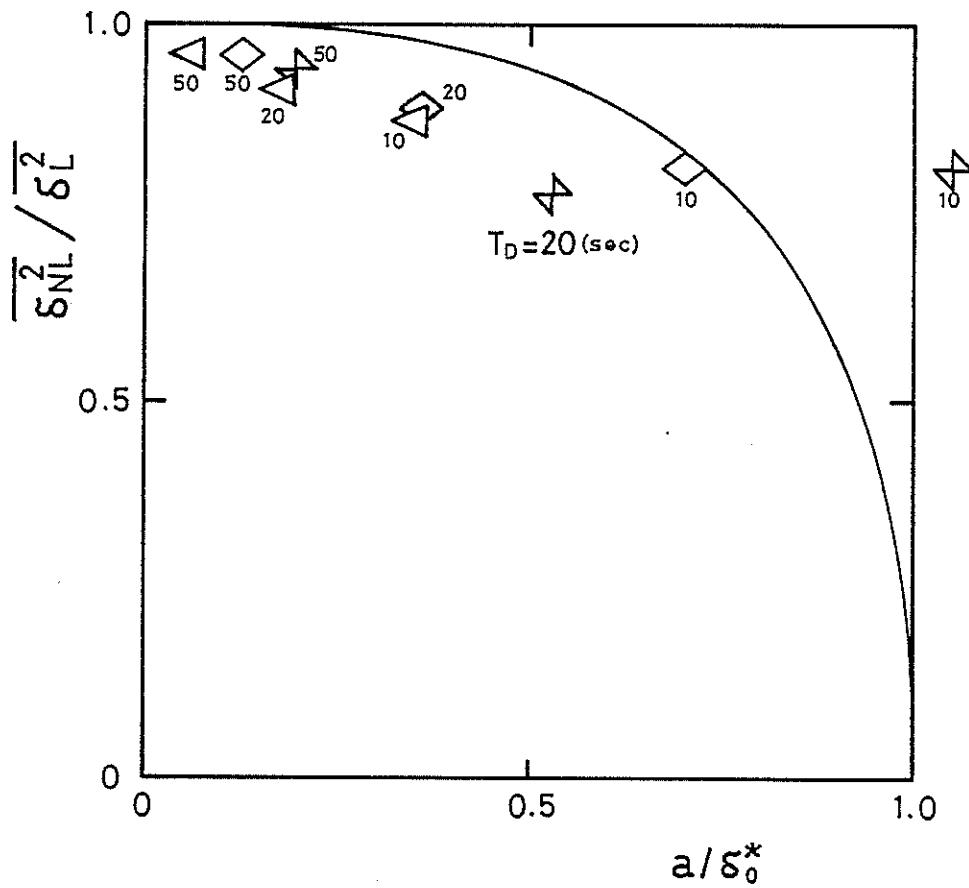


Figure 5.24 Reduction of steering due to weather adjust mechanism
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
 P

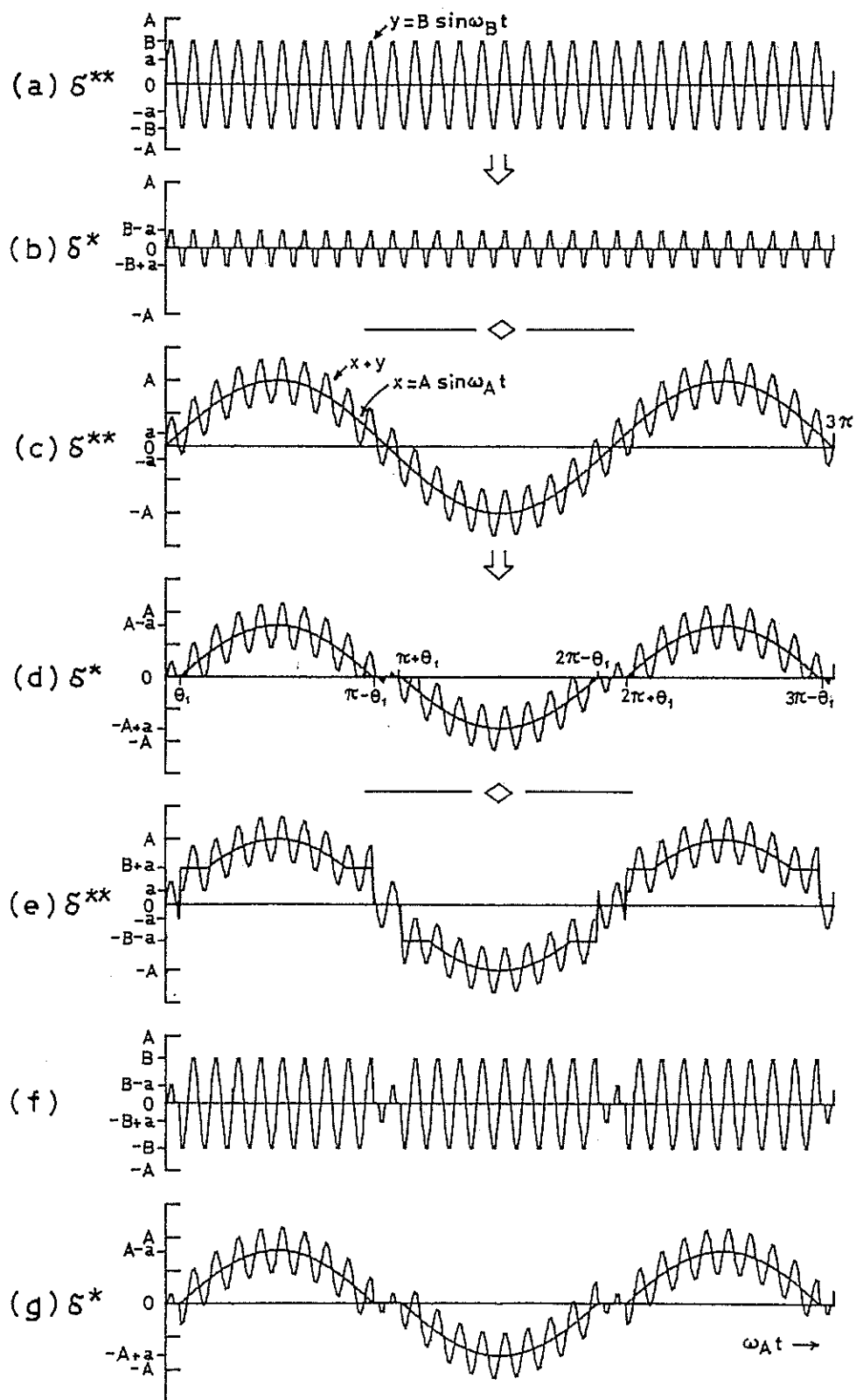


Figure 5.25 Input and output relations of rudder angle with weather adjust mechanism, when applying low and high frequency inputs

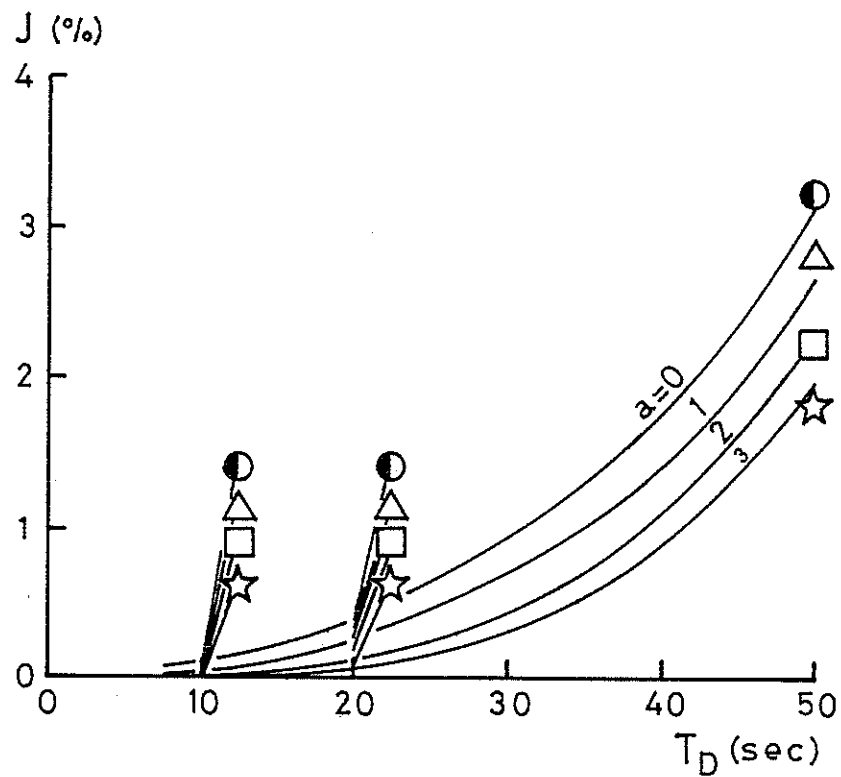


Figure 5.26 Propulsive power losses due to wave-excited motions considering weather adjust mechanism (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)

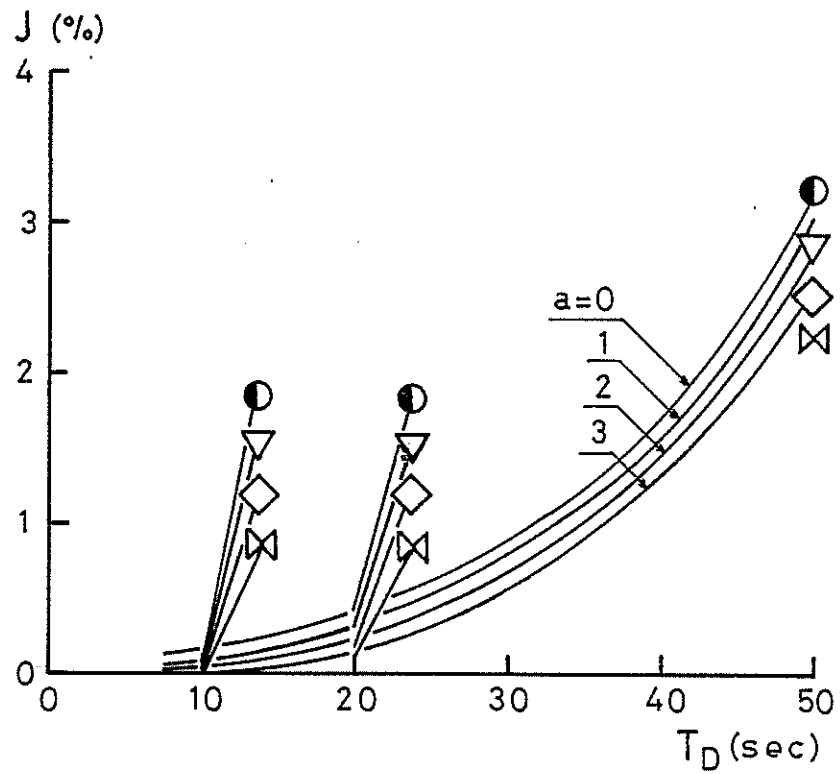


Figure 5.27 Propulsive power losses due to wave-excited motions considering weather adjust mechanism (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)

P

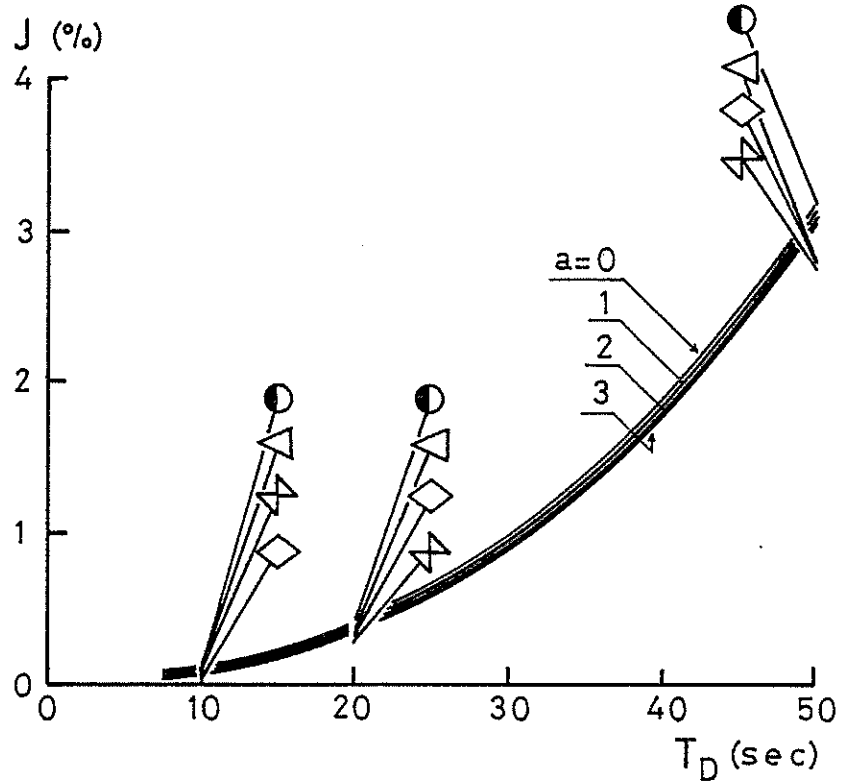


Figure 5.28

Propulsive power losses due to wave-excited motions considering weather adjust mechanism (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
P

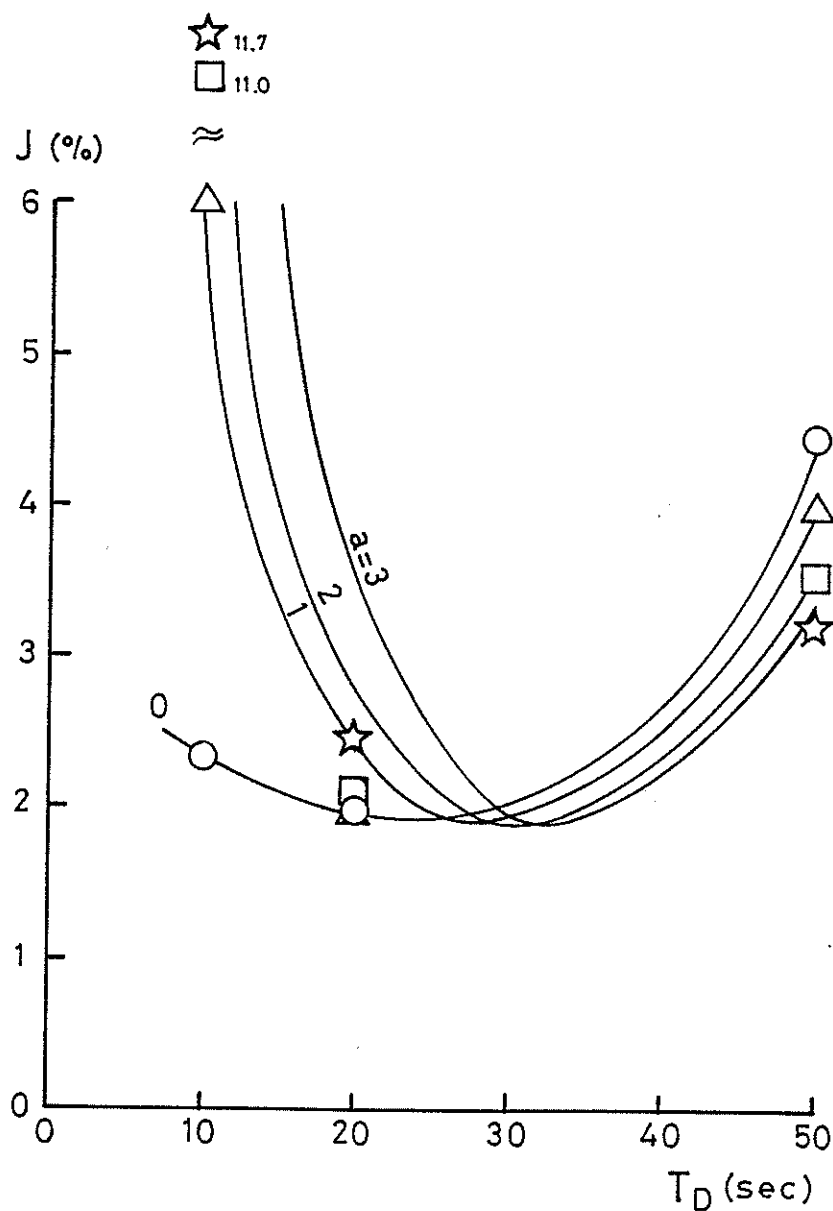


Figure 5.29 Propulsive power losses considering weather adjust mechanism (E10-10, $\alpha=30^\circ$, $K=1.0$, dead band)

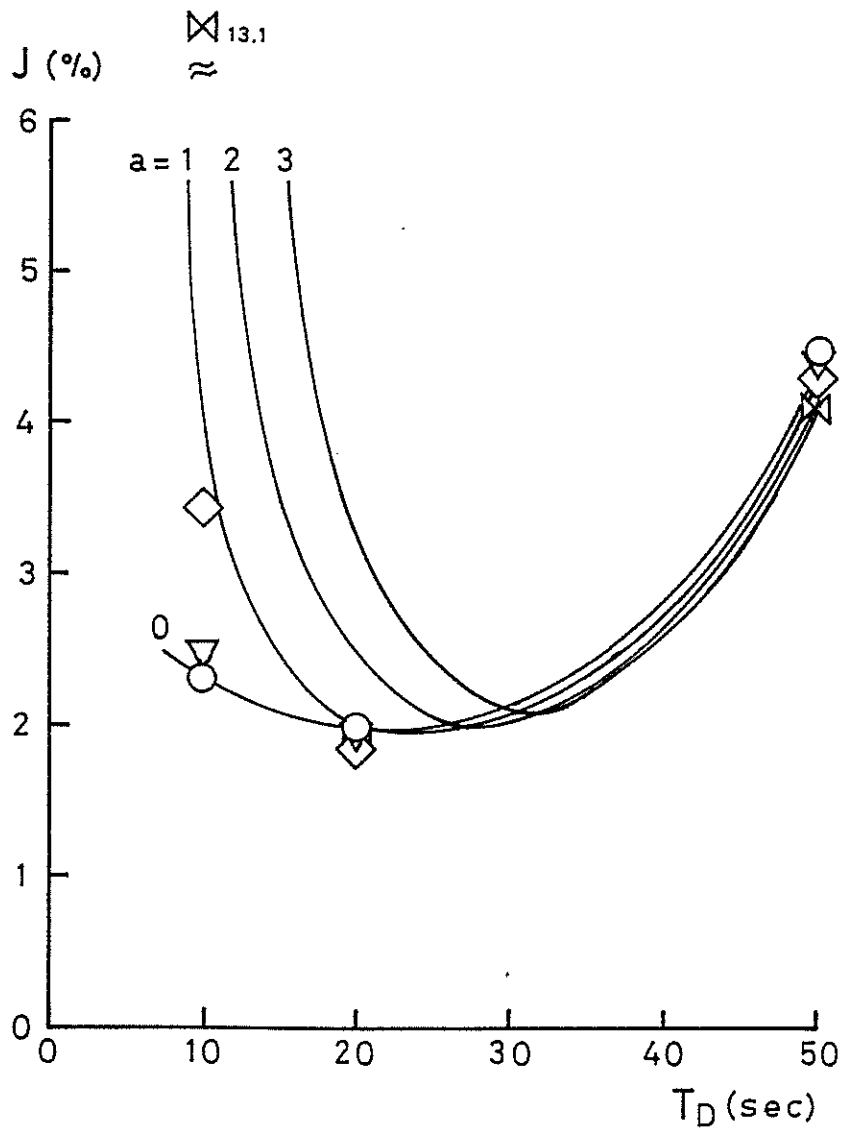


Figure 5.30 Propulsive power losses considering weather adjust mechanism
 (E10-10, $\alpha=30^\circ$, $K=1.0$, back lash)
 P

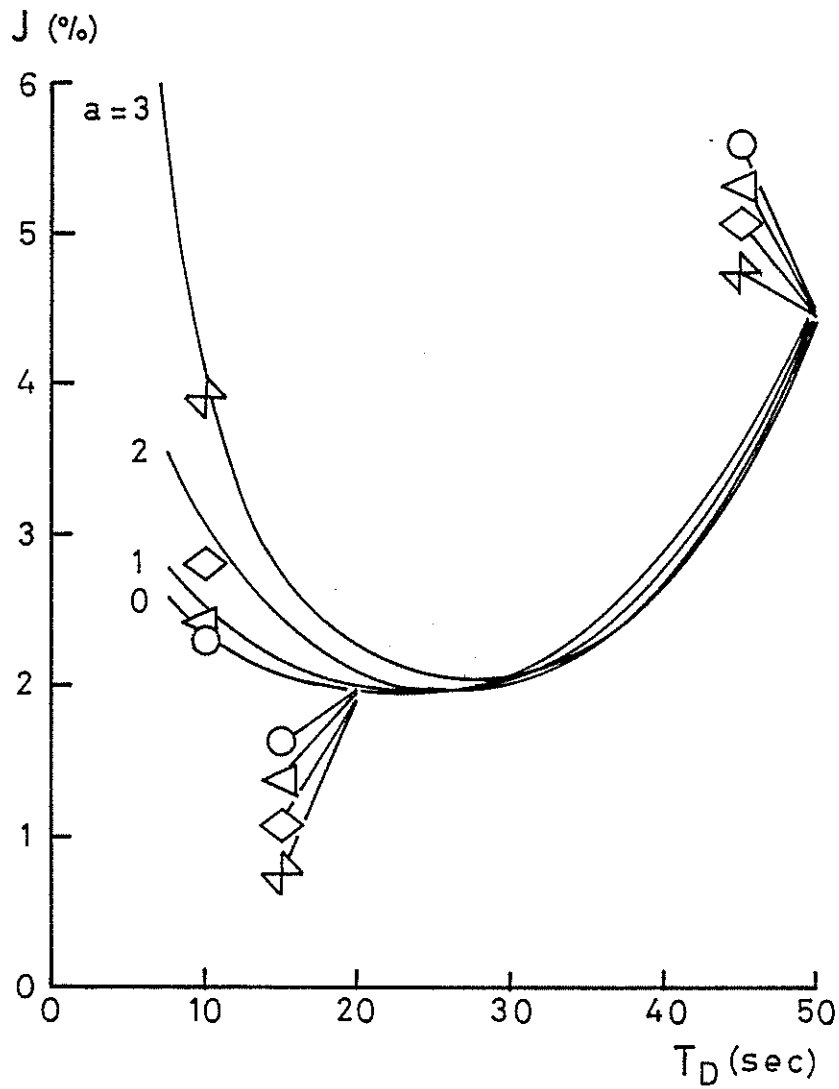


Figure 5.31 Propulsive power losses considering weather adjust mechanism
 (E10-10, $\chi=30^\circ$, $K=1.0$, dual gain, $n=0.1$)
 P

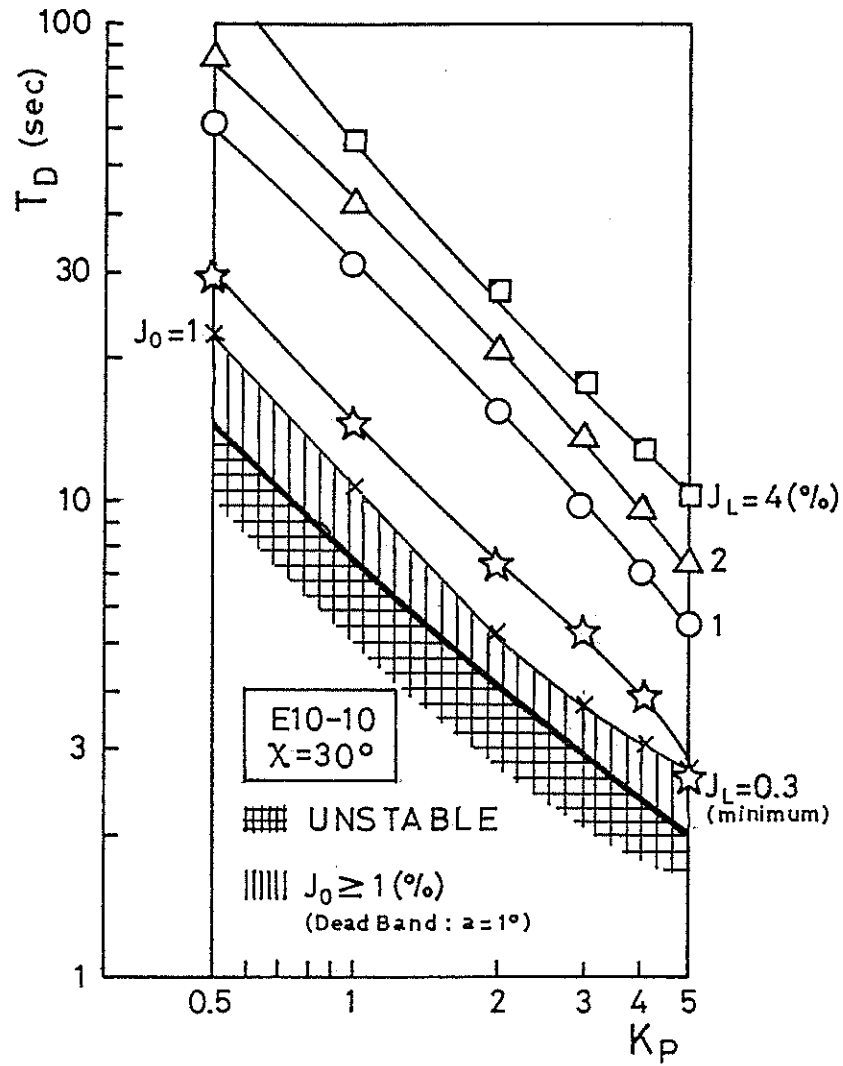


Figure 5.32 Contour map of energy loss considering weather adjust mechanism (E10-10, $\chi = 30^\circ$)

付録 I 針路不安定船のフィードバック系の安定判別

フィードバック系の安定判別には Nyquist の方法が便利である。これは、一巡伝達関数を G としたとき、フィードバック系の伝達関数 $1 / (1 + G)$ の極、すなわち、 $(1 + G)$ のゼロ点のうち、実数部が正となるものの有無を G の周波数特性から判別するものである。

Fig. A I. 1 (a) のように、 z 平面の右半平面全体を一周する軌道の G への写像、すなわち、 $\omega = -\infty \sim +\infty$ の周波数特性が $(-1, 0)$ の周りを時計方向にまわる回数 N が $(1 + G)$ の右半平面内のゼロ点と極の個数の差となることに着目する。また、 $(1 + G)$ の極は G の極と一致するため所与のものであるとすれば、 N は右半平面内のゼロ点の数を与えることになる。

針路不安定船では右半平面内に極を 1 個もつため、フィードバック系が安定であるためには、 G の写像は $(-1, 0)$ を Fig. A I. 1 (b) のように反時計方向に 1 回まわらなければならない。これは、ループゲインが 1 となる周波数において位相遅れが Fig. A I. 1 (c) のように 180° 以上あるときは、 $(-1, 0)$ の周りを時計方向に 1 回まわることになり、右半平面のゼロ点の数は 2 個となってフィードバック系は不安定となる。これを防ぐためには、位相進みの補償を行い、位相遅れを 180° 以下としなければならない。

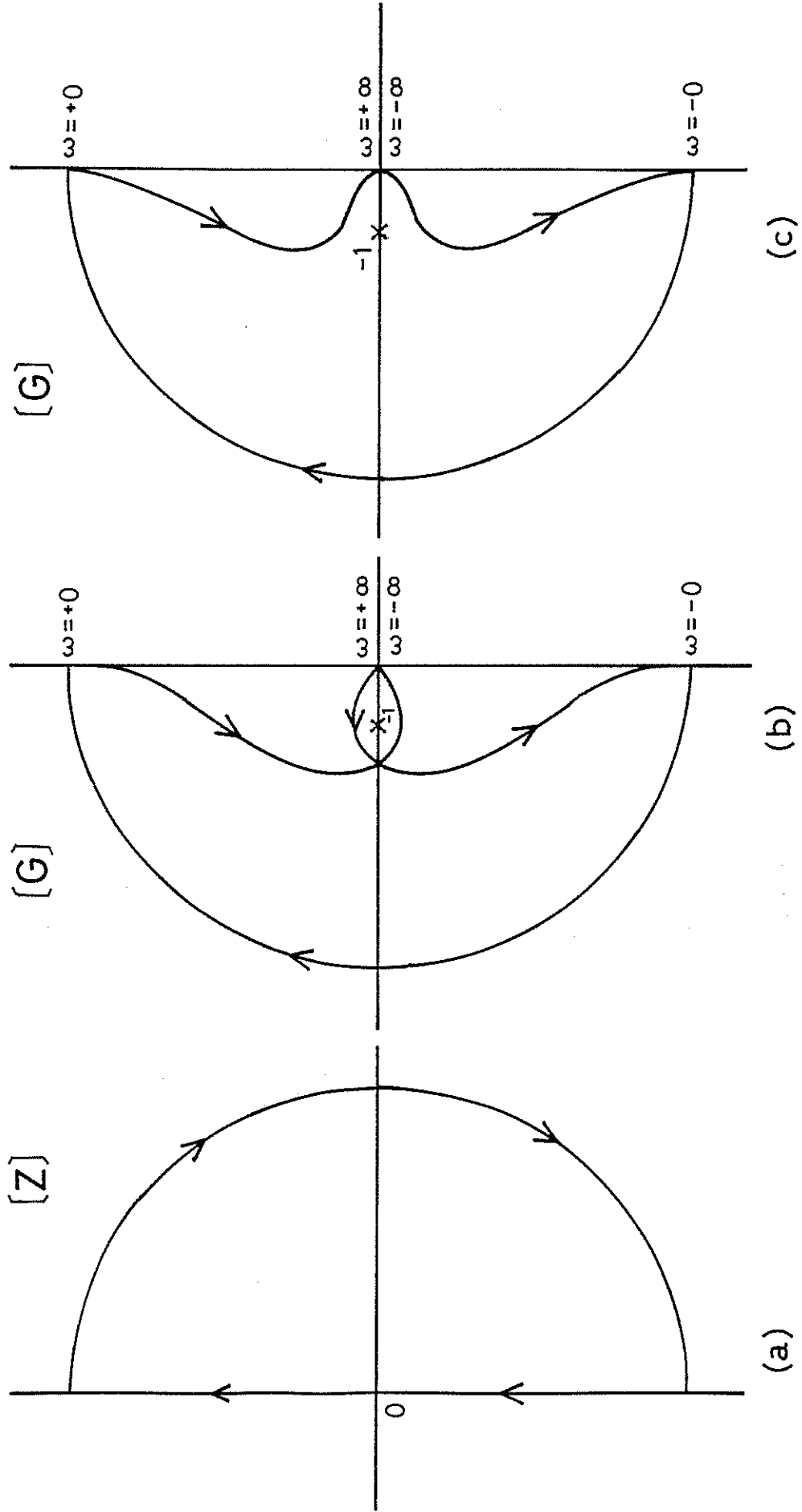


Figure AI.1 Comparison of stable and unstable ships by Nyquist diagram

付録Ⅱ 操船シミュレータ

AⅡ. 1 操船シミュレータの必要性

船の保針制御は、Fig. 2.1 に示すように、船、操舵機、コンパスといった部分とコントローラよりなる一つの閉ループシステムである。普通、コントローラとしてはオートパイロットがそれにあたるが、人間がコントローラとしての役割を果たす場合、人間と機械が一体となったシステムとなる。このようなシステムをマン・マシンシステム (man-machine system) と呼ぶ。こういうシステムは、何も保針に限らず、航海士が decision maker としての針路決定を行いながら航行している船もまた、マン・マシンシステムと言えるし、船以外にも、およそ、人間が何らかの制御を行っている場合、それをマン・マシンシステムと呼ぶ。

このマン・マシンシステムと切り離せないのがシミュレータである。自動車や航空機さらには月面着陸船等の乗員訓練用シミュレータがよく知られている。これは、乗員が不慣れなために実物を使って訓練することが非常に危険であったり、実物では遭遇し得ないような状況でも、損傷等の心配がなく、何度でも再現できる等の利点がある。反面、シミュレータには、訓練者に異和感を与えないように注意が必要であるし、ある種の臨場感が要求される。さらに、訓練用としてではなくマン・マシンシステムの解析を目的とした研究用のシミュレータも多く効果をあげている。

船の操船シミュレータは、1970年ごろより各国で注目され、現在、日本をはじめ欧米各国で多くのシミュレータが稼働中である。ここでは、本論文の実験に用いた広島大学のシミュレータと大阪大学 (SR151) のシ

ミュレータについて簡単に説明する。

A II. 2 広島大学の操船シミュレータ²⁾

1969年に、主に保針変針操舵のマン・マシンシステム研究用に開発された世界で1～2番目のシミュレータである。

構成は、操舵スタンド、コンパス、(角速度計)を配した操舵室とその前面に前方視界を映すスクリーン及び演算部(アナログ計算機)よりなる。

船の応答方程式は、野本の2次系非線形応答モデル^{A II. 1)}を用いている。

$$T_1 T_2 \ddot{\psi} + (T_1 + T_2) \dot{\psi} + \psi + \alpha \psi^3 = K \delta + K T_3 \dot{\delta} \quad (\text{A II. 1})$$

$$T_E \dot{\delta} + \delta = \delta^* , \quad |\dot{\delta}| \leq \dot{\delta}_{\max} \quad (\text{A II. 2})$$

演算範囲は、 $-100^\circ \leq \psi \leq 100^\circ$ であるが、演算時間は無限大である。

A II. 3 大阪大学(SR151)の操船シミュレータ¹⁾

大阪大学の操船シミュレータは1974年から日本造船研究協会第151研究部会「大型化に対応する船舶操縦システムの調査研究」の一環として3年度計画で製作された。

基本的な構成は模擬船橋及び内部計装、演算部、近接物標及び遠景投影部とスクリーンよりなる。

演算部はアナログ計算機であり、船の応答計算、自船及び近接物標（船やブイ、島など）の位置計算や各投影装置の駆動指令計算を行う。このうち、船の応答計算は、プロペラ逆転を含む広範な前進運動に対処するように次式が用いられた。

$$T_n \dot{n} + n = n^* \quad (\text{A II. 3})$$

$$\dot{V} + a_{VV} V + a_{rr} \dot{\psi}^2 + a_{\delta\delta} V^2 \delta^2 = a_{nn} n^2 + a_{nV} n V \quad (\text{A II. 4})$$

$$\begin{aligned} T_1' T_2' \left(\frac{L}{V}\right)^2 \ddot{\psi} + (T_1' + T_2') \left(\frac{L}{V}\right) \dot{\psi} + \psi + \alpha' \left(\frac{L}{V}\right)^2 \dot{\psi}^3 \\ = K' g(s) \left(\frac{V}{L}\right) \left\{ \delta + T_3' \left(\frac{L}{V}\right) \dot{\delta} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A II. 5})$$

$$g(s) = \frac{1 + k s^{1.5}}{1 + k s_0^{1.5}}, \quad s = 1 - (1-w) \frac{V}{nP}, \quad s_0 = 1 - (1-w) \frac{V_0}{n_0 P} \quad (\text{A II. 6})$$

$$T_E \dot{\delta} + \delta = \delta^*, \quad |\dot{\delta}| \leq \dot{\delta}_{\max} \quad (\text{A II. 2})$$

上式の導出、各係数の定義等については文献⁷⁾を参照のこと。

参考文献

- A II. 1) K. Nomoto : A simplified non-linear analysis on ship manoeuvrability, Contribution to Manoeuvrability Committee, 12th ITTC, Rome, 1969.

付録Ⅲ 外乱のスペクトル

AⅢ. 1 波のスペクトル

完全発達波のスペクトルについては、Neumann (1953)^{AⅢ. 1)}以来、多くの研究がある。ここでは、Pierson-Moskowitz 型のスペクトルである I S S C (第2回) スペクトルを用いる。

$$S_w(\omega) = 0.11 H_v \omega_v^{-1} (\omega / \omega_v)^{-5} \exp \{-0.44 (\omega / \omega_v)^{-4}\} \quad (\text{AⅢ. 1})$$

ただし、 $S_w(\omega)$: 波高のスペクトル ($\text{m}^2 \text{sec}$)

H_v : 観測された有義波高 (m)

T_v : 観測された平均波周期 (sec)

$\omega_v = 2\pi / T_v$ (rad/sec)

具体的なシミュレーション計算にあたっては、 H_v には有義波高 $H_{1/3}$ を用い、Longuet-Higgins・合田の関係式を使って想定海象より推定した。 T_v も同様である。

A III. 2 風のスペクトル

変動風の水平成分スペクトルとしては Van der Hoven (1956)^{A III. 2)} や Davenport (1961)^{A III. 3)} の研究が知られている。ここでは海面近くのしかも比較的周期の短い部分の正確なスペクトルが必要なことから後者を用いる。

Davenport は平均風速が 9 m/sec 以上の変動風を地表近くでいくつかの表面状態（灌木のあるなし等）について解析した。その結果、表面状態の違いを摩擦係数 k で表し、スペクトルを $k \overline{V_1}^2 / n$ （記号は後述）で無次元化すれば高さや平均風速あるいは表面状態の違いにかかわらず、ほぼ 1 本のカーブで表せることを示した。これが、いわゆる Davenport のスペクトルと呼ばれるものであり、次式で表現できる。

$$\frac{n S_z (n)}{k \overline{V_1}^2} = 4.0 \frac{x^2}{(1 + x^2)^{4/3}} \quad (\text{A III. 2})$$

ただし、 $S_z (n)$: 高さ z での変動風速の水平成分スペクトル
(m^2/sec)

n : 周波数 (cycles/sec)

$\overline{V_1}$: 基準高度 10 m での平均風速 (m/sec)

k : 基準高度の風速で定義した表面の摩擦係数

$x = 1200 n / \overline{V_1} \quad (\text{m})$

k の値は原著^{A III. 3)}によると、さえぎるもののない平原では 0.005、高

さ 10 m 以内の木や家屋で覆われたところでは 0.015~0.020、高い建物の立ち並ぶ都会の中心地では 0.050 とされている。われわれに必要な水上では 0.003 という値が用いられているようである^{A III. 4)}。k の代わりに摩擦速度 $U_* = \sqrt{k V_1}$ や実測による風速の標準偏差 σ を用いる式もある。

本研究では、(A III. 2) 式をベースに n を ω に換算し、記号を Fig. 4.4 に従って変更し、

$$S_{\tilde{U}_T}(\omega) = 4 k \frac{\overline{U}_T^2}{\omega} \cdot \frac{x^2}{(1+x^2)^{4/3}} \quad (\text{A III. 3})$$

ただし、 $S_{\tilde{U}_T}(\omega)$: 真風速の変動成分 \tilde{U}_T のスペクトル (m^2/sec)

\overline{U}_T : 平均真風速 (m/sec)

$$x = 600 \omega / (\pi \overline{U}_T) \quad (\text{m})$$

を用いる。

Fig. A III. 1、Fig. A III. 2 はこの Davenport のスペクトルをそれぞれ平均真風速 \overline{U}_T と摩擦係数 k をパラメータにして示したものである。

参考文献

A III. 1) G. Neumann : On ocean wave spectra and a new method

of forecasting wind generated sea, Technical Memorandum No.43,
Beach Errosion Board, Corps of Engineer Department of the Army,
Dec. 1953.

A III. 2) I. Van der Hoven : Power spectrum of horizontal wind
speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour,
Journal of Meteorology, Vol.14, April 1957.

A III. 3) A. G. Davenport : The spectrum of horizontal gusti-
ness near the ground in high winds, Quarterly Journal of Royal
Meteorological Society, Vol.87, 1961.

A III. 4) 磯部 孝編 : 相関関数とスペクトル、東大出版会、1968
年。

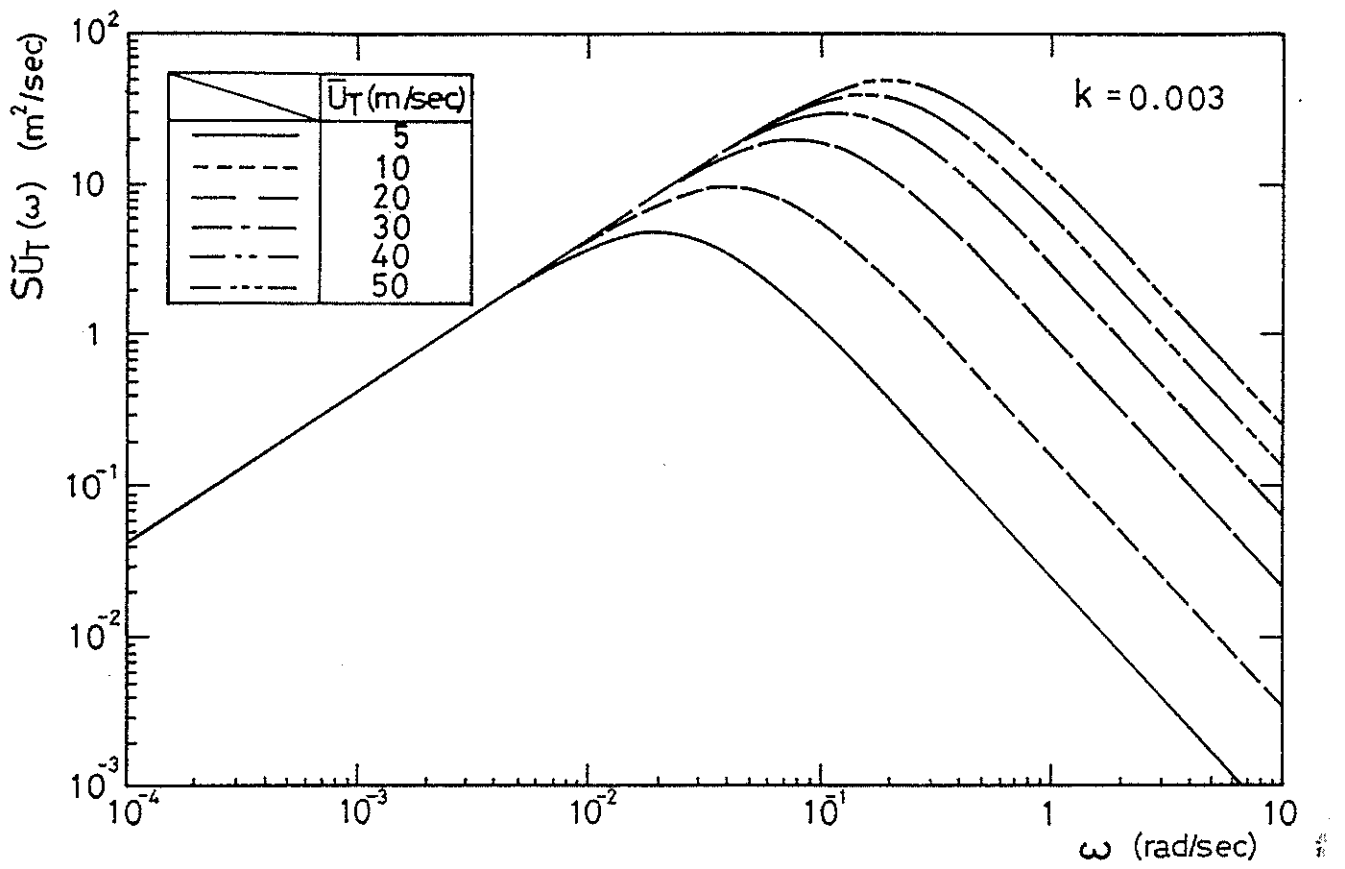


Figure AIII.1 Davenport wind spectra --- effect of average wind speed

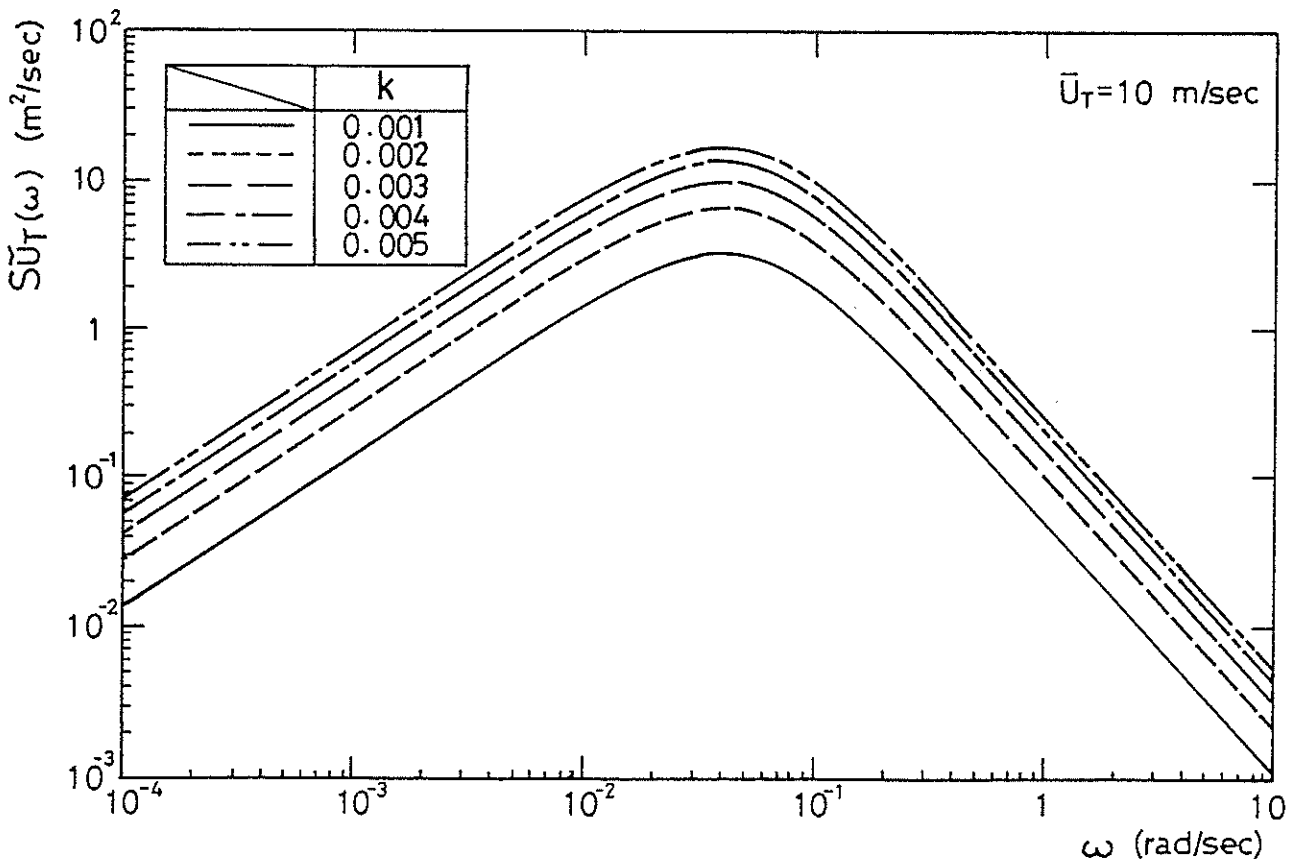


Figure AIII.2 Davenport wind spectra --- effect of drag coefficient

付録IV Hurwitz の安定判別と針路不安定船への適用

Fig. A IV. 1 のようなフィードバック・システムを考える。

閉回路伝達関数は

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

$$= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (\text{A IV. 1})$$

ただし、 $n \geq m$

特性方程式は

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 = 0 \quad (\text{A IV. 2})$$

システムが安定であるためには特性方程式のすべての根が負の実根をも

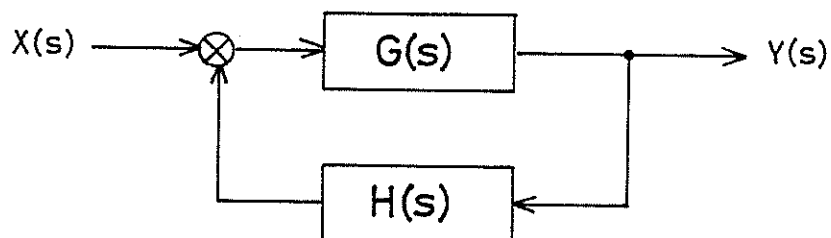


Fig. A IV. 1 Block diagram of feedback system

つことである。すなわち、システムが安定であるための必要十分条件は次の三つの条件をすべて満足することである。

Hurwitz の安定条件

- (1) a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 の特性方程式の係数がすべて存在すること。
- (2) a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 の特性方程式の係数がすべて同符号であること。
- (3) Hurwitz の行列式がすべて正であること。

$$D_i = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & a_{n-2i+1} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & a_{n-2i+2} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & a_{n-2i+3} \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & a_{n-2i+4} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-i} \end{vmatrix} > 0$$

(A IV, 3)

ここで、

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$k < 0, k > n \text{ のとき : } a_k = 0$$

PD制御を加えた船の制御系に、Hurwitzの安定条件を適用する。オートパイロット、操舵機、船、コンパスの伝達関数は次式で表現できる。

オートパイロット：

$$\delta^*(s) = K_P (1 + T_D s) \cdot \psi(s)$$

操舵機：

$$\delta(s) = \frac{1}{1 + T_E s} \cdot \delta^*(s)$$

船：

$$\dot{\psi}(s) = \frac{K(1 + T_3 s)}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} \cdot \delta(s)$$

コンパス：

$$\psi(s) = \frac{1}{s} \cdot \dot{\psi}(s)$$

従って、

$$G(s) = \frac{KK_P (1 + T_D s) (1 + T_3 s)}{(1 + T_1 s) (1 + T_2 s) (1 + T_E s)}$$

$$H(s) = \frac{1}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

$$= \frac{KK_P (1 + T_D s) (1 + T_3 s) s}{s (1 + T_1 s) (1 + T_2 s) (1 + T_E s) + KK_P (1 + T_D s) (1 + T_3 s)}$$

(AIV. 4)

故に、特性方程式は次式で表現できる。

$$s (1 + T_1 s) (1 + T_2 s) (1 + T_E s) + K_P K (1 + T_D s) (1 + T_E s) = 0 \quad (\text{AIV. 5})$$

(AIV. 5) 式を整理すると、

$$A s^4 + B s^3 + C s^2 + D s + E = 0 \quad (\text{AIV. 6})$$

ここで、

$$A = T_1 T_2 T_E$$

$$B = T_1 T_2 + T_1 T_E + T_2 T_E$$

$$C = T_1 + T_2 + T_E + K_P K T_3 T_D$$

$$D = 1 + K_P K (T_3 + T_D)$$

$$E = K_P K$$

(A IV. 6) 式の特性方程式をもとに針路不安定船の制御系の安定条件を考える。

針路不安定船の特性より、

$$K < 0, T_1 < 0, T_2 > 0, T_3 > 0, T_E > 0$$

(A IV. 7)

となり、上式を考慮して、Hurwitz の安定条件を考える。

$$-A > 0 \quad (\text{A IV. 8})$$

$$-B > 0 \quad (\text{A IV. 9})$$

$$-C > 0 \quad (\text{A IV. 10})$$

$$-D > 0 \quad (\text{A IV. 11})$$

$$-E > 0 \quad (\text{A IV. 12})$$

$$D_1 = -B > 0 \quad (\text{A IV. 13})$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} -B & -D \\ -A & -C \end{vmatrix} = BC - AD > 0 \quad (\text{A IV. 14})$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} -B & -D & 0 \\ -A & -C & -E \\ 0 & -B & -D \end{vmatrix} = -BCD + AD^2 + B^2E > 0 \quad (\text{A IV. 15})$$

$$D_4 = \begin{vmatrix} -B & -D & 0 & 0 \\ -A & -C & -E & 0 \\ 0 & -B & -D & 0 \\ 0 & -A & -C & -E \end{vmatrix} = BCDE - AD^2E - B^2E^2 > 0 \quad (\text{A IV. 16})$$

(A IV. 8) ~ (A IV. 16) 式について考える。

(A IV. 8) 式、(A IV. 12) 式は (A IV. 7) 式より常に成立する。

(A IV. 9) 式、(A IV. 13) 式：

$$\begin{aligned} -B &= -(T_1 T_2 + T_1 T_E + T_2 T_E) \\ &= -T_1 T_2 - T_E (T_1 + T_2) \end{aligned}$$

$-T_1 T_2 > 0$ 、 $T_1 + T_2 < 0$ 、 $T_E > 0$ より上式は常に成立する。

(A IV. 10) 式：

$$\begin{aligned} -C &= -(T_1 + T_2 + T_E + K_P K T_3 T_D) \\ &= -(T_1 + T_2 + T_E) - K_P K T_3 T_D \end{aligned}$$

— $(T_1 + T_2 + T_E) > 0$ 、 $K_P K T_3 T_D \geq 0$ より上式は常に成立する。

(AIV. 11) 式：

$$-D = -\{1 + K_P K (T_3 + T_D)\} > 0$$

$$K_P K (T_3 + T_D) < -1$$

$K < 0$ より

$$T_D > \frac{1}{(-K_P K)} - T_3 \quad (\text{AIV. 17})$$

(AIV. 14) 式：

$C' = T_1 + T_2 + T_E$ とおくと

$$BC - AD = B(C' + K_P K T_3 T_D)$$

$$-A\{1 + K_P K (T_3 + T_D)\} > 0$$

$$BC' + BK_P K T_3 T_D - A - AK_P K T_3 - AK_P K T_D > 0$$

$$K(BT_3 - A)K_P T_D > AK_P K T_3 + A - BC'$$

ここで、

$$\begin{aligned} BT_3 - A &= (T_1 T_2 + T_1 T_E + T_2 T_E) T_3 - T_1 T_2 T_E \\ &= T_1 T_2 (T_3 - T_E) + T_3 T_E (T_1 + T_2) \end{aligned}$$

$T_1 T_2 < 0$ 、 $T_3 - T_E > 0$ 、 $T_3 T_E > 0$ 、 $T_1 + T_2 < 0$ より、

$$B T_3 - A < 0$$

$$K (B T_3 - A) > 0$$

$$\therefore T_D > \frac{1}{B T_3 - A} \left\{ \frac{B C' - A}{(-K_P K)} + A T_3 \right\} \quad (\text{AIV. 18})$$

(AIV. 15) 式:

$$\begin{aligned} & -B C D + A D^2 + B^2 E \\ & = -B (C' + K_P K T_3 T_D) \{1 + K_P K (T_3 + T_D)\} \\ & + A \{1 + K_P K (T_3 + T_D)\}^2 + B^2 K_P K > 0 \end{aligned}$$

上式を T_D の 2 次不等式と考え次式のようにおく。

$$\begin{aligned} & q_1 (-K_P K)^2 T_D^2 + \{q_2 (-K_P K)^2 - q_3 (-K_P K)\} T_D \\ & + \{q_4 (-K_P K)^2 - q_5 (-K_P K) + q_6\} > 0 \end{aligned}$$

ここで、

$$q_1 = A - B T_3$$

$$q_2 = 2 A T_3 - B T_3^2$$

$$q_3 = 2 A - B C' - B T_3$$

$$q_4 = A T_3^2$$

$$q_5 = 2 A T_3 + B^2 - B C' T_3$$

$$q_6 = A - B C'$$

$$T_D > \frac{\{q_3 - q_2 (-K_P K)\} + \sqrt{q_7}}{2 q_1 (-K_P K)} \quad (\text{A IV. 19})$$

もしくは、

$$T_D < \frac{\{q_3 - q_2 (-K_P K)\} - \sqrt{q_7}}{2 q_1 (-K_P K)} \quad (\text{A IV. 20})$$

ここで、

$$q_7 = \{q_2 (-K_P K) - q_3\}^2 - 4 q_1 \{q_4 (-K_P K)^2 - q_5 (-K_P K) + q_6\}$$

(A IV. 16) 式：

$-E > 0$ より、(A IV. 15) 式と同一の式である。

したがって、(A IV. 17) ~ (A IV. 20) 式及び $T_D \geq 0$ を満たすとき、PD制御のオートパイロットにより保針中の針路不安定船の制御系は安定である。これらの各式の特性を考慮すると、結局、 $T_D \geq 0$ の範囲では、(A IV. 19) 式が他の各式を包含することがわかった。

